This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

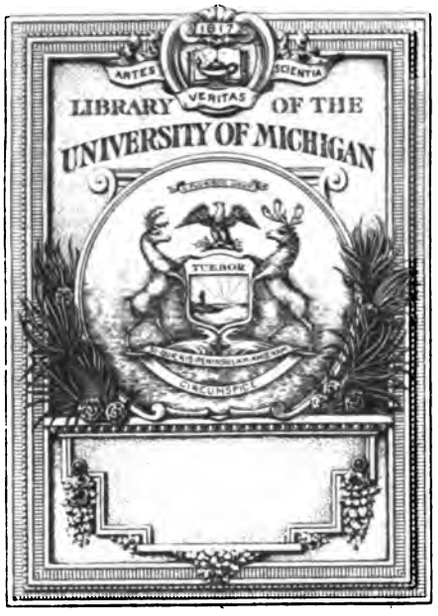
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`


ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

QA
35
.L52

Leibniz, Gottfried Wilhelm, freiherr von

VIRORUM CELEBERR.

GOT. GUL. LEIBNITII

ET

JOHAN. BERNOULLII

COMMERCIUM

PHILOSOPHICUM

ET

MATHEMATICUM.

TOMUS SECUNDUS,

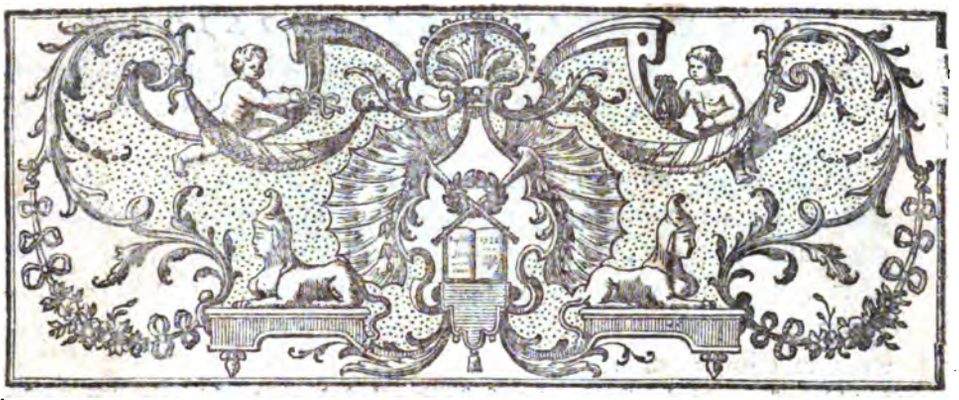
Ab Anno 1700. ad Annum 1716.

LAUSANNÆ & GENEVÆ.

Sumpt. Marci-Michaelis Bousquet & Socior.

MDCCXLV.

QA
35
.L52



Hist of Science
Masson
12-21-37
27272

EPISTOLA CI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſua cum VOLDERO *controverſia. De aëris condenſatione & elaſticitate. De* WALLISIO *& Nationum æmulatione. De* MENCKENIO. *De natura demonſtrationis. De aſcenſu corporum. De* P. HOSTE *libro de Navium Structura.*

Vir celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

ECCE tandem reſponſum meum D. VOLDERO datum, quod prout Tibi ſatisfaciet, de ſucceſſu apud ipſum augurabor. Spero nunc agniturum, quantum inter diverſa genera præſtantiam actionis æſtimandi interſit. Quis alius ſcrupulus ei ſupereſſe poſſit, prævidere non queo; nec quicquam unquam puto a ratione alienius defendi poſſe, quam duas actiones, idem præſtantes diverſa promptitudine, æquales tamen eſſe inter ſe; cui rei non mentis tantum noſtræ actiones, ſed & experimenta omnia repugnant. 1700. Januar.

1700. Januar. Miror quid Tibi velis, cum ais, me Tibi de nomine gratulatum. Ego Tibi gratulatus ſum & de nomine & de re. Id eſt de dignitate.

SPINOSAM ne ego Tibi comparem? qui ideo ſuaſi, ut quædam vites, ne hominibus, ut apparet, Tibi infeſtis occaſionem aliquando nocendi, comparandique præbeas. Bono animo quæ dicta noris, in contrarium non recte vertas. Etiam quæ nunquam fient poſſibilia dicimus, eo ſcilicet ſenſu, quo futura neceſſaria eſſe negamus.

De aëre condenſato, rarefacto, calefacto aut frigore contracto experimenta tantum facienda ſuperſunt. Quoties aliquid dico metaphyſice, vel ſi mavis Mathematice Elaſticum, abſtrahitur animus ab eo, quod materia patitur; ut cum fingimus gravitatem in mathematico rigore, quem non capit. Interim talis æſtimatio utiliter ſuo loco adhibetur, itaque eo modo metaphyſice grave oriretur a nihilo, centro ſcilicet attrahente.

Quod WALLISIUM vocaſti *ſtrenuum gloriæ Anglicanæ vindicem*, ille laudi ſibi non injuriæ ducet. Ego interdum noſtris exprobro, quod parum ſtrenui ſint gloriæ *Germanicæ* vindices. Æmulatio nationum, etſi eo non debeat porrigi ut aliis maledicamus, huc tamen utiliter valebit, ut æquare alios vel ſuperare contendamus; unde fructus perveniet ad omnes, laus ad merentes.

Difficultas de commercio animæ & corporis mihi videtur in Reſponſione ad Dnum VOLDERUM diſſoluta. Notatam jam antea a me in ejus litteris non memini: ſi ineſt, imprudens præterii, nam diſſimulare mos non eſt meus.

Semper nobis cum Dno. MENKENIO diſputandum eſt, quoties nos tuemur & noſtra. Ita nunc quoque accidit. Vix tandem obtinui ut tua in FATIUM notata ederentur, ... cum enim Problema ſolidi minimum in liquido reſiſtentis præclare illuſtrent, profecto illis publicum fraudari non debebat. Sed olim Dni. TSCHIRNHAUSII in CRAIGIUM dicta ſane acerba non recuſarunt, CRAIGII reſponſionibus deinde ſilentio ſuppreſſis.

Dominus

Dominus VOLDERUS poſtulat demonſtrationem activitatis ſub- 1700.
ſtantiarum. Jam vides, quam difficile ſit demonſtrare res Mathe- Januar.
matico-Phyſicas, quales Mechanicæ ſunt; quid de Metaphyſicis futurum putas? Demonſtratio eſt ratiocinatio, cujus vis ſit evidens, & a qua indubitatam Tibi adverſariorum convictionem promittas; talem, etiam cum omnia animo jam comprehenſa habemus, exprimere verbis difficile eſt: Quanto magis cum nondum ipſi ſatis ordinavimus cogitationes noſtras? Itaque, qui non dat quod non habet, denegaſſe dicendus non eſt. Interea aliquod probationis rudimentum adjeci, potius ne defuiſſe ejus voluntati videar, quam quod ſatisfacere ſperem.

Miror qui putet aſcenſus continuos minus virium requirere, quam interruptos? an putat non eſſe idem quatuor libras deſcendere uno pede, & unam libram quatuor pedibus; cum utrobique quater contingat unam libram deſcendere uno pede, ſolo hoc diſcrimine, quod in uno caſu ſucceſſivus eſt deſcenſus, in altero ſimultaneus. Sed ſucceſſivus ſimultaneum efficere poteſt, & ſimultaneus ſucceſſivum; neuterque ultra quicquam. Semper autem æquivalent. quæ ſe producere mutuo poſſunt.

Adjicio copiam Epiſtolæ quam Secretarius Regiæ Societatis ad Dominum WALLISIUM ſcripſit, egoque a manu WALLISII deſcripſi, quoniam videre poſtulabas. Non poterat quicquam dici humanius. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 12. Januarii 1700.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. His ſcriptis, ad manus meas pervenit liber Patris HOSTE JESUITÆ de ſtructura Navium (1), ſed nondum abſolutus, ſimulque alter ejuſdem de Evolutionibus Claſſium (2). Atque hic qui-

(1) *Theorie de la Conſtruction des Vaiſſeaux, par le* P. Paul HOSTE *de la C. de J.* Lyon. 1697. fol.

(2) *L'Art des Armées Navales, ou Traitté des Evolutions navales par le* P. Paul HOSTE *de la C. de J.* Lyon. 1697. fol.

1700. Januar. quidem verſatur in deligendis commodiſſimis ad ſcopum navium motibus, pro mutatione venti & circumſtantiarum, ubi tanquam in re nondum mathematice tractata, operæ pretium feciſſe videtur: ſed doctrinæ de ſtructura navium hactenus remota tantum principia exhibet, pro bona parte jam conſtituta, ubi neſcio an omnia recte habeat. Agit Lib. 1. Cap. 1. de reſiſtentia medii; Cap. 2. de navis facultate perferendi vim venti in vela, ne nimis ſcilicet ab iis inclinetur, ubi de Centro gravitatis. Cap. 3. de reſiſtentia navis contra inclinationem quam illi dant fluctus. Cap. 4. Vacuum eſt, ſoloque titulo conſtat: De derivatione [*de la derive*] quam ait ex Cap. 1. haberi. Cap. 5. de Gubernaculo & ſtructura Navis, ut gubernaculo ſuo melius obediat. Lib. 2. Cap. 1. de reſiſtentia ſolidorum fere ad GALILÆI normam. Cap. 3. de reſiſtentia partium navis contra aquæ pondus. Lib. 3. de figuris navium, ubi de ſectionibus Conicis; noſtras enim figuras ignoravit: interim paſſim loquitur de infinite parvis, & ſubinde utitur Calculo algebraïco: dignus eſſet liber examine, ob argumenti pretium.

P. P. S. S. Ex Dno. MENKENIO intellexi, Dominum *Fratrem* Tuum, editionem ſolutionis Tuæ deſiderare eorum de quibus vobis concertatio fuit. Ego putaram interventu amicorum ex Academia Regia omnia fuiſſe compoſita.

Diploma Academiæ nec accepi, nec expectavi, nam hactenus non memini tale aliquid factum. A multis annis ſum in Societate Regia Anglicana, & nunquam tale Diploma vidi.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

EPISTOLA CII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De VARIGNONIO. *De ſubſtantiarum activitate. De poſſibili. Varia hortatur ut rei navalis ſcientiam mathematice tractare ſuſcipiat.*

V.r Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

EPISTOLAM Domini VARIGNONII remitto cum multa ac- 1700.
tione gratiarum, & obnixe peto, ut data occaſione ſignifices Mart.
inſigni viro, quantum me perculerit nuntius de morbo ejus periculoſo, & quantum nobis gaudeam, ipſique gratuler redditam ſanitatem; quod bonum & ipſi, & nobis, & ſolidioribu litteris diuturnum precor. Gratias etiam ingentes ago, quod cæteris benevolentiæ erga me ſuæ ſignificationibus addidit documentum, quod ſpectari oculis corporeis manuque tangi poteſt, nummum ſcilicet perelegantem in fundationem Academiæ Regiæ, quæ omnia velim demereri poſſe.

Si cum omni Schola pro ſubſtantia habeamus quod agere aut pati poteſt; nihil autem patiatur, quin & agat; conſequens eſt omnem ſubſtantiam agere poſſe. Quod ſi jam conſtet omnem ſubſtantiam, quæ poteſt agere, eſſe per ſe activam; conſequens eſt omnem ſubſtantiam talem eſſe. Quod ſi quis ſubſtantiam introducat, quæ nec agere, nec pati poſſit; ab eo expectanda nova nominis definitio eſt, ac tum videbimus quid ex ea conſequatur.

Non poſſunt dici poſſibilia, quæ nunquam fieri poſſunt, [quod utique contradictio eſſet,] ſed tamen contingit ut poſſibilia non fiant. Nam quod ais, *quæ nunquam ſ.ent ea etiam fieri*

1700. Mart. *non posse*, id vero non concedo; nam a posse ad esse non valet consequentia.

De WALLISIO securus esse potes; mihi certe nunc visus est humanissimus, nec dubito quin te magni faciat.

Plane agnosco in negotio sectionis curvæ parabolicæ aliter Tecum agendum fuisse (3); & nihil ego magis probo, quam ut suum cuique decus constet.

Libenter videre velim, quam Domino VOLDERO misisti demonstrationem ascensuum continuorum & interruptorum.

Volui ut Epistolam societatis Regiæ videres, qualis scripta est, ne de versione dubitari possit.

Cum sis incola *Belgii* fœderati, cujus opes potissimæ in re nautica sitæ sunt, profecto te dignum, & iis apud quos agis pergratum fore putem, si ad rei navalis scientiam mathematicam subinde cogitationes conferas. Porro HOSTIUS hactenus mihi potissimum ea in parte operæ pretium feciſſe videtur, quæ agit de evolutionibus Classium. Argumentum non est difficile, sed magnæ tamen utilitatis: nec dubito quin si animum adjiceres, multa sis detecturus Autori illi non perspecta. Vellem autem tractari stylo Geometrarum scientifico, hoc est vocabulis non plebeiis, seu nauticis, ut ab illo factum, quæ pro nationibus variant, sed universalibus, hoc est Geometricis; adjectis tamen verbis phrasibusque maritimis, non *Gallicis* tantum, sed & *Batavis*, & si liceret, etiam *Anglicis*. Et cum cæteræ partes scientiæ nauticæ sint Architectorum & Præfectorum minorum: hæc quam dixi nobilior & Ducum propria est.

Mihi videtur ea de quibus cum *Fratre* Tuo lis est, non esse tanti, ut simultatem inter vos alere debeant. Itaque plane Dni. VARIGNONII consilium probo, optemque amicitiam inter vos redintegrari; certe supprimi quicquid utrinque offendere possit, vale.

Dabam *Hanoveræ* 8. Martii 1700.

Devotissimus.

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

EPIS-

(3) Vid. Epist. LXIII, LXVIII, LXIX, LXX, LXXI, LXXV, LXXVI.

EPISTOLA CIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De VOLDERO, *ſubſtantiarum activitate, & viribus corporum. De poſſibili & neceſſario. De re nautica mathematice conſideranda. De* LEIBNITII *ad Acad. Pariſienſem Epiſtola, & de Calendarii correctione. De Opp.* VALLISII Tomo 3°.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

MITTO Epiſtolam Domini VOLDERI, ante octiduum acceptam: videtur de tenacitate aliquid remittere. Laudo Viri ingenuitatem, non vincere, ſed vinci cupientis. Si quid Tibi ſupereſt pro evincenda ſubſtantiæ activitate, quod demonſtrationis inſtar ſit, quæſo ne celes ipſum tam enixe efflagitantem. In Tuis ad me datis, addis quidem: *Si cum omni ſchola pro ſubſtantia habeamus quod agere, aut pati poteſt; nihil autem patiatur, quin & agat; consequens eſſe omnem ſubſtantiam agere poſſe.* Conſequentiam veriſſimam eſſe inficiari non poterit; ſed vereor ne gratis a Te aſſumi dicat, nihil pati, quin & agat; cum forſan ſibi perſuadeat, cum multis aliis, dari ſubſtantias mere paſſivas. Cæterum demonſtratio mea aſcenſuum continuorum & interruptorum, VOLDERUM tandem plenarie convicit de vera activitate virium, ut ex ejus litteris colliges; eleganter enim ipſe ex ea demonſtravit falſitatem hypotheſis communis, quæ quantitate motus nititur. Olim fere eandem demonſtrationem apud Te feceram, deſumtam nimirum ex incurſu obliquo corporis in corpus; quam autem VOLDERUS poſtea haud admittebat, niſi pro corporibus elaſticis; ſed pro perfecte duris nondum ſufficere contendens. 1700. April.

1700. April. tendens. Hæc vero, ut nunc eſt, procedit in perfecte duris [ſi talia vel eſſe, vel concipi poſſent;] non minus quam in elaſticis, adeo ut jam valeat contra quoſcunque adverſarios. Eſt enim pura, adeo & abſtracta. Eam, prout VOLDERO communicavi, iiſdem verbis infra tranſmittam (4), quoniam id petis; quamvis alias ex VOLDERI litteris ſatis intelligere poteris. Quemadmodum itaque abſurdum ſequitur, ſi ſtatuantur duo corpora æqualia & non elaſtica, alterum motum, alterum quieſcens, in ſe impingentia, ambo poſt ictum verſus eaſdem partes Corporis moti progreſſura, dimidia velocitate ejus quod habebat ante ictum corpus motum; oſtendit enim VOLDERUS ex meo ratiocinio Corpus illud poſſe dare quatuor corporibus ſibi æqualibus quartam partem celeritatis [id quod jam faceret quantitatem motus] & tamen dimidiam ſuam celeritatem retinere; id quod ergo priſtinam quantitatem motus augeret, & ſic æſtimatio virium exinde petita nequidem ſibi conſtaret, nedum veritati conſentiat; ita e contrario ſi ſtatuantur, [ut nos facimus] duo corpora omnino elaſtica impingentia, unum motum, alterum quieſcens, ambo poſt ictum progreſſura non dimidia velocitate, ſed velocitate, quæ ſit ad primam, ut $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 1, quo nimirum, ſecundum nos, eadem quantitas virium ſervetur, tunc ex meo ratiocinio ſequetur Corpus poſſe movere ſeptem Corpora ſibi æqualia, illisque ſingulis dare celeritatem quæ ſe habeat ad primam celeritatem, ut $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 2, & præterea, poſt ſeptem impulſiones, & ipſum retinere eandem illam celeritatem quam aliis corporibus dedit; id quod pulchre conſentit cum vera æſtimatione virium; id enim evenire debuit; & ſic Regula noſtra generalis eſt, & mirifice ſibi conſtat in omnibus caſibus ſpecialibus.

Redis ad veterem quæſtionem, quando dicis, contingere ut poſſibilia non fiant: ad id vero jam reſpondi, id nimirum verum omnino eſſe a parte Dei; nam ejus reſpectu nulla ſunt contingentia, ſeu talia, quæ extra decretorum ordinem fiant; nec aliter admitto vulgatiſſimum illud, *a poſſe ad eſſe non valet conſequentia*, quamvis

(4) *Hæc, ut opinor, illa eſt quæ habetur.* Opp. Tom. I. N°. LVII. pag. 321.

quamvis ego potius argumentatus fuerim a non esse ad non posse. Ut verbo dicam quod sentio, Deus omnia, quæ decrevit ab æterno, liberrime elegit : sed post electionem factam omnia illa sunt necessaria. 1700. April.

Ad rem nauticam excolendam fateor hic in *Belgio* egregiam esse occasionem; sed magis adhuc in *Hollandia*, quam in hac Provincia. Verum ad præstandum aliquid in hoc argumento, quod Eruditis placere poterit, requireretur homo, qui non modo fundamentis theoreticis, sed ipsa etiam praxi, variisque mechanicis artibus, Architectura præsertim, esset instructissimus; qualis ego non sum : quanquam spes supereſt, modo tempus & subsidia non defuerint in talibus me exercendi; quod ubi contigerit, de consilio tuo cogitabo serio.

Vidi tandem in *Actis* (1) excerpta litterarum mearum (2) ad Te datarum: sperabam nudam tantum solutionem meam excerptam fore. Sed attonitus reliquis circumstantiis & in FATIUM acerbe dictis comitatam reperi, quas Tibi suggesseram Tuæ responsioni [nunc vero, quod valde præmiror, omnino suppressæ] inferendas : ita sane jam solus expositus iræ *Fatianæ*, quam a Te scite removisti, nisi [quod spero & rogo] Tuam responsionem, quam mecum communicabas, pariter edideris.

Ex litteris Domini VARIGNONII, heri acceptis, intelligo Tuam Epistolam, ad Academiam missam, perlectam fuisse omnium cum applausu & admiratione, ob styli elegantiam & stupendam linguæ Gallicæ facilitatem. Dicit quoque Te in illa exhortatum esse Academiam ad construendum novas Ephemerides, ARGOLI jam cessantibus : Quem in finem Te ad Academiam misisse alicujus Astronomi [*Lipsiensis*, ut credit] suscepti operis ideam, consilium petentis : Te porro de Calendario *Gregoriano* monuisse quasdam difficultates; quibus sublatis, vos paratos esse ad amplectendum illud. Hæc omnia mihi fusius a Te exponi optarem; præsertim quænam sint illæ difficultates, & quo pacto accuratissimum Calendarium obtineri posse putes; cum anni lon-

(1) 1699. Nov. pag. 513.
(2) Nempe Epist. XCVI.

1700. April. gitudine, exiſtente haud dubie incommenſurabili, accuratius & facilius vix quicquam ſperari poſſit, quam GREGORII quatuor Seculorum curſus. Sub finem ſuperioris anni mihi in manus incidit *Samuelis* REYHERI in Academia *Chriſtian-Albertina* primarii *Profeſſoris*, Novum horologium, ubi proponit formas Calendarii, ope Cycli compoſiti ex aliquot Cyclis *Zarlinianis* & *Kirchianis*; diem autem naturalem dividit in varias partes, quas vocat horas; ſcilicet breves, ſi in 29; breviores, ſi in 33; breviſſimas, ſi in 37; longas, ſi, ut vulgo, in 24; longiſſimas, ſi in 16, dividatur partes; contenditque anni longitudinem eſſe, accuratiſſime loquendo, 365 dierum & 7 horarum brevium; quo poſito, oſtendit poſt 17 cyclos *Zarlinianos*, quos ordinarios vocat; & tres *Kirchianos*, ipſi correctorios dictos [conſtat autem cyclus *Zarlinianus* 29 annis in quibus ſunt ſeptem intercalares; *Kirchianus* vero conſtat 33 annis in quibus ſunt 8 intercalares] tempora exactiſſime reſtitui. Equidem ſcire percuperem, quid Tu de his ſentias: me quod attinet, quod auctor plenariam ἀκρίβειαν jactet, res mihi valde eſt ſuſpecta; cui proin haud multo majorem fidem adjicio, quam ei, qui communem menſuram inter diagonalem quadrati & ejus latus ſe reperiſſe mihi diceret. Initio putabam mihi ſat ſpatii ſuperfuturum quod caperet excerpta litterarum mearum ad VODDERUM datarum; at cum hæcce præter ſpem creverint, ecce ſeparatam adjungo ſchedam, Vale.

Groningæ 6. Aprilis 1700.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Hac ipſa hora ex *Hollandia* ad me venit Tomus tertius Operum WALLISII; evolvens faſciculum Epiſtolarum, quarum Tuæ maximam fere partem componunt. Tui quidem in ſuis honorificam & crebram mentionem factam reperio; ſed cæterum more ſuo, *Anglorum* ſuorum inventa mirum quantum extollit, exterorum vero vel reticet, vel extenuat.

EPIS-

EPISTOLA CIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Epiſtola Bernoulliana *in* Actis *edita. De Calendarii reformatione.*

Vir celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

CUM in procinctu ſim ad iter, breviter tantum & in anteceſſum reſpondeo, ut Tibi ſcrupulum eximam, quaſi Te exponere incommodo voluerim; egerimque in re Tua aliter, quam Tibi placere judicarim. Ego vero conſcientiam meam teſtari poſſum, indicabantque litteræ Tuæ, meæque, ita rem me accepiſſe, ac ſi edi velis, quæ Dno. MENKENIO edenda ſubmiſi. Et id ipſum inter nos placuerat, edi poſſe narrationem amici, modo nomen ejus ſupprimeretur. Nec vero quicquam eſt in Epiſtola Tua injurium in hominem, aut mordacius; niſi quatenus narratio veri nobis expreſſa mordere poteſt. 1700. April.

Cæterum cur mea reſponſio dilata fuerit, cauſa fuit quod videbaris non magnopere curare quæ de nova deſignatione attuleram: at Dominus MENKENIUS ſimplicem Apologiam, cui nihil profecturum aſpergeretur, minus probabat.

Ea res mihi diſtracto differendi cauſa fuerat. Nunc vero ne Tibi videar me ſubducere velle, Apologiam Dno. MENKENIO mittere non diſtuli, quæ autem ad MOIVRÆI Theorema dicere volebam, ita reformavi, ut tantum breviter exhiberem Theorema infinities generalius, cujus caſus tantum ſpecialis eſt *Moivræanum* (3).

(3) *G. G. L. Reſponſio ad N.* FACII DUILLERII *imputationes. Acceſſit nova Artis analyticæ promotio &c.* Act. Erud. 1700. Maj. p. 198.

1700. April. Quod ad Calendarii Reformationem attinet; puto non esse necessarium ut Cyclos novos moliamur, aut a *Gregoriano* computo prorsus discedamus; cum ea quæ placuit *Ratisbonæ* collectis Evangelicorum Imperii statuum Legatis raro a *Gregoriana* ratione sit abitura, sed huc tantum tendebam in Litteris ad Academiam Regiam meis: si Consiliis Dni. CASSINI, aliorumque insignium Academiæ Astronomorum obtineatur, ut Pontifex Romanus in computo jam recepto quædam explicet in melius, Bulla quadam declaratoria fortasse edenda, eaque de re mature cum nostris communicetur, posse fortasse plenum utriusque partis consensum obtineri, & sane [ut hoc Tibi ejusdem Academiæ mecum membro, in aurem dicam] jam Dnus CASSINUS consultationem quandam huc facientem *Romam* misit. Itaque rogo, ut [dissimulata tamen hac notitia] Dno VARIGNONIO scribas, intellexisse Te a me, posse ope Academiæ plurimum conferri ad perficiendam utriusque Calendarii harmoniam, si suasu ejus ab Aula Romana Bulla declaratoria obtineri possit, inprimis si de re prius cum Mathematicis quibusdam Protestantibus per Mathematicos Academiæ communicetur. Rogabisque simul Dnum. VARIGNONIUM, meo nomine, ut caveatur ne id consilium emanet intempestive, & ab eo quæres, nomine Tuo, quidnam putet ea in re commode fieri posse, aut quanam in re *Gregorianos* computos temperari posse arbitretur. Quod ab eo intelliges, mihi ut mature significes peto.

Ordinum Imperii Evangelicorum nomine scriptum est *Ratisbona* etiam ad *Fœderati Belgii* Ordines Generales, petitumque, ut velint communia consilia sequi. Nempe *Ratisbonæ* placuit, ut omnia ad veritatem Astronomicam & *Nicænos* Canones constituantur: Ita raro a *Gregorianis* dissentietur. Suspicor Te a tuis *Groningensibus* & VOLDERUM nostrum ab *Hollandis* suis consultum iri; quid respondendum vos videritis: gratum tamen erit mihi mature intelligere sententiam vestram. Quæ Tibi scribo de hoc negotio, omnia cum Domino VOLDERO communicare potes, excepto quod de consultatione jam a Dno. CASSINO *Romam* missa dixi; sed admonendo, ut sibi servet; nolim enim consilium

filium ulterioris conciliationis [quod multis morosioribus apud nos displicere posset] re nondum matura vulgari, Vale & Fave:

Dabam *Hanovera* 25. Aprilis 1700.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Dominum a VOLDER interim a me saluta, nunc enim rescribere non licet, interim gratulor nobis de consensu.

EPISTOLA CV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De LEIBNITII *Apologia contra* FATIUM. *De Calendario reformando. Varia.*

Vir Amplissime atque Celeberrime. Fautor Honoratissime.

CUM multa scribendi occasio haud se offerat; responsionem ad postremas Tuas aliquantulum differendam censui. A VOLDERO nostro accepi Litteras, sed de disputatione nostra nil agentes, Tuum haud dubie expectat responsum, quod ad ultimas suas ipsi debes. Gratum fuit intelligere quod Apologiam Tuam contra FATIUM ad *Acta* miseris; mirabar tantum non jamdiu comparuisse; sed cæterum alienas cogitationes non habui; quanquam non diffitear me nescio quid timuisse, si, Te silente, quem tamen res primario spectat, ego mansissem solus qui res alienas curare visus fuissem. Quod autem dicis me Tibi visum fuisse non magnopere curare quæ de nova designatione attuleras; hariolari 1700. Jun.

1700. Jun. non poſſum unde hanc ſuſpicionem hauſeris, cum æquius multo ſentire ſolitus ſim de omnibus quæ a Te proficiſcuntur; idque Tibi ignotum eſſe haud poſſit. Ut dicam quod res eſt, ſcriptum quod mihi tranſmiſeras legeram quidem, ſed cum perveniſſem ad Mathematica, quæ profundam attentionem requirere videbantur, id ipſum fecit ut tum temporis non-niſi perfunctorie examinarem; ſpe fretus ea, meliori cum otio, poſtquam impreſſa eſſent, me relecturum; Vides quo jure me ea ſpreviſſe putes.

Neque ego puto neceſſarium eſſe, ut ad Calendarii reformationem Cyclos novos moliamur; haud enim facile aliquid excogitari poterit, quod ad rei veritatem propius accedat, quam computus *Gregorianus*, quodque commodius ſit: ſed ideo etiam vellem, ut mihi diſtinctius exponeres difficultates, quibus eum premi dicis; an eæ ſpectent Computum Aſtronomicum, an vero Eccleſiaſticum, an utrumque. Si primum, vel tertium; ſane & ego maxime cenſerem, de emendatione ejus ſerio cogitandum eſſe. Si vero ſecundum, credo rem non tanti eſſe; ſaltem nobis Proteſtantibus, ut multum ſolliciti ſimus, ut omnia ad mentem *Nicæni* Concilii conſtituantur. Quid enim ad nos, qui in nonnullis locis Feſta nulla celebramus, utrum mobilia rite ſequantur *Nicænos* Canones, an autem ab iis aberrent. An VOLDERUS ab *Hollandis* hac in re conſultus fuerit, mihi id nondum ſcripſit. Interim diu eſt, quod *Hollandi* utantur Calendario *Gregoriano*. Noſtræ Provinciæ Ordines me nondum conſuluerunt; expectaturi quid prius reſponderint vicini *Friſii*, quidque fecerint *Angli*. Cæterum, meo judicio, conſultius eſſet, ſi quid in Calendario *Gregoriano* emendandum, ut id fieret auctoritate Cæſaris, potiuſquam Pontificis *Romani*: ne alioquin hujuſmodi mutatio Religioni præjudicare plebeiis videatur.

Scripſi ad VARIGNONIUM prout deſideraſti; ſtatim ubi reſponſum accepero, Tecum communicare non intermittam. Jam diu eſt, quod nihil ex *Gallia* Litterarum ad me pervenerit. *Marchio* HOSPITALIUS me negligit omnino; per ſeſquiannum expecto ab illo reſponſionem. Poſſes, ſi velles, hujus ſilentii rationem ex ipſo quærere, quam rogo ut mihi reſcribas..... Cuperem

perem scire, per quem Academia Regia Tibi miserit Tuum Diploma. Dnus VARIGNONIUS mihi scripserat Dnum HOSPITALIUM id negotii in se suscepisse, sed tum temporis cum meum mihi mitteretur, ille non erat *Parisiis*. Vale.

Groninga 8. Junii 1700.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

Quomodo quæso *Frater* meus tecum agit? Vestrumne commercium etiamnum durat? audivi nuper ab Academia sua, eum, pro hoc anno, Rectorem constitutum esse.

EPISTOLA CVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Societate Regia Berolinensi. *De Calendario. Varia. De re nautica. De possibili & necessario.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

ECCE me tandem ad amicos pristinos & litteraria officia revertsum. Impedimenta, quibus districtus fueram ample exposui in Litteris ad Dnum VOLDERUM meis, quas hic apertas, ut ante, accipis; rogoque ut omnia Tibi dicta putes & excusationem etiam apud Te valere patiaris, qua vix alia potest esse justior. Quin potius spero causam moræ vobis gratam fore, cum inde fructus non contemnendi expectari possint. Scientiarum enim Societatem (4) erectam esse a magno Principe, per quam præclari Viri juvari, animarique possint, res non parva est. Itaque, rogo, 1700. Septemb.

(4) *Berolinensem.*

1700. Septemb. rogo, Tu quoque cogitationes conferas, ut pulchra occasione animoque Principis egregio recte utamur. Ideo suadeo etiam, ut Te quoque in Societatem recipi libenter velle ostendas. Quod si in Litteris ad me Tuis expressis verbis honorificis, quæ ego *Berolinensibus* communicare possim, & in quibus nulla sit mentio suggestionis meæ, faxo ut Tibi mittantur litteræ receptionis. Vides autem ex illis quæ ad VOLDERUM scripsi, nullum in ea re negotium Te Tibi accersere, cum quater in anno scribere, & ex penu divite Tua, aut etiam communicationibus amicorum aliquid suggerere Tibi sit in expedito. Conabor rem eo deducere, ut *Miscellanea* quædam subinde edantur, exemplo *Naturæ curiosorum*, & quidem fortasse trimestria; Ita etiam nos in publicandis nostris, non semper ab alieno arbitrio pendebimus.

Tecum sentio, si qua *Gregoriani* Calendarii emendatio impetrari possit, eam Cæsaris auctoritate procurandam esse, neque aliam in Imperio agnoscunt Protestantes. Sed quia Romana Pars rem semper ad Pontificem rejicit, nihil commune, nisi aliquo Pontificis apud suos interventu, confici potest. Computo *Gregoriano* circa Festa immobilia & intercalationes stare utique licebit. Sed in Paschatis constitutione, atque inde pendentibus Festis mobilibus, interdum abit a Regulis magnæ synodi *Nicænæ*, quas tamen tueri placuit Ecclesiæ, ipsique Pontifices hoc a se quæsitum sunt professi; eademque mens est Protestantibus plerisque Festa mobilia retinentibus per *Germaniam*, *Angliam*, *Septentrionemque*, cui etiam inhæsit Decretum Corporis Evangelici *Ratisbonense*.

Nosse velim an aliquid ex *Gallia* circa interrogata mea intellexeris.

Diu a Dno. *Marchione* HOSPITALIO, sed multo diutius a Domino *Fratre* Tuo nihil ad me est datum. Dnum *Marchionem* lentiusculum in scribendo dudum sum expertus. Litteras vel Diploma receptionis in Academiam non ille ad me misit, sed secretarius societatis Dominus FONTENELLIUS, cujus litteris Dominus *Abbas* BIGNONIUS suas adjecit.

Non

Non male facies, quod Te facturum polliceris, si paulatim ad rem nauticam discutiendam animum adjicias. Et video eam partem, quam tractavit HOSTIUS *Jesuita* Libro *de evolutionibus navalibus* esse a rebus mechanicis & architectonicis fere independentem; pauculis tantum assumtis positionibus circa venti actionem in vela, & id quod vocant derivationem, experientia nautarum comprobatis. 1700. Septemb.

Etiam a parte Dei fit, ut possibilia [ipsi] non fiant, si scilicet ea non velit. Et hoc sensu ante omnia decreta, res sunt contingentes, adeoque, ut rectissime ais, Deus liberrime elegit. Decreta autem porro, divinaque, vel præscientia, vel præordinatio contingentiam non tollunt, eo sensu quo a Philosophis accipi solet; nempe ut opponatur necessitati absolutæ, non hypotheticæ. Quod igitur ais, post decreta Divina, omnia esse necessaria, id nostræ contingentiæ non repugnat; hoc ipsum enim est, quod hypotheticam necessitatem appellant; itaque nullus hoc modo erit in re dissensus; unde præstat nec verbis pugnari.

Hæc addidi, ne quid in litteris Tuis penultimis intactum præterirem. Quod superest, Vale & fave.

Dabam *Guelfebyti* 6. Septembris 1709.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Societate Berolinenſi. *De Phoſphoro ſuo mercuriali. De* ROLLIO *Calculi differentialis adverſario.*

Vir ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1700. Octob. NOVISSIMAS Tuas, diutùrnioris ſilentii cauſam exponentes, avide & accepi & perlegi: incluſas ad Dnum. VOLDERUM poſtridie dimiſi. Jam ante quidem intellexeram de nova Scientiarum Societate erigenda; qua de cauſa Te iter *Berolinum* ſuſcepiſſe rumor ferebat: Nunc vero rem totam ex Tuis plenius intelligo. Gratulor Tibi honorem, quod Te potentiſſimus Elector laudabili huic negotio perficiendo præeſſe voluerit: ſed & inprimis gratulor Reipublicæ litterariæ, & bonis artibus, & ſcientiis omnibus, quæ non poſſunt non acquirere incrementa & perfectiones optatas, ſub auſpiciis tanti Principis jam pridem Muſas ſibi ſoli, ut videtur, devotas habentis; quod grato omnino animo agnovit Academia *Hallenſis*, medios inter belli ſtrepitus ab ipſo fundata, nunc præ aliis longe florentiſſima. Itaque rectiſſime dicis rem non eſſe parvam, a magno Principe erectam eſſe Scientiarum Societatem, per quam præclari Viri juvari animarique poſſint: quare non male egerint, ſi egregia occaſione recte utantur, junctiſque viribus eo annittantur, ut generoſo Principis conſilio ſatisfiat, publicæ utilitatis promovendæ elegantiorumque ſtudiorum amplificandorum cauſa, quod ſane in Sereniſſimi Fundatoris non tantum, ſed & in totius Germaniæ, communis noſtræ Patriæ, immortalem tendet gloriam; quando præſertim recens hæc fundata ſocietas inter vicinas, ut ſpero, *Itali-*

Italicas, *Gallicam*, *Anglicam*, se se extollet, quantum Cupressus inter viburna. Ad tenuia mea quod attinet, studia; si visa fuerint conferre posse aliquid ponduſculi ad societatis vigorem & incrementum, me certe non adeo alienum præberem, si id honeste & decenter a me peteretur. Tuo autem prudenti relinquo consilio, num quid *Berolinensibus* hac de re communicare volueris. Non dubito quin, juxta alia, etiam physica & experimentalia inprimis excolenda fuerint. Optarem hic mihi subsidia administrarentur, ad procuranda plura instrumenta, supellectilem, materiam, aliaque ad hoc onus necessaria: pollicerer sane mihi non inutilem succeſſum. Ordines quidem nostri ante aliquot annos, in usum nostræ Juventutis studiosæ, meo consilio inducti, aliquam summulam suppeditarunt; quæ autem vix-dum principalioribus instrumentis coemendis sufficiebat. Destituto itaque annuo subsidio, sumptibus quotidianis impendendo [quod ab illis flagitaveram, sed frustra] non ea, qua vellem, strenuitate naturæ arcana rimari licet; tametsi, ne sic quidem tempus teram, quin tentaminibus minus pretiosis, ex meo institutis, interdum aliquid novi detegam. Ita nuper inveni modum parandi novum genus Phosphori valde lucidi, & facile parabilis, ex argento vivo in vacuo posito. Hic Phosphorus omnibus aliis palmam præripere debet; primo quod eum, non casu fortuito, cui reliqui omnes ortum suum debent, sed de industria, a priori, & principiis meis ratiocinando invenerim; secundo, & quidem præcipue, quod meus Phosphorus sit perpetuus, loco quod omnes alii se se consumant, vel saltem suam virtutem, tractu temporis, amittunt. Unde jam innotesceret, quomodo tales lampades sepulchrales in perpetuum durantes parari possent, quæ fulgerent tantum, non arderent. Incidi in hoc inventum hac occasione. 1700. Octob.

Cum ante aliquot menses, in libro aliquo legissem PICARDUM Societatis Gallicæ, in suo Barometro, cum forte per tenebras illud transportaret, in parte tubi vacua, observasse aliquem fulgorem ex improviso apparentem, & mox iterum disparentem, postea redeuntem, toties quoties argentum vivum per motum

1700. Octob. reciprocationis in tubo deſcendebat; cum vero reliqui ejuſdem Societatis Viri, quibus ille inexpectatum Phænomenon monſtraverat, ſinguli idem in ſuis Barometris tentare vellent, nemini recte ſucceſſiſſe dicitur; donéc poſtea, ex multis Barometris, quæ tentata fuerant, unicum fuerit repertum, quod etiam aliquod lumen, ſed longe debilius quam *Picardinum* vibrabat. Hiſce lectis, meum Barometrum, quod uſui ordinario inſerviebat, confeſtim arripio, mecumque porto in tenebras, tentaturus num quam lucem in illo obſervarem: ſed prima agitatione fruſtra, dein violentiſſime agitatum, in quolibet deſcenſu mercurii, jam jam iterum aſcenſuri, luculam aliquam, ſed perquam obſcuram emiſit. Hac ſuper re meditare incœpi, & tandem mihi videbatur, ſecundum ratiocinium meum, lucem illam in omnibus Barometris apparere debere, ſi conficiendo Barometro tubi alio quam ordinario modo implerentur, quo impediatur, ne ſuprema ſuperficies mercurii in tubo cooperiatur pellicula quadam, qua omnis mercurius a contactu aëris ſuperinducitur, ad inſtar alicujus pultis, & omnium fere liquorum, qui aëri expoſiti talem pelliculam in ſummitate ſua contrahunt; hanc enim pelliculam eſſe exiſtimavi, quæ materiam lucificam, ex mercurio ſingulis deſcenſibus egredi volentem, ad occupandum tubi ſpatium a mercurio deſcendente relictum, coerceat & impediat quominus erumpere poſſit. Excogitavi itaque duos modos implendi tubum Barometri citra contactum aeris; ita ut columna mercurii nuda eſſet, & immunis ab illa pellicula; & reapſe modis illis in effectum deductis, & variis Barometris ita paratis, feci periculum in tenebris, non ſine magna voluptate & delectamento, videns exitum meo ratiocinio, etiam ultra quam ſperabam, reſpondiſſe. Omnes enim iſti tubi, leviſſima agitatione, tam vividam lucem de ſe ſpargebant, ut etiam litteras majuſculas diſcernere potuiſſem, cum tamen antea tubus more ordinario impletus, eodem quidem argento vivo, nihil omnino, vel parum, violentiſſimis ſucceſſibus luxerit. Lætabar equidem inveniſſe modum generalem omnia Barometra reddendi lucifera; meamque proin-

proin inventionem cum Academia *Pariſina* communicavi (1), 1700.
rogavique ut idem probarent curioſi : ſed nuperrime reſcripſit Octob.
VARIGNONIUS, nonnullos experimenta mea tentaſſe quidem, ſed optatum ſucceſſum non obtinuiſſe ; hinc meam inventionem neglectam deſeruiſſe, & fuſque deque habitam; tribuentes ſucceſſum meorum Barometrorum propriæ alicui qualitati mercurii, qua omnes mercurii non gaudent, ſed pauciſſimi tantum. Ego vero minime deterritus hac reſponſione, conſcius quippe duos tubos, eodem mercurio repletos, ſed unum modo ordinario, & alterum novo a me excogitato, diverſos adeo effectus pro didiſſe; rejicio infelicem ſucceſſum ſociorum *Pariſinorum* in ipſorum incuriam qua quæ præſcripſeram non caute ſatis obſervabant. Reſumſi itaque omnia, & denuo tentavi, & ecce cum priſtino felici ſucceſſu; & quod plus eſt, ne quid peculiari mei argenti vivi proprietati tribui poſſit, comparavi mihi aliud argentum vivum, cum quo æque feliciter omnia præſtiti : quod abunde confirmat, id non deberi raræ alicui proprietati argenti vivi, quæ non omni competat; niſi quis hic velit dicere me, forte fortuna, incidiſſe in duos ſucceſſive mercurios hanc rariſſimam virtutem habentes; quod meo judicio moraliter impoſſibile eſt. Sed hactenus dicta non ſunt, in quibus Phoſphorus meus conſiſtat: eum, hac occaſione, ante paucas hebdomadas excogitavi, quo ſpero omnes objectiones ſubmotum iri: nam non dubito quin facile, ope cujuſcunque argenti vivi, parari poſſit. Sumo phialam vitream, robuſtam, & recentem, quæ nulli uſui adhuc inſervierit : nam vel minima humiditas, vel oleoſitas intus lateribus adhærens, apparitionem luminis valde imminueret, ſi non omnino tolleret. Huic phialæ, ſi capax ſit $\frac{1}{8}$ menſura vulgaris, lente infundo 4 aut 5 uncias mercurii bene purgati, cavendo ne phiala multum agitetur; ſtatim enim mercurius contraheret dictam pelliculam lumini tam noxiam : poſtea, ope anthliæ pneumaticæ, extraho aërem ex phiala quantum poſ-

(1) *Nouvelle maniere de rendre les Barometres lumineux.* Mem. de l'Ac. Roy. des Sciences 1700. pag. 178. Opp. Tom. I. N°. LXII. pag. 337.

1700. Octob. ſum accuratiſſime; quo facto, phialæ orificium claudendum eſt, ope epiſtomii ad id adaptati, vel alio modo obturandum exactiſſime, ne, poſt exhauſtionem, aëris vel minimum ingredi poſſit. Omnia ſi bene ſint obſervata & peracta, removeo phialam ab Anthlia; eaque mihi præbet Phoſphorum portatilem perpetuum: nam in denſiſſimis tenebris, ſi phiala valde ſurſum deorſum agitetur, tota phiala ſplendidiſſima luce ſubito adimpletur; nec illa ceſſat, niſi ceſſante agitatione. Diceres Te videre aquam ignitam, totam phialæ capacitatem perfundentem: lumen enim, ſi rite præparetur phiala, non minus vividum eſt quam Phoſphori *Kunckeliani*; ſeu, ut alii volunt, *Anglici*. Præterea, non, ut in Barometro, alternatim apparet, & diſparet; ſed quamdiu incluſus mercurius agitatur, tamdiu, ſine ulla interruptione, ſplendet, & tanto vividius quidem, quanto vehementius percutitur.

Hunc effectum ex meis principiis prævideram: cogitabam enim pelliculam illam, ſi qua generetur (quæ tam difficulter in Barometris præcaveri poteſt, quæque adeo materiam luminificam, vel omnino ſuffocat, vel valde debilitat, ideo quod illa mercurium deſcendentem tenaciter comitetur, nec ob æquabilem & uniformem motum facile lacerari poſſit) hic e contrario in phiala, cum mercurius vehementer in omnes partes, motu inordinato moveatur, non poſſe non plurimis in locis lacerari, & ita exitum concedere materiæ iſtæ tenuiſſimæ, cujus motu lumen excitatur, quæque ex poris anguſtiſſimis argenti vivi prodibit, dum alia de novo ſuccedens poros ab oppoſita parte ſubit, adeoque ſemper nova materia luminifica præſto eſt. Quomodo autem omnia procedant, cur vacuum requiratur, cur item mercurius ad hoc aptus ſit, non alii liquores, de iis ample cogitata mea Academiæ aperiam; ſed hanc novam effectionem Phoſphori portatilis & perpetui nondum communicavi. Feci experimentum coram Viris curioſis aliquibus hujus urbis (habeo enim in parato tales phialas diverſo mercurio donatas. & rite aëre exhauſtas, quæ æqualem effectum præſtant): confeſſi ſunt omnes ſe nihil unquam curioſius vidiſſe. Ecce totum hujus Phoſphori myſterium quod

Tecum

Tecum primo communicare volui: ſi illud dignum reputes, quod ad novam Societatem mittas, ego non repugno. Vale. 1700. Octob.

Groningæ 5. Octobris 1700.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Non video quod Computus *Gregorianus* in Paſchatis conſtitutione, atque inde pendentibus Feſtis mobilibus, abeat a regulis magnæ Synodi *Nicænæ*. VARIGNONIUS, in noviſſimis ſuis litteris, ad interrogata Tua, quod miror, nihil reſpondit: refricabo ipſi memoriam, quam-primum ipſi reſcribam. Interim ecce ex ejus litteris, quæ ad Te primario ſpectant. Rogo ut remittas. Videbis novum differentio-maſtigem in ..... ROLLIO. Vidi hunc hominem aliquoties, cum *Pariſiis* eſſem, apud *Marchionem* HOSPITALIUM: ſed memini me jam tum ad HOSPITALIUM dixiſſe, quantum ex hominis converſatione capere potuerim, ab eo nihil, nec boni, nec docti expectandum eſſe; ut-pote cujus tota ſcientia conſiſtit in reſolvendis aliquot quæſtiúnculis algebraïcis.....

EPISTOLA

EPISTOLA CVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Phoſphoro mercuriali. De Phoſphori igniferi inventore. Varia. De Calculi differentialis adverſariis.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1700. Decemb. QUANTI & Te faciam, & inventa Tua, vel inde æſtimare potes, quod heri, id eſt penultima Seculi die ex longo itinere domum redux Tibi ſcribo inter primos. Litteras domi inveni infinitas, quarum partem necdum legi, Tuas non diſtuli aperire, & magna cum voluptate pulcherrimum inventum Tuum vidi, quo lucis impedimentum a mercurio in vacuo tollis. Hoc Tuo nomine communicabo *Societati Scientiarum Brandeburgicæ*, cui erit gratiſſimum, ſimulque indicabo rem convenientiſſimam & Tibi non ingratam facturos, ſi ad Te Diploma receptionis mittant. Neque enim alia ceremonia opus puto. Idemque ſic erga alios factum. Interim rogo ut inventum ſic communicatum mittas, quemadmodum deſcriptum voles, rationibus etiam adjectis ad cauſas illuſtrandas. Quærere libet, an deprehenderis, exiguam quantitatem mercurii diviſam in partes multarum ſuperficierum, præſtare, quod magna quantitas parum habens ſuperficiei, ſeu an lux magis ſuperficiei, quam corporis quantitatem ſequatur.

Phoſphorus igniſer (ſic eum appello, quia ex motu in verum ignem erumpit) neque Anglicanus eſt, neque *Kunkelianus*, ſed *Brandianus*; nam a BRANDIO apud *Hamburgenſes* vero inventore, KRAFTIUS & KUNKELIUS compoſitionem obtinuere, quam KRAFTIUS (Authorem candide profeſſus) tulit ad

ad *Anglos*, KUNKELIUS pro ſua publicavit; ſcis marinos fluctus lucem Phoſphoro Tuo ſimilem etiam agitatione producere, ut cognata admodum res videatur. Et ſcimus alias, multa eſſe mercurio non abhorrentia ab effectibus ſalis quo mare imprægnatur. Nec abſimilis lux editur ſacchari ictu. Illud inprimis conſiderandum, an hinc adjuvari poſſit cognitio lucis. . . . . 1700. Decemb.

. . . . . .

Dnus MENKENIUS ſcribit Dnum FATIUM ad Tua reſponſum tranſmiſiſſe; ita tamen ut poteſtatem fecerit delendi quæ velles; Te nondum, reſpondiſſe. Meo judicio optime faceret Dnus MENKENIUS, ſi FATIUM ad *Anglicana Diaria* remitteret. Cur enim noſtra, id eſt *Germanorum Diaria* alienis in nos ipſos publicandis inſervirent, cum exteri ſimilia officia nobis non præſtent. Olim dicebamus; *Bon jour & bon an*, nunc Tibi opto *Bon ſiecle*, & *bon an*.

Dabam *Hanovera* 31. Decembris 1700.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Hortare, quæſo, Dnum. VOLDERUM, [cui adjunctas mitti peto] ſed velut ex te, ut Doctrinam de vera virium & actionum motricium æſtimatione docendo propaget, ſive viva voce, ſive Theſibus, diſputationibuſque. Nec inutiliter Dno. *Marchioni* HOSPITALIO ſignificabitur, proſelytum nos tam inſignem habere. Pene oblitus eram ROLLII; ejus nihil hactenus vidi, niſi titulos & ænigmatica quædam ſchediaſmata inſerta *Diario Eruditorum*. Hujuſmodi adverſarii, quales NIEUWENTIIT, & ROLLIUS & CLUVERIUS [alias cæteris longe præferendus] noſtra non evertent, ſed magis novis palmis decorabunt: Interim perutile eſt os illi occludi per reductionem ad Demonſtrationes Veterum more formatas, & egregiam ea in re operam navaturum puto Dnum VARIGNONIUM. Non po-

tui melius ad ſilentium redigere Dnum CLUVERIUM, quam quærendo, poſſit-ne error ab ARCHIMEDIS aliqua conſtructione aſſignari; quod ſi non poteſt, veram ejus Parabolæ quadraturam eſſe oportet; neque enim de aliis quam aſſignabilibus quantitatibus agitur in Propoſitionibus geometricis. Idem de cæteris dicendum. Rogo ut Dnum VARIGNONIUM officioſiſſime a me ſalutes, eique gratias pro communicatis notitiis meo quoque nomine agas.

EPISTOLA CIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Phoſphoro ſuo mercuriali. De FATIO. *De* GREGORII *reſponſione ad Examen ſuæ* Catenariæ. *De* CARREO; VOLDERO, BRANNIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1701. Januar. QUAS mihi ſcripſiſti litteras, pridie novi ſæculi & anni *Gregoriani*; ego quoque pridie ejuſdem anni ſed *Juliani* accepi; qui dies notabilis fuit, quippe quem excepit longa nox undecim dierum; ea enim finita nobis ecce jam duodecimus Januarii illuxit; idem quoque apud *Friſios* Occidentales factum eſt. Quod ex itinere redux mihi inter primos reſpondere dignatus fueris, eſt utique ſingularis Tuæ erga me benevolentiæ ſignum; quod gratus agnoſco, conaborque eam quavis occaſione demereri. Gaudeo quod inventum meum novi Phoſphori Tibi placeat: placet etiam pluribus Academiæ Regiæ ſcientiarum. Dnus VARIGNONIUS mihi ſcripſit Dnum HOMBERGIUM mea experimenta de novo facturum, quam-primum otium nactus fuerit; Præſi-

Præſidem vero Academiæ Dnum BIGNONIUM tanto hujus Phoſphori deſiderio teneri, ut, ſi HOMBERGIO res non bene ſucceſſura eſſet, me roget ut Phoſphorum a me paratum per Curſorem publicum ad Academiam mittere velim. Avide interim exſpecto HOMBERGII ſucceſſum, antequam inventum publico communicem. 1701. Januar.

Imo maxime mercurius, ſecundum ſuperficiei, non molis quantitatem, lucet; nam in Barometro in ſummitate tantum columnæ mercurialis lux obſervatur; in lagenula vero vitrea quantitas mercurii licet exigua, tota tamen ignita apparet; quoniam vehementi agitatione in plures multarum ſuperficierum partes diſpergitur; ita ut quælibet guttula ſuum peculiare lumen præbeat. Unde etiam mihi in mentem venit, poſſe, præter curioſitatem, aliquam utilitatem ex hoc invento capi; nimirum cogitavi, ſi haberentur duo vaſa vitrea uniformia & robuſta, eaque conjungerentur ad vertices, relicto foraminulo communicationis ex uno in alterum, in modum horologii arenarii, ſed loco arenæ immittendus foret mercurius, & poſtea aër ex vaſis combinatis extrahendus; quod quomodo commode fieri poſſit jam perſpicio; cogitavi inquam, tale horologium, etiam noctu, in tenebris inſervire poſſe; etenim radius mercurii per foramen defluentis foret lucidus, quæ lux non ante ceſſaret, quam omnis mercurius ex ſuperiori vaſe in inferius delapſus eſſet. Loco vaſculorum poſſent adhiberi tubi longi, ut ita ex longitudine radii lucidi paulatim deſcendentis etiam ipſa minuta metiri liceret. Hujuſmodi horologiis uti poſſent ſpeculatores noctambuli, excubitores nocturni, aliique in occaſionibus, ubi ſonus campanarum vel audiri non poteſt, vel non debet.

Non puto lucem marinorum fluctuum cognatam eſſe luci mercurii in vacuo: ex meo enim explicandi principio non ipſæ mercurii particulæ producunt lucem, ſed potius materia ſubtiliſſima, quæ in anguſtiſſimis mercurii porulis hoſpitatur, ſi excutitur agitatione, mox libera cum ſit a clauſtrorum impedimentis celerrimum motum acquirit, & ita lucem cauſatur; atque adeo ſi alium haberemus liquorem valde ponderoſum, cujus nempe

1701. Januar. pori eſſent valde exiles, nullus dubito, quin idem effectus in eo qui in mercurio obſervaretur; aurum, exempli gratia, ſi fluidum reddi poſſet, ſervata ſpecifica gravitate, omnium, credo, foret commodiſſimum ad hoc negotium, & Phoſphorum redderet longe clariorem quam mercurius. Jam vero fluctus marini poros habent nimis amplos, quam ut ſolam materiam ſubtiliſſimam, & luminificam in ſe contineant; Ergo ipſæ ſalis particulæ, quæ a fluctibus ſeparatæ & in aere vibratæ, celerrime gyrando, cum ſint rigidæ, circumſtantes aëris aliaſque craſſiores particulas repellunt, ſpatiumque hoc modo faciunt materiæ luminificæ undique affluenti; magna igitur hic eſt differentia: quod ex eo porro confirmatur, quod mercurius in vacuo tantum luceat, aqua vero marina non-niſi in aëre: nam urina, quam quia ex ea Phoſphorus [ut vocas] *Brandianus* conficitur, ex omnibus liquoribus ſalinis aptiſſimam putabam, incluſa tamen in vacuo, eaque valde agitata, nec minimam quidem ſcintillulam emittebat. . . . . .

Verum eſt quod Dnus MENKENIUS Tibi ſcripſit Dnum FATIUM ad mea reſponſum tranſmiſiſſe, quod MENKENIUS mecum communicavit; id autem remiſi, abſque ut in eo quicquam deleverim, & dixi Dno MENKENIO me poſtea reſponſurum, quando *Fatianum* comparuerit: id autem nihil continebat, niſi quod dicat hiſtoriam a me perlatam otioſiſſimam [ut vocat] eſſe fictam: ſe diu poſſidere methodum noſtra Problemata ſolvendi, utque id probet affert ſolutionem Problematis curvæ Iſochronæ, in qua mobile ab horizonte æqualiter deſcendit, jam ante multos annos a Te propoſiti & ſoluti. Sed ſi tam dexter eſt, cur non etiam Iſochronam paracentricam ſolvit? Deinde oſtendit, quod ex modo meo, quo brachyſtochronam, per Doctrinam *Fermatianam* refractionum, ita etiam Solidum minimæ reſiſtentiæ determinare poſſit: Præterea nihil habet. Audio etiam Tibi reſpondiſſe; at nihil ineſſe, præter inutilem velitationem verborum; quare dubius hæret Dnus MENKENIUS utrum imprimat, nec-ne. Scire tamen ex Te vellem, quid FATIUS Tibi regeſſerit.

Videris

Videris ſine dubio in noviſſimo *Actorum Julio*, *Davidis* GREGORII (1) reſponſionem ad animadverſiones Tuas. Mi- 1701. Januar.
ror profecto Virum bonum, nec nunc quidem ſuos paralogiſmos videre poſſe, vel velle, ſed novos potius cum prioribus [in quibus perſeverat] conſuere, dum Lemma mechanicum, per ſe quidem elegantiſſimum, tam male applicat, cæteraque omnia miſere incruſtat frivolis diſtinctiunculis, inter cauſam gravitatis & gravitatis effectum. An non judicas e re eſſe, ut primas Tuas animadverſiones vindices ſecundis, & Orbi Litterato monſtres quantum adhuc cæcutiat reſponſionis auctor.

Eodem die, quo Tuas, accepi etiam litteras a VARIGNONIO & HOSPITALIO; Varignonianas, quæ plura continent de ROLLIO aliiſque, Tibi miſiſſem cum hiſce, niſi faſciculum tumidum nimis feciſſent. Ecce interim quæ habent ad te ſpectantia: *Vous demandez ce que Monſieur* LEIBNITZ *ſouhaite par raport au Calendrier: nous ne le ſavons point encore. On n'a pas crû y devoir toucher, ſans une permiſſion de Rome, que la mort du dernier Pape a retardée.* Alio in loco loquens de Domino CARRE', ſuo amanuenſi (*Elève*) dicit; *Il vient de nous donner de petits Elemens de Calcul integral* (2), *concernant la meſure des ſurfaces, la dimenſion des ſolides, des Centres de peſanteur, des Centres de percuſſion, & dans des queſtions à peu près ſemblables à celles* d'ARCHIMEDE, *& ſeulement dans ce qu'elles ont d'abſolument integrable, afin, dit-il, de faire comprendre à ceux qui commencent, avec quelle facilité ce Calcul reſout les plus difficiles queſtions des Anciens.*

Tuas poſtremas ad Dominum VOLDERUM ſcriptas ipſi jam miſi, hortatus ſimul (quod petis) ut, nunc perceptam veram æſtimationem virium motricium, in Scholis ſuis docendo propaget, veteremque errorem de quantitate motus conſervanda explodat: quod pro candore ſuo eum facturum ſpero.

(1) *Reſponſio ad Animadverſionem ad D.* GREGORII *Catenariam* &c. A. E. 1700. Jul. p. 301,

(2) *Methode pour la meſure des ſurfaces* &c. *par Mr.* CARRE'. Paris 1700. 4°.

Ecce heic litteras a Clar: BRAUNIO Collega meo, qui audivit Te Authorem esse menstrui excerpti (*Monathlicher Auszug* —) quod *Hanoverae* editur; in quo autem recensendo ejus selecta sacra, alia quædam opuscula, ab ipso non profecta, ipsi adscribis; haud dubie quod similitudo nominis Tibi imposuerit. Eo itaque fine credo, suas ad Te misit, ut Te roget, velis errorem in personam commissum in eodem excerpto proximi mensis indicare. Quod si Dno. BRAUNIO respondere digneris, possunt litteræ ad me mitti, eas ipsi mox traditurum. Vale & novum hunc annum seculique plures novi sequentes feliciter transige.

Groningæ 25. Januar. 1701.

Amplitudini tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

De HERMANNI *responsione ad* NIEUWENTITIUM. *De* FATIO & GREGORIO, & BRAUNIO. *De phosphoro mercuriali.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

. . . . . .

. . . . . .

1701. Januar. DOMINUM M. *Jacobum* HERMANNUM eum esse puto, cujus Libellus pro sententia mea contra Cogitationes NIEUWEN-

WENTITII posteriores mihi missus est (3); nescio an Tibi vi- 1701.
sus. Non licuit examinare, videtur tamen non male respondere Januar.
NIEUWENTITIO, etsi responsione amplius opus esse non putarim.

Ego quoque *Fatianam* schedam remisi Domino MENKENIO, cum responsione aliqua mea in id scripta, ut eam remittat ipsi. Nam ut talia, in quibus rerum nihil, *Actis* inserantur, nec Dnus MENKENIUS consultum ducit. Inania erant quæ dicebat, mista ex querelis, palpo, aculeis.

Non vidi quæ Dnus GREGORIUS nuper dixerit, indica quæso mensem (4). Non est quod ipsi amplius respondeatur; sufficerit forte dici, petitum fuisse ut obtineret approbationem NEWTONI; sed eam fortasse non potuit impetrare.....

Ecce responsum Celeberrimo Dno BRAUNIO; eum facile docebis, me sæpe absentem & aliis distractissimum non posse conficere tales libellos menstruos. Juvenis eruditus est apud me, qui talia parat, & qui ex meis Commerciis Litterariis, quædam adhibet in rem suam.

Ipse suspicatus eram, noluisse Academicos Regios tangere rem Calendariam, ne *Romam* offenderent; expectemus ergo permissionem.

Gaudeo suspicionem meam de luce mercurii proportionali, non corpori, sed superficiei, experientiæ Tuæ consentire; inde etiam spem majoris usus concepéram. Interea Societati *Brandeburgicæ* inventum Tuum communicavi. Mittam & Æthiologiam, ubi communicaveris.

Ego ingeniosas de causis Phænomenorum conjecturas, etsi non absolutas, tamen laudo & perutiles judico; ita enim collatis experimentis paulatim ad certitudinem majorem accedi potest. Experimenta essent optanda in metallis fusis, & simul in vacuo agitatis; sed foret in illis sumendis non parum difficultatis. Oleum vitrioli est inter liquores ponderosiores, quod si in eo

(3) *Jacobi* HERMANNI *responsio ad Considerationes secundas* NIEUWENTITII. Basil. 1700. 8°.

(4) A. E. 1700. Jul. p. 301.

1701. Januar. eo aliquod esset lucis vestigium, adjuvaretur conjectura Tua. Considerate etiam digna est ignitio quam ferrum acquirit a motu, tum quid aqua marina, & alia ab ictu lucentia præstarent in vacuo. Cum aqua marina agitata lucet, non putem salis partes a fluctibus separari, sed ipsam aquam sale prægnantem incalescere. Cum in urinæ magna copia pauxillum lateat Autophosphori, frustra ab eo lucem in ipsa permotum expectes. Addo quod Autophosphorus non salinæ est, sed sulphureæ naturæ, & luce sua absumatur. Secus judicandum de illis, quibus motus sufficit ad perenniter lucendum, quibus non partes ipsorum privatæ crassiusculæ accenduntur, sed publicæ permeantes tantum congregantur. Est quidam Thermophosphorus, qui lucem solo calore concipit, in illo pariter ac in Litheosphoro (sive *Bononiensi* sive *Balduiniano* qui lucis quasi Echo est quædam) multa adhuc essent tentanda.

Grata erunt quæ *Hospitaliana* & *Varignoniana* communicare voles. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 28. Januarii 1701.

Devotissimus.

G. G. Leibnitius.

P. S. In Litteris ad Dnum Braunium oblitus sum dicere Auctorem Excerptorum Menstruorum, ut mihi dixit, ex Baylii *Dictionario*, voce Stouppe sumsisse, quæ de *Neomagensi* Professione dixerat: is enim talia ad marginem notaverat, loquens de refutatione libri, quem *Helvetius* ille scripserat in Religionem *Batavorum*.

EPIS-

EPISTOLA CXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De phoſphoro ſuo mercuriali. Varia.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime. Fautor Honoratiſſime.

. . . . . .

CREDEBAM me jam indicaſſe menſem, in quo GREGORII reſponſio continetur. Ille eſt *Julius* anni elapſi *Actorum* *Erudit.* Quod inventum meum, de mercurio lucifero, Societati *Brandeburgicæ* communicaveris, ago gratias; gratum erit intelligere ejus judicium de eo. Mittam ætiologiam, poſtquam accepero *Pariſiis* ſucceſſum experimentorum, quibus ratiocinia mea confirmatum iri ſpero. Gaudeo interim Tibi probari opinionem meam ſummatim Tibi perſcriptam, dum lucem mercurii non ex partibus ipſis mercurii privatis deduco, ſed eam tribuo materiæ publicæ tenuiſſimæ poros mercurii exiliſſimos permeanti, & per concuſſionem foras prorumpenti & in cumulum coeunti, ſi metalla poſſent alio modo quam igne fuſa, fluida reddi; [ſervata tamen ſpecifica gravitate] nullus dubito quin in vacuo lucerent, æque ac mercurius; ſi autem per ignem ſunt fuſa, quid opus eſt Experimentis, cum jam per ſe in aëre luceant? An Oleum vitrioli ad hoc negotium ſit idoneum valde dubito. Ut ut enim paulo ponderoſius ſit quam cæteri liquores, multum tamen de eſt quin ad ponderoſitatem metallorum accedat. Adde quod nunquam ſit ſine aquoſitate, quam valde imbibit, ita ut pro hygrometro poſſit inſervire: jam vero omnis materia he-

1701. Februar.

1701. Februar. terogenea apparitioni hujus lucis valde eſt noxia; faciam tamen periculum cum eo, ſi per otium licuerit. Cum urina non luxerit in vacuo, veriſimile eſt aquam marinam, quæ ſimilis eſt naturæ, non meliorem effectum editurum. Thermophoſphorus de quo loqueris, paratur, ni fallor, ex calce, nitro, aqua forti ſeu regia, &c. Vale & fave.

Groningæ 26. Februar. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Ecce heri litteras a Domino VOLDERO: Inſtat, ut video, & urget ut Tuam quoque ſubſtantiæ notionem velis ſibi aperire. *Jac.* HERMANNI libellum, pro ſententia Tua contra NIEUWENTIIT, non modo non vidi, ſed etiam talem Te eſſe nactum novum vindicem nequidem audivi; ideoque gratum eſſet Libellum iſtum videre, ſi commode tranſmitti poſſit.

EPISTOLA CXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Phoſphori mercurialis vaſculum petit. &c.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . . . .

. . . . . .

1701. Mart. DOMINI HERMANNI Libellum ad Te quoque mittam; eſt enim requirendus inter alios libros nondum compactos.

Societas

Societas *Brandeburgica* nondum ſolemnes conventus habuit, unde deſcriptio Phoſphori Tui eximii nondum producta eſt; ſed reditus Aulæ Regiæ & ipſam animabit. Si ſimile vaſculum, quale Dnus. *Abbas* BIGNONIUS deſiderabat, ego quoque a Te impetrare poſſem, multum adderes cæteris Tuæ in me benevolentiæ notis; nam mihi conficere non vacat, nec libenter cuivis committo rem meo judicio pulcherrimam, & dignam quæ non proſtituatur. 1701. Mart.

Remitto *Varignonianas* Litteras cum multa gratiarum actione. . . . . .

. . . . . .

Dno VOLDERO mox ſcribam, nunc enim non licet. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 11. Martii 1701.

Deditiſſimus.

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De invento Tſchirnhauſiano, *circa rectificationes. De Arithmetica binaria. Phoſphorum mercurialem iterum petit.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . . . .

. . . . . .

DOMINUS TSHIRNHAUSIUS mihi ſcribit, eſſe ſibi inventum, quod, meo judicio, foret perpulchrum: Data ſub- 1701. April.

1701. April. tenſa alicujus arcus curvæ, excepto Circulo, dare ſubtenſam alicujus arcus ejuſdem curvæ, ut differentia arcuum ſit abſolute, ut ipſe loquitur, quadrabilis, hoc eſt, in rectum extendibilis; de quo ſpecimen in Ellipſi ſit daturus. Addit, ſe hoc poſſe, nullo ad quadraturas reſpectu. Vereor ne aliqua veriſimilitudine ſit deceptus. Interim ſpero aliquid ſaltem utile pro eximio ingenio ſuo eſſe eruturum. Addit ſe etiam, hac ſua ejuſdem curvæ arcus comparandi methodo, invenire poſſe, quando poſſibile ſit invenire arcus in data ratione. . . . . .

. . . . . .

Celeberrimo Dno VOLDERO adhuc reſponſum debeo; ſed dici non poteſt quam fuerim diſtractus his diebus per alia negotia, præſertim cum fuerint quæ me cogerent crebrius ſolito ire in Aulam. Et abſtractæ illæ a materia meditationes animum in ſe collectum poſtulant. Spero tamen me quam-primum eſſe ſatisfacturum meo officio. An ipſi Viro inſigni ſim ſatisfacturus aſſeverare non auſim; ſaltem non ſtatim id mihi promitto.

A multis annis cogitationem habui ſingularem de novo genere Arithmeticæ, ubi omnia exprimantur per 0 & 1; adhibita ſcilicet progreſſione dyadica pro decadica. Hinc cum tam parum caracteribus onerati ſint numeri, omnia procedunt pulcherrimis progreſſionibus. In naturalibus prima columna habet periodicum 01, ſecunda 00 11, tertia 00 00 1111, quarta 0000 0000 1111 1111, &c. Sed idem evenit in omnibus multiplis naturalium, ut tales oriantur periodi, imo in omnibus potentiis, quadratis, cubis, &c. & harum potentiarum

ſummis.

ſummis. Ubi illud eſt mirum & pulchrum, quod periodi in potentiis utcunque altis, aut ſummis, non ſunt longiores quam in ipſis numeris naturalibus. Hic jam id agitur ut quærantur periodorum leges. In multiplis jam habeo; ſed quærendæ adhuc ſunt in potentiis & ſummis earum. Latet in hoc Calculo ultimum Calculi refugium pro tranſcendentibus determinatis, quando aliter exprimi non poſſunt. Miſi *Pariſios* ad Dominum ſecretarium Academiæ, non ut edatur (1), ſed ut aliquis, cui plus otii, excitetur ad hoc argumentum excolendum.	0	0 1701.
	1	1 April.
	10	2
	11	3
	100	4
	101	5
	110	6
	111	7
	1000	8
	1001	9
	1010	10
	1011	11
	1100	12
	1101	13
	1110	14
	1111	15
	10000	16

Si quando pulchrum munus Phoſphori Tui pro favore tuo ſingulari ad me deſtinabis; poterit occaſione aliqua oblata, [neque enim in mora nimis periculum eſt] mitti *Bremam* ad Dominum Doctorem MEIERUM, Paſtorem & Theologum inſignem *Bræmæ*. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 5. Aprilis 1701.

Deditiſſimus

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

(1) *Edita eſt* LEIBNITII *Scheda de hoc argumento*, Mem. de l'Acad. Roy. des Sc. 1703. pag. 85.

EPISTOLA CXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Arithmetica binaria. Mittit responsionem ad Objectiones Rollianas *in Calculum differentialem.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1701. April. NIsi præjudicium a comparatione Tetractyos [cujus Auctor (2) scopum diversum a meo, diversissimasque hic cogitationes habebat] feciſſet ut dyadicam progressionem tantum obiter considerares, mirarer Te, tam acri ingenio Virum, non statim animadvertisse, quid mihi vellem periodis 01, 0000 1111, &c. quas reperies convenire respective columnis primæ, secundæ, tertiæ, &c. numerorum naturali ordine dispositorum & dyadice expressorum. Sed illud palmarium est, quod periodi summarum, & summi-summarum [in infinitum] a naturalibus vel aliis arithmeticis; & potentiarum quarumcunque altarum, & summarum vel summi-summarum utcunque altarum a quavis potentia; itidem habent periodos tales, & quidem non longiores, quam ipsi naturales. Exempli gratia, pro cubis in prima columna etiam periodus non est nisi 2 notarum, in secunda non-nisi 4 notarum, in tertia non-nisi 8 notarum, &

00000	0
00001	1
00010	2
00011	3
00100	4
00101	5
00110	6
00111	7
01000	8
01001	9
01010	10
01011	11
01100	12
01101	13
01110	14
01111	15
10000	16

ita

(2) *Eth.* WEYGELIUS.

ita porro, ita ut reperta lege periodi tam facile sit Tabulam numerorum altissimæ potentiæ, vel summæ altissimæ ab altissima potentia condere, quam Tabulam numerorum naturalium. Unde vides, quanta consequantur. Sunt periodi tales etiam in aliis progressionibus, sed in decadica ob multitudinem notarum sunt intractabiles; in tetractica essent quidem tractabiliores, sed præterquam quod Auctor Tetractyos de his non cogitavit, nec huc tetendit, incomparabiliter certe facilior est Calculus dyadicus, qui & alios miros dabit usus pro transcendentibus definitis, si quantitates hujusmodi dyadicæ exprimantur. Molitus hoc sum ante multos annos, etiam antequam quicquam constaret de Tetracty illa nuper resuscitata; sed semper otium speravi pro dignitate tractandi: nunc veritus ne hæc cogitatio, ut multa alia, intercidat, nisi eam *Parisios* ad Dominum Secretarium Regiæ Academicæ, quia ille mihi aliquando scripserat, si qua proponere vellem, quæ utilia viderentur, cogitaturam Academiam de juvanda executione. Serenissimo Duci RODOLPHO AUGUSTO ante aliquot annos cum monstrarem, adeo placuerat hæc, ut ipsi videbatur imago creationis, seu originis omnium rerum ex nihilo per Deum, ut numerorum ex 1 & 0, ut etiam gemmæ cuidam insculpi curaret 0 & 1, qua sigillatas Litteras mihi mittere solet. Periodorum leges hactenus non habeo, nisi pro numeris Arithmeticæ progressionis, velut naturalibus, & eorum multiplis, sed vellem detegi eos etiam pro potentiis & summis earum. Videbimus an aliquis *Parisiis* qui hic sit præstiturus aliquid. Certe hæc est numerorum optima Analysis, quippe in simplicissima Elementa 0 & 1; unde omnes magnitudines numeris exprimendæ optime hac ratione exprimentur. 1701. April.

Remitto quæ scripsit Tibi Dnus VARIGNONIUS, qui mihi perpulchre respondere videtur Dno ROLLIO; quoniam tamen mihi, ejus discussione accuratissima adjuto, facile fuit in Objectiones penetrare, venere quædam in mentem ad rem illustrandam,

dam, quæ Tibi mitto (3); ipſi [ſed ſi probas ea], communicanda, cum multa a me ſalute.

. . . . . .

. . . . . .

Quod ſupereſt, vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 29. Aprilis 1701.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Notis Leibnitianis *in Objectiones* Rollianas *adverſus Calculum differentialem. De Methodo* Huddeniana *Maximi & minimi. De Arithmetica binaria. De* HERMANNO. *De Controverſia fraterna.*

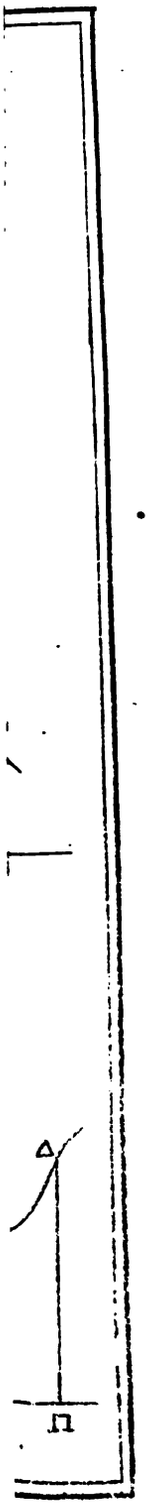
Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

. . . . . .

. . . . . .

1701. Mai. NOTAS Tuas in objectiones ROLLII nondum dimiſi; videntur enim aliquantulum e ſcopo aberrare, quod nimiæ Tuæ feſtinationi adſcribo. Ideo e re Tua eſſe putavi, ſi mentem meam de iis Tibi prius aperirem, quam mitterem: eoque magis, quod jam antea etiam meas notas VARIGNONIO tranſmiſeram, quibus

(3) *Ea non reperi. Objectiones autem* ROLLII *habentur in* Act. Acad. Pariſ. A°. 1703. pag. 312. & ſeq.


Δ
П

quibus nunc Tuæ aliquo modo adverſari videntur; id quod ROLLIO novam cavillandi anſam præberet, ſi utraſque viſurus eſſet. 1701. Mai.

Quantum ad æquationem $a(y-b)^3=(xx-2ax+aa-bb)^2$; cujus maxima vel minima ordinata y invenienda ſit (1); calculus differentialis dat unicum valorem ipſius x, nempe $x-a=0$: ſed Methodus *Huddeniana* dat, pro x, hanc æquationem $x^3-3axx+3aax-a^3-bbx+abb=0$, cujus radices ſunt $x-a$, $x-a+b$, & $x-a-b$. Jam recte dicis [quod & ego dixeram] non ſequi ideo omnes tres dare caſum maximi, id eſt talis maximi quod reſpondeat tangenti parallelæ axi; nam ſufficit ut una radix ſit æqualis nihilo, quæ jam æquationem reſolvet. Quando vero addis ex accidenti tantum eſſe, quod reliquæ duæ radices ſint præciſe illæ quæ inveniuntur pro determinandis punctis reverſionis [*points de rebrouſſement*] nempe $xx-2ax+aa-bb=0$; quod provenit faciendo $dx=0$: ut pace Tua dixerim, dico id non fieri ex accidenti, ſed neceſſarium eſſe: fluit id enim ex eſſentia & indole Methodi *Huddenianæ*, ut nimirum, per eam quærendo maximum vel minimum, ſemper proveniat æquatio quæ ſimul complectetur & determinationem maximi vel minimi, & determinationem puncti reverſionis, imo & determinationem puncti decuſſationis, [quod voco, in quo curva ſe ipſam ſecat, ut Lemniſcata, vel etiam cujus rami non continui ſe mutuo ſecant, ut ultima ROLLII curva a VARIGNONIO delineata $y=2+\sqrt{(4+2x)}+\sqrt{4x}$ (2):] Hæc tria puncta, ſi dentur in curva quadam propoſita, nunquam non ſimul determinabuntur per unam ſolam æquationem, ſi methodus HUDDENII adhibeatur. Cujus rei rationem facile perſpicies, modo attendere velis ad naturam hujus Methodi: ea enim pro maximis & minimis non eſt ſpecifica, neque pro iis determinandis inſervit, niſi quatenus involvunt concurſum duarum radicum, pro quo illa Methodus proprie eſt accommodata. Jam vero poteſt fieri concurſus radicum ubi non ſtatim

(1) *Videantur* Act. Acad. Pariſ. A. 1703. pag. 334. Ed. Par.
(2) *Ibid. pag.* 328.

1700. Mai. eſt maximum vel minimum ad tangentem parallelam: nam talis concurſus fit etiam in punctis reverſionis, & decuſſationis: adeo ut Methodus *Huddeniana* proprie non maximorum & minimorum, ſed potius concurſuum radicum ſit nominanda. Quemadmodum video hic triplicem caſum, quo talis concurſus fieri Tab.XV. poſſit; concurrentibus AP, AP, in *Fig.* 90. fit A (P), qui determinat (P) (D), maximum vel minimum proprie ſic dictum ad tangentem parallelam axi: in *Fig.* 91. fit A (P) determinans punctum reverſionis (D) & in *Fig.* 92. fit A (P) determinans punctum decuſſationis (D). Vides igitur quod ſi quædam curva propoſita gaudeat punctis duorum, vel omnium trium caſuum, Methodus *Huddeniana* illa omnia una æquatione determinare debeat; idque neceſſario, non ex accidente: Atque hoc eſt, propter quod VARIGNONIO ſcripſeram, hanc Methodum magno defectu laborare, cum per eam non certi ſimus quid invenimus, & facile punctum reverſionis vel decuſſationis pro puncto maximæ vel minimæ diſtantiæ ſumere poſſimus: (Quemadmodum reapſe ROLLIO accidit, qui punctum decuſſationis in curva $y = 2 + \sqrt{(4 + 2x)} + \sqrt{4x}$, ſumpſit pro puncto maximæ diſtantiæ): Calculo interim differentiali omnia hæc puncta diſtinctim & ſeparatim exhibente. Quod vero tandem ſpectat ad Tuam exceptionem $a(y - b)^3 = (xx - 2ax + aa - bb)^2 - b^4$; per quam putas Te poſſe oſtendere ex accidente tantum fuiſſe factum ut in curva priore duæ radices (præter tertiam illam utilem) forte fortuna determinarent puncta reverſionis; id Te fefellit, quod hujus alterius Tuæ curvæ veram figuram non concepe- Tab.XVI ris, eam procul-dubio priori *Fig.* 93. ſimilem imaginando; loco quod toto coelo ab ea differat, adeoque quod ſumſeris pro punctis reverſionis, quæ talia non ſunt. Nam debita ejus figura eſt Tab.XVI ut eam hic *Fig.* 94. delineatam vides:

AP

1701. Mai.

$$\text{A P} = x$$
$$\text{P D} = y$$
$$\text{A(P)} = a$$
$$\text{(P)P} = b = \text{(P)(D)} = \Pi\text{A}$$
$$\text{(P)}\Pi = b\sqrt{2}$$
$$\text{PD} = b - \sqrt[3]{\frac{b^4}{a}}$$

Ubi nunc unicum eſt punctum reverſionis, (D) & duo puncta minimæ diſtantiæ D, D; & quidem in iiſdem illis locis in quibus in priori curva fuerant, permutata tantum natura punctorum: non igitur eſt accidentale quod per Methodum *Huddenianam* eadem quoque proveniat æquatio quæ prius $x^3 - 3axx + 3aax - a^3 - bbx + abb = 0$: nec duæ radices $x - a + b$, & $x - a - b$ ſunt inutiles, quemadmodum putas; deſignant enim puncta D, D minimarum ab axe diſtantiarum: ſumſiſti autem puncta A, A pro punctis reverſionis, cum tamen nihil aliud ſint quam puncta maximæ inclinationis, id eſt in quibus tangens coincidit cum applicata AΠ, & revera faciendo $dx = 0$, invenitur non tantum $x - a = 0$ pro A(P), ſed & $x - a - b\sqrt{2}$, vel $x - a + b\sqrt{2}$ pro AΠ; imo habetur quoque $x =$ infinito, ſic ut curva hæc quinque debeat habere puncta minimæ inclinationis, duo in A, A; duo in infinito, & unum in (D): quod quidem ſimul etiam eſt reverſionis: ſequitur hinc diverſas in ea eſſe convexitates, quarum flexus contrarii ſunt in A, A; extra quas duo adhuc alii ſunt, qui reperiuntur faciendo $x = a \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2} + \frac{33}{4}\right)}$: mirum itaque non eſt, quod puncta A, A, per Methodum *Huddenianam* non inveniantur, ſiquidem non involvunt concurſum aliquem duarum radicum æqualium. Cæterum putarem ego omnes illas quatuor curvas expreſſas per $y = 2 + \sqrt{(4 + 2x)} + \sqrt{4x}$; propter ipſam ſignorum ambiguitatem debere haberi pro una curva, licet rami illius ſibi mutuo non ſint continui: nam ſi æquationis irrationalitas tollatur, quatuor iſtæ curvæ ſub una æquatione rationali comprehenduntur; quæ ideo etiam pro

1701. Mai. una tantum curva haberi debent : non ſecus ac duæ Hyperbolæ oppoſitæ pro una curva habentur, utpote una æquatione expreſſæ: $xx - aa = yy$.

Hoc ſi ita concipiamus, vides utique facile rationem, cur ROLLIUS putaverit curvam illam $y = 2 + \sqrt{}$ &c; habere punctum maximæ diſtantiæ, vel reverſionis: nam methodus *Huddeniana* ipſi dedit punctum decuſſationis, in quo duo rami ſeſe ſecant; quod ſumit perperam pro puncto maximæ diſtantiæ, vel reverſionis. Jam vero ſi quatuor iſtæ curvæ reputandæ eſſent pro diverſis, nullum reperiretur punctum decuſſationis. Hæc Tibi conſideranda ſubmitto; quod ſi tamen me ipſum erraſſe animadverteris, libenter corrigar; faxis ut id cito ſciam: mittam enim tunc ſine mora *Pariſios* animadverſiones Tuas.

Nunc demum intelligo Periodos numerorum tuorum dyadicorum; initio non ſatis mihi feſtinanti conſideratas. Earum quidem leges, pro numeris arithmeticæ progreſſionis & eorum multiplis, vel ex ipſa oculari inſpectione oppido patent; ſed dubito an pro potentiis & ſummis earum detegi poſſint; videntur enim valde abſtruſi. Obſervavi numeros decadicos, ſeu ordinarios, poſſe diſtribui in potentias binarii, unitates & cyphras quæ ſecundum columnas diſpoſitæ iiſdem omnino periodis gaudent.

Forſan.

1701. Mai.

0	0
1	1
2	$2^1 + 0$
3	$2^1 + 1$
4	$2^2 + 0 + 0$
5	$2^2 + 0 + 1$
6	$2^2 + 2 + 0$
7	$2^2 + 2 + 1$
8	$2^3 + 0 + 0 + 0$
9	$2^3 + 0 + 0 + 1$
10	$2^3 + 0 + 2^1 + 0$
11	$2^3 + 0 + 2^1 + 1$
12	$2^3 + 2^2 + 0 + 0$
13	$2^3 + 2^2 + 0 + 1$
14	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 0$
15	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 1$
16	$2^4 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0$

Forsan hinc eadem etiam quæ ex dyadicis utilitas emergeret: nam si periodorum leges innoteſcerent, vides utique facillimum foret Tabulam condere numerorum altiſſimæ potentiæ, vel ſummæ altiſſimæ &c. Porro vides hinc facile eſſe numerum decadicum ſeu ordinarium, quantumvis magnum exprimere dyadice & viciſſim. Sit, exempli gratia numerus anni 1701. dyadice exprimendus; ſumatur potentia binarii, quæ numero propoſito proxime accedat, & alia quæ reſiduo, & tertia quæ reſidui reſiduo proxime accedat, & ita porro, donec totus numerus excutiatur; atque ſic reperietur $1701 = 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^5 + 2^2 + 1$, quod ſi igitur loco 2^2, 2^5, &c. ponatur 100, 100 000, &c, habebitur expreſſio dyadica $11010100101 = 1701$. Vice verſa haud difficilius datus numerus dyadicus in decadicum convertitur.

Convenit me nuper in itinere ſuo Dnus HERMANUS, & attulit mihi reſponſionem ſuam ad conſiderationes ſecundas NIEU-

1701. Mai. WENTITII, ut & *Fratris* mei analyſin Iſoperimetrorum (3)..... Non dubito quin *Frater* ſuam analyſin propediem in *Actis* (4) ſit publicaturus ; ſed meam cogor adhucdum ſupprimere , donec *Frater* ſe arbitris ſubmiſſurum ſpoponderit. Ne interim Lectores de hac retardatione aliquid ſiniſtri concipiant, neve omnino arbitrentur me victum ex palæſtra deceſſiſſe ; me obſtringes valde, ſi in Tuo teſtimonio hujus moræ cauſam indicaveris, vel ſaltem, ſi Tuis verbis id facere nolis , ſi mearum harum litterarum excerpta ad *Acta* miſeris ; partim ut omnis ſuſpicionis anſa Lectori tollatur, partim ut *Frater* ſui officii debitique moneatur. Vale.

Groningæ 7. Maii. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.
J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Methodo Huddeniana *Maximorum & Minimorum. De Arithmetica binaria.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1701. Mai. FECISTI pro prudentia Tua, quod extemporaneas notationes meas ad ROLLII conſiderationes tecum retinuiſti , facile enim fieri poteſt, ut lapſus ſit admiſſus. Interim nondum ſatis video, qua neceſſitate oporteat æquationem Calculo *Huddeniano* vel ſimili inventam continere maximo-minimam, non tantum ordinatam, ſed & coordinatam. Ecce enim in rationalibus. Sit

$y =$

(3) *Jac.* BERNOULLI, *Analyſis magni Problematis Iſoperimetrici.* Baſil. 1701. 4° Opp. N°. 96. pag. 395.

(4) *Factum eſt* 1701. Mai. pag. 115.

$y = (x^3 + 11xx + 12x + 13) : (xx + 21x + 22)$; constat nostra methodo fieri $dy : dx = ((x^3 + 11xx + 12x + 13) \cdot (2x + 21) - (xx + 21x + 22) \cdot (3xx + 2.11x + 12)) : (xx + 21x + 22)^2$, & pro $dy = 0$, prodire numeratorem nihilo æqualem, at pro $dx = 0$, denominatorem; & prius quidem ita facile apparet, sive *Huddeniano*, sive differentiali Calculo rem instituas. Nam *Huddeniano* more, $x^3 + 11x^2 + 12x + 13 = yxx + 21xy + 22y$, ponendo y esse maximo-minimum. Ita jam multiplicando per numeros progressionis Arithmeticæ 3, 2, 1, 0, fiet $y = (3xx + 2.11x + 12) : (2x + 21)$, quem valorem æquando priori, habebitur his ambagibus æquatio eadem quam statim dabat noster numerator factus nihilo æqualis. At vero vides non esse necesse ut, in fractione valorem ipsius $dy : dx$ explicante, numerator & denominator habeant communem divisorem, quod necesse esset, si oporteret radices æquationis $xx + 21x + 22 = 0$ [quæ valet pro $dx = 0$] esse in radicibus æquationis *Huddenianæ*, quæ est pro $dy = 0$; alioqui necesse esset $2x + 21$ vel $x^3 + 11xx + 12x + 13$ habere communem, divisorem cum $xx + 21x + 22$. Hæc, ut per otium consideres, peto. 1701. Mai.

Difficultas pro legibus periodorum inveniendis in decadicis incomparabiliter major est quam in dyadicis, cum illi sint decem notæ tractandæ, hic tantum duæ. Et periodi in columna prima, secunda, tertia, quarta, &c. sunt in dyadicis locorum 2, 4, 8, 6, &c. in decadicis locorum 10, 100, 1000, 10000; unde etiam hic periodos nemo consideravit, inductioque æque ac ratiocinatio immensa varietate obruuntur. . . . . .

. . . . . .

Cogitabam hac vice scribere ad Dnum. VOLDERUM nostrum; sed iterum veniunt impedimenta ex transverso, itaque rogo ut moram adhuc excuses, & viri egregii benevolentiam mihi serves. Interea vale & fave.

Dabam *Guelfebyti* 16. Maii 1701.

Deditissimus.

Responsio deest. G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De phosphori mercurialis invento, Societati Berolinensi communicato. De controversia fraterna.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

1701 Junii. REVERSUS *Hanoveram* inveni litteras 31 Maii ad me datas. Facile credo, de Calculo *Huddeniano* Te recte judicare: mihi ea qua par est attentione priora relegere non licet. Inveni redux 26 litteras, quibus respondendum est, ultra eas quas *Guelfebyti* & *Cellis* recepi, non multo pauciores. His adde agenda atque elaboranda diversissimi generis, & judica quantum mihi temporis ad meditationes analyticas sit relictum. . . . . .

. . . . . .

In Societate Regia *Prutenica* magno applausu receptum est pulcherrimum Phosphori Tui inventum, & mihi id negotii datum, ut Tibi gratias agam nomine Societatis, honorificentissimaque de Te ejus sensa exponam. Optaremus Te nobis viciniorem, sed nulla nobis hactenus occurrit ratio, ea emolumenta, quæ habes, non dicam æquandi, sed utcunque ex intervallo assequendi.

In Fasciculo ex Nundinis *Lipsiensibus* allato, tandem etiam reperi redux Analysin Domini *Fratris* Tui (1) & video etiam ad tertias usque differentias ab eo iri, nulla, ut mihi videtur, necessitate. Dnus. *Marchio* HOSPITALIUS scribit sese etiam accepisse eandem analysin, & avide percurrisse, directamque & bonam reperisse. Mihi tamen Tua olim melior visa est: potest aliquid bonum esse, etsi optimum non sit. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 24. Junii 1701.

Responsio deest Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *De qua in Epistola CXIV.*

EPIS-

EPISTOLA CXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De nova Calendarii forma. Varia. De Methodo Maxim. & Minim. De phosphoro mercuriali. De Opusculo FATIANO, *& Astronomia* GREGORII.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

ANALYSIN Domini *Fratris* Tui, quam peculiari scripto comprehensam acceperam, nuper etiam reperi in *Eruditorum Actis* (1). Dnus REIHERUS & Dnus TIDIUS Auctores novi Cycli sane peringenioſi, qui Tibi etiam si bene memini visus est, sollicitant ut a Corpore Evangelico recipiatur, asseverantque per plurima Secula nullum discrimen repertum oriri notabile inter Cyclum & veritatem Astronomicam: sed suadent ut mutetur intercalatio in aliam paulo perplexiorem, quod obtinere difficile erit. Vellem tamen ut fuissent audita eorum consilia ante Decretum, sed *Ratisbonæ* itum est paulo festinantius, quam rei difficultas postulabat, non-nisi tribus mathematicis consultis. Ego Tuam & Domini VOLDERI sententiam de *Reyherianis* consiliis intelligere optarem. Inclusas ad Dominum de VOLDER Litteras rogo ut transmittas & pro me intercedas, quo facilius veniam impetrem; quam mihi promitterem certius, si satis præsumerem de considerationibus, quas affero ad naturam substantiæ melius intelligendam. Sub finem aliqua ab eo quæro de Novellis rerum mathematicarum vestræ oræ, in quibus & similibus etiam a Te instrui potissimum erit. Nihilne amplius auditur de NIEUWENTITIO? Quid facit HERMANNUS vestras?

1701. Jul.

His scriptis, Tuas accepi cum *Varignonianis*, quas remitto cum gratiarum actione. Recte notasti festinantem sumsisse x pro y;

(1) 1701. Mai. pag. 113.

1701. Jul. y; quæritur enim recta ipsi y parallela, quæ curvam tangat; itaque multiplicatio per numeros progressionis Arithmeticæ facienda erat secundum y.

Nescio an ROLLII intentio sit, eandem æquationem more *Hudeniano* inventam simul dare maximo-minimam tam x quam y: si hoc vult, errat.

TA. XVII Nam si esset verbi gratia (*Fig.* 95.) æquatio $x^3 + y^3 = bx + by$; tunc y posita maximo-minima, foret $3xx - b = 0$; sed si sit x maximo-minima, fiet $3yy - b = 0$; cujus ope tollendo y ex prima æquatione, prodiret $x^3 - bx - \frac{2}{3}b\sqrt{\frac{1}{3}\frac{b}{0}} - c = 0$, quæ cum priore $xx - \frac{1}{3}b$; deberet habere radicem communem; si vera esset talis assertio; sed id non procedit. Verum est radices, tam secundum y quam secundum x æquales fieri, cum y determinetur per x, & per binas æquales bis æqualiter; non tamen ideo x fit maximo-minima coordinatarum, (ut y est maximo-minima ordinatarum) & si fiat μοναχὴ, seu pro geminis unica, tum fit tangens.

Gratissimum mihi erit Tuum Phosphori exemplum, ut sic dicam, quod acceptum Societati novæ Regiæ transmittam; optarem adderes quæ in hoc negotio *Parisios* scripseras, præsertim pro tutiore elaboratione. Interim amicus meus, experimento tumultuarie sumto, in obvio mercurio etiam lucem in vacuo deprehendit; sed quod compendii causa tantum vesica usus esset loco epistomii, non fuit durabilis Phosphorus. Id, ni fallor, incommodum supereſt in hoc Phosphoro, quod clauso licet vase alterationem recipere & cuticulam contrahere potest per calorem ambientem externum. Sed hoc cautione evitari potest.

Optarem nancisci librum Domini FATII (2), cui per modum appendicis adjecerat quæ contra nos scripsit. Aiunt in eo tractari meliorationem rei hortensis per radios solares efficacius dispensatos. Quod quidem scimus valde profuturum esse, & licet non ignoretur, tamen vulgo negligi. An aliquid singulare suggerat

(2) *Fruit walls improved. &c.* Lond. 1700. 4°.

ſuggerat ipſe, ex ipſius Libri inſpectione patebit. Si vidiſti, fac quæſo ut ſciam.

Memini Doctum quemdam *Batavum* aliquando Tecum commutare litteras; an ille ex eo tempore progreſſus non pœnitendos in interiore Analyſi fecit?

Aiunt GREGORIUM Oxonienſem Profeſſorem, quoddam Opus mathematicum (3) editioni parare, & in hunc uſum corrogare ſubſcriptiones, more *Anglicano*. Quod argumentum tractet non comperi. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 14. Julii 1701.

Deditiſſimus,

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Petit Phoſphori mercurialis ſpecimen. De NEWTONI *Theoria lunari, &* HERMANNO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

PUTO noviſſimas meas Tibi redditas cum ſcriptis ad Dominum VOLDERUM: nunc novas pro utroque veſtrum recipis, & *Volderianam* rationem in ipſis leges, atque ut ſpero ignoſces, quod non ipſas tantum, ſed & binas adjectas ad Te dirigo. Tibi autem ſcribendi propria ratio eſt, ut memoriam Phoſphori Tui pulcherrimi refricem; cujus ſpecimen a Te per curſorem publicum, aut potius per publicam vecturam, expecto; 1701. Auguſt.

(3) *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ elementa.* Oxon. 1701. fol.

1701. Auguſt. eoque nomine Tibi non mediocriter ero obſtrictus. De ſumtu ſatisfacere meum eſt. Interim teſtimonio amici mei certi eſſe poſſumus, lucem non eſſe privilegium mercurii Tui; nam ut nuper ſcripſi, facili experimento eam vidit. *Anglus* doctus, qui huc advenit, me certiorem reddit, NEWTONI Librum de motu lunæ (4) mox editum iri. Rem inſignem præſtabit, ſi hoc ænigma ſolvat. Quod ſupereſt, vale, & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 5. Auguſti 1701.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Dominus HERMANNUS ubi eſt, & quando excurret ad has oras? Spero me aut hic inventurum, aut *Brunſwigæ* ſive *Guelfebyti*, aut *Berolini*. Has Litteras putabam me dudum tranſmiſiſſe, cum ecce in angulo cum incluſis reperio, id quæſo excuſa, & excuſatum habe.

(4) *Vide Epiſtol.* CXLIV.

EPISTOLA

EPISTOLA CXX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad binas præcedentes.

Mittit specimen phosphori Mercurialis. Varia. De Cissoidis rectificatione.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

MITTO ecce, ut promiſi, exemplar Phoſphori mei perpetui pro exiguitate ſua ſatis lucidum; ſatet id in hac capſula chartacea: ubi exemeris lagenulam vitream, perluſtra, quæſo, ſtatim an in itinere nullum damnum acceperit; an non fracta; an non fiſſuram egerit; an orificium adhuc probe obturatum & munitum, ſit ut ſecurus ſis nihil aëris irrepſiſſe. Videas, rogo, an vitrum ipſum manſerit purum & undiquaque pellucidum: hoc non gratis quæro; nam cum nuper ad aliquot leucas curſu excurrerem, mecum geſtavi talem lagenulam, ut experirer num longinquam tranſportationem facile ferre poſſet; quod quidem factum eſt ſine jactura luminis, ſed obſervavi parietibus lagenulæ internis quasdam maculas adhæſiſſe, veluti ex fuligine quadam contractas; mercurio interim ipſo nihil omnino alterationis perpeſſo. Mirabar id, nam crebris & vehementibus concuſſionibus jam per annum & ultra ſingulis fere noctibus phoſphorum talem agitare ſoleo; tamen inde adhæreſcentem fuliginem in vitris nunquam obſervavi, conjicio igitur a tremulo motu curſus, etiam occultum aliquem tremorem mercurio fuiſſe impreſſum, & intimam aliquam particularum colliſionem, cujus vi particulæ metallicæ aliæque heterogeneæ melius ſeparari a mercurio, & vitro adhærere potuerunt, quam per motum ſimplicis agitationis, licet vehementiſſimæ. Scire itaque percuperem an in hoc exemplari idem obſervaveris; forte motus equitationis, ut-pote non tremulus, non

1701. Auguſt.

1701. Auguſt. non adeo eſt incommodus. Collo, ut vides, lagenulæ circumligavi fruſtum veſicæ, majoris tantum cautelæ gratia, alioquin non opus eſſet; poteris adimere rurſus, ſi libuerit; Præſtat tamen ut ſinas, nam abundans cautela non nocet. Intra veſicam & operculum ſtanneum cum cochlea femella alteri cochleæ mari pariter ſtanneæ ſuperinductum; ſed, intra operculum ipſum, colli orificium obturatum eſt accuratiſſime ſubere, cæmento quodam undiquaque probe munito; ut hoc modo nihil nec aëris ingredi, nec mercurii egredi, vel ad operculum ſtanneum, quod corroderet, pervenire poſſit. Certe præter inventionem Phoſphori, ipſa ejus elaboratio non poſtremæ eſt artis: nemo enim facile exhauriet aërem ad decimam uſque milleſimam partem, eoque extracto ſcite adeo obturabit, ut nihil in lagenulam ſubrepat aeris, nihilque in poſtremum ſit ſubrepturum. Hoc primarium eſſe puto, quod Pariſienſibus adhuc deeſſe credo, & cujus defectu hactenus nondum ad optatum ſucceſſum potuerunt pervenire Cæterum, ſi lubet experimentum facere cum hoc Phoſphoro, non ſufficit ut id fiat in loco obſcuro, interdiu; nam oculi nimia adhuc diei luce perculſi, non facile percipiunt lumen debilius: noctem ipſam igitur expectes, & quo obſcuriorem, eo melius; tum apprehenſo lagenulæ collo, eam agites, ſurſum deorſum, quaſi velles eluere vitrum, tota lagenula vitri ignea apparebit, cujus ſplendor non minus vividus eſt quam Phoſphori *Kraffiani* chymice parati. Rogo mihi ocius perſcribas quo in ſtatu omnia deprehenderis; unum eſt quod caveas, ne ſcilicet lagenula nimium incaleſcat, unde cæmentum, obturaculum ſubereum præmuniens, liqueſcere & ab aëre forinſecus jugiter urgente per foraminulum in ſubere relictum, per quod aer eductus fuerat, in vitri cavitatem premi poſſet. Alias nihil eſt quod metuas; poteris tecum geſtare, & quovis in loco experimentum inſtituere, ſine fractionis periculo, etiamſi non adeo caute contrectetur. Vitrum enim, ob notabilem ſpiſſitudinem, ſatis robuſtum eſt, modo non in corpus aliquod durum nimis ruditer impingat; aliamve externam, vel violentam injuriam patiatur. Et ita habes Phoſphorum in perpetuum durabilem, qualis nullus hactenus inventus fuit. Quando vero dicis amicum

amicum tuum in obvio mercurio etiam lucem obſervaſſe, ſed non durabilem; recte addis quod diſparuerit, ideo quod, compendii cauſa, tantum veſica [quamvis non recte capiam quomodo veſica loco Epiſtomii inſervire poſſit] uſus eſſet loco Epiſtomii: nam quam facile peccetur in circumſtantiis, & quam facile extrinſecus noxia quædam mutatio accidere poſſit, ſatis arguit infelix *Pariſienſium* ſucceſſus. Interim tamen, quod ſaltem aliqualem obſervaverit in obvio quodam mercurio, id meam ſententiam, quemvis ſcilicet mercurium, ſi rite paretur, in vacuo luminoſum eſſe, mirifice confirmat. Vanus eſt metus tuus, cum putas incommodum ſupereſſe in hoc Phoſphoro, quaſi, clauſo licet vaſe, alterationem recipere & cuticulam contrahere poſſet, per calorem ambientem externum; horum enim nihil omnino expertus ſum, in Phoſphoro diu in pera mea, ubi ſatis calefiebat, geſtato: quidquid hic periculi ſubeſt, id non de mercurio, ſed de obturaculi cæmento, ut jam dixi, metuendum eſt. 1701. Auguſt.

Miſi litteras ad VOLDERUM, quas ad eum ſcripſeras, ſed hactenus nihil reſponſi accepi. De NEUWENTITIO nihil a longo tempore audivi. HERMANNUS noſtras transfretavit in *Angliam*, viſurus ibi WALLISIUM, NEWTONUM, & alios. FATII Librum de melioratione rei hortenſis nunquam vidi; inquiram an *Amſtelodami* proſtet. Per doctum *Batavum*, qui mecum litteras commutat, intelligis forte Dominum DIERGUENS, Præſidem in Curia *Brabantiæ* quæ *Hagæ* eſt.) Is ſane noſtra non mediocriter intelligit, ſed habet filium, qui majores longe progreſſus fecit. Cum nuper ipſi ſcripſiſſem, Ciſſoidis quadraturam diu redactam eſſe ad quadraturam Circuli, ſed ejus rectificationem, quam ego invenerim, dependere a quadratura Hyperbolæ, adeoque per deſcriptionem Logarithmicæ haberi poſſe, neminem adhuc dediſſe: Ille protinus mihi tranſmiſit ſolutionem elegantem, & conſtructionem concinnam curvæ ciſſoidalis in rectam extenſæ, duplici modo, & per deſcriptionem Logarithmicæ, & per extenſionem curvæ parabolicæ, utrumque beneficio noſtri Calculi; unde

unde conjeci in eo non parum esse versatum. . . . . .
. . . . . Vale & Fave.

Groningæ a. d. 13. August. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio prior ad præcedentem.

Nuntiat accepisse se phosphorum mercurialem lucidum.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

1701. Aug. ABSENTI allatum est vasculum Phosphoreum; redux statim aperui, visum est sine labe, lucemque emisit agitatum: spero & durabile fore, nec aërem se paulatim insinuaturum per cæmentum: Hæc, ubi primum potui, scribo, multasque Tibi interim gratias ago. Tanto melius se res habet, si calor externus superficiem non immutat, adeoque nec lucem obstruit. Distincte Tibi rescribam tumultuarium illum modum qualecunque lucis specimen obtinendi per vesicam sine epistomio; nunc vix ad scribendum temporis satis est; nam ego advenio & tabellarius abit. Vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 23. August. 1700.

Devotissimus.
G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Quod commendasti *Actis* inserendum, statim *Lipsiam* ad Dominum MENKENIUM mittam.

EPIS-

EPISTOLA CXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio, ad penultimam, poſterior.

Mittit Diploma admiſſionis in Societatem Regiam Berolinenſem.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON dubito quin litteras meas acceperis, quibus ſignificavi Phiolam tuam Phoſphoream recte ad me perveniſſe, neque ex jactatione itineris detrimentum accepiſſe. Si tantillum commoveas lucet, etſi non ſit lux admodum vivida. Ego mecum *Berolinum* feram Societati noſtræ Regiæ, tanquam egregium a Te munus: abſolutus enim ab *Anglis*, qui nunc hinc diſceſſere pene omnes, iter diu dilatum nunc illud intendam. Interea ecce Tibi Diploma Societatis, quo in numerum Sociorum cooptaris. Nempe eo res deducta eſt, ut Concilio habito aliquot egregii Viri Collegæ ac Socii appellarentur, inter quos Tuum relatum eſt nomen jure merito, mihique id negotii datum, ut ad Te Diploma perferri curarem, quod nunc mitto, Deumque rogo, faxit ut Tibi id decus, nobis vero ac Reipublicæ, boniſque litteris emolumentum inde ſit diuturnum. E re autem putem, datis ad Societatem litteris, gratam Tibi nominationem Tuam fuiſſe teſteris, & ſpem facias ſubinde nobiſcum utiliter communicandi. 1701. Septemb.

Spero etiam redditas Tibi meas, quibus incluſeram ſecundas ad Dominum VOLDERUM. . . . . .

Cogitabamus aliquando *Berolini* de novo genere Diarii, ut publicanda magis ſint in noſtra Societate. Videbis, an tute aliquid ſuppeditare velis. . . . . .

Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 13. Septembris 1701.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Si quid velis vel ad me, vel ad Societatem, poterit dum abſum, recta mitti *Berolinum* ad Dominum JABLONSKI Secretarium Regium & Regiæ Societatis *Berolinenſis*. Idque ut facias æquum puto, litteraſque ad Societatem includas, quibus gratiæ agantur.

EPISTOLA CXXIII.

BERNOULLII AD SOCIETAT. BEROLINENSEM.

Gratiarum actio pro ſua in eum Coetum receptione.

Illuſtribus atque Ampliſſimis Viris Præſidi cæteriſque Sociis Societatis Brandeburgicæ *S. P. D.*

JOANNES BERNOULLI.

1701. Octob. SPLENDIDISSIMUM Diploma, Viri Illuſtres, quo in Veſtram Societatem me cooptatum vidi, eo accepi tempore, quo quidvis aliud potius cogitaſſem: Non enim ea arrogantia procedo, ut propter merita hoc tanti honoris vel ſperandum vel expectandum mihi promittam; haud quippe ignarus, id illis tantum de jure competere qui perſpecta ſua eruditione communem applauſum dudum promeruere. Quod ſi tamen meorum ad eam aſpirandi conatuum rationem potius habuiſtis quam alterius cujuſvis rei, quæ in Viro docto requiritur, quaque ego me carere lubens confiteor; vos certe non omnino in opinione Veſtra deceptos

ceptos dixerim; nihil adeoque erit quod impediat quin ambabus 1701.
ulnis gratoque animo complectar honorificam ſedem, quam in Octob.
ampliſſimo veſtro Collegio deſtinaſtis mihi & obtuliſtis: Vos, Viri Illuſtres, perſuaſos volo, me id honoris & ſingularis veſtræ erga me benevolentiæ ſignum ſemper habiturum, & quantum in me eſt, modo non otium & adminicula me deſtituerint, nihil intermiſſurum, quod tendat ad ornamentum & incrementum veſtræ recens fundatæ Societatis; inprimis vero ad gloriam Auguſtiſſimi ipſius Fundatoris, cujus ſub Regiæ Majeſtatis auſpiciis & clementiſſimo patrocinio, novum hoc Muſis conditum delubrum longe lateque præ cæteris ut emineat, & floreat, ex animo voveo. Valete.

Dabam *Groningæ* 8. Octobris 1701.

EPISTOLA CXXIV.

BERNOULLII AD JABLONSKIUM.

Suas ad Societatem Berolinenſem litteras ipſi commendat.

Ad Dominum Jablonski Secretarium Regis & Regiæ Societatis Scientiarum Brandeburgicæ.

NOBILISSIME Vir.

ÆQUITAS poſtulat, ut Illuſtri Societati, pro honorifica 1701.
mei receptione, debitas referam gratias; litteras vero quas Octob.
hoc fine ad Eam ſcripſi, quaſque heic adjunctas vides, ad Te dirigendas cenſui; quippe quod muneris tui ratio facile ferre videbatur; idque ut facerem Ampliſſimus LEIBNITIUS mihi auctor quoque extitit. Vir hic, ut ex noviſſimis ipſius intellexi, nunc debet eſſe *Berolini*, rogo itaque ut alteras haſce adjectas

ipſi haud gravatim tradi cures. Ignoſce quæſo, quod prima ſtatim vice ſim moleſtus, offero viciſſim mea officia, utere illis pro lubitu, habebis me ſemper.

NOBILISSIME Vir.

Groningæ a. d. 8. Octobris 1701.

Tibi paratiſſimum & dedicatiſſimum.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad Epiſt. CXXII.

Gratias agit pro Diplomate Societatis Berolinenſis. De novo Barometro ſuo. De GRONINGII *Hiſtoria Cycloidis. De phoſphoro mercuriali ſuo.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1701. Octob. SOCIETATIS Diploma miſſu Tuo accepi rectiſſime: quam gratum mihi fuerit videbis ex reſponſione ad Societatem. Non dubito quin Tua ex commendatione iſte honos mihi contigerit; gratias itaque etiam hoc nomine permagnas Tibi debeo & ago. Si quid novi ſubinde detexero, quod cum Societate communicari dignum putem, id libenter facturus ero. In phyſicis & experimentalibus non ſpernenda pollicerer, modo neceſſariis omnibus inſtructus eſſem. Adinveni nuper novam Barometri conſtruendi rationem facilem, quod variationes pro lubitu multiplicatas exhibet: Noſti HUGENIUM olim dediſſe ideam Barometri alicujus,

cujus, quod quidem variationes multo ſenſibiliores redderet quam vulgaria; ſed præterquam quod illas non omnino quatuordecies multiplicet, quoties ſcilicet mercurius gravior eſt aqua; etiam hoc incommodi habet, inter alia plura, quod propter difficilem tuborum ſuorum ſtructuram ad praxim deduci non poſſit; nemoque quantum ſcio hactenus deduxerit. Meum vero caret hoc incommodo, conſtat enim tubis ordinariis, & tamen effectus quantumvis augeri poterit. MUSCHENBROECKIUS artifex *Leydenſis*, magna peritia & dexteritate pollens in conficiendis inſtrumentis, qui etiam ea quibus utor confecit, poſtquam ipſi meam inventionem aperuiſſem de novo hoc Barometro, reſcripſit mihi ſe, ſuperatis nonnullis exiguis difficultatibus, unum ad mentem meam feliciter paraſſe, monſtrans variationes ſexdecies majores ordinariis; ita ut ſi mercurius in ordinariis exempli gratia, uno pollice aſcendat deſcendatve, in hoc jam motus fiat per 16 pollices. 1701. Octobr.

Penultimas Tuas quas ad VOLDERUM ſcripſiſti, diu eſt quod curavi, ſed nihil adhuc reſponſi accepi. Poſtremas vero, cum adjunctis ad OUDINUM & BAYLIUM, quas nuperrime tantum accepi, poſtridie etiam dimiſi. . . . . .

. . . . . .

Ad me nuper pervenit GRONINGII *Bibliotheca Univerſalis*, continens inter alia Hiſtoriam Cycloïdis, quam Tibi lectam etiam non dubito: meo quidem judicio, feciſſet melius abſtinuiſſe a rebus quas non ſatis perſpectas habere ipſe monſtrat; ut enim nihil dicam de ſolæciſmis grammaticis, hæc hiſtoriola ita ſcripta apparebit cuilibet legenti & materiæ hujus gnaro, ut facile colligere poſſit ſcriptorem non inſignem fuiſſe Mathematicum; multa ſunt allata præter ordinem; multa omiſit non omittenda, & omittenda non omiſit; ita rerum bonarum nequidem delectum novit, ſed & nonnulla falſa retulit. Exempli gratia pag. 50. Epiſtolam in PASCALIUM aliosque Gallos acerbe ſcriptam tribuit HUGENIO; cum tamen ejus auctor ſit WALLISIUS. Item quando poſtremorum circa Cycloïdem inventorum, quæ mihi ſoli debentur, tamen *Fratrem* meum participem facit; dum in-

1701. Octobr. ventionem quadraturæ Zonarum Cycloïdalium, pag. 99. ipſi adſcribere videtur; quam tamen me primum inveniſſe conſtat ex ſchediaſmate de ſegmentis innumeris quadrabilibus Cycloïdis à me publicato; ubi ſimul nonnullarum Zonarum quadraturam exhibui, ex quibus jam totum myſterium ſatis patebat, ut parum vel nihil ſit, quod poſtea à *Fratre* meo fuit publicatum.(1) . . . . . .

Quæ de Cycloïdibus protractis & contractis protulit nullius ſunt momenti; eas vero gaudere pariter ſegmentis & ſpatiis innumeris quadrabilibus (quod ante me nemo animadvertit, & quod in ſua Hiſtoria alicujus ponderis fuiſſet) alto tamen ſilentio præteriit, ut & quando eandem illam proprietatem demonſtravi haberi in Trochoidis ſeu Cycloidis ſocia, ille ne γρῦ quidem ea de re, ut ut ſatis eleganti, memoravit; Et quidem hæc ad Te ſcribere volui, ut GRONINGIUM, quem Tecum litteras commutare ſcio, moneas, ſi ita lubet, ut ſecundam partem hujus hiſtoriæ, quam meditari dicit paulo curatiorem edat, aut quod ſatius eſſet, penitus ſupprimat.

Ex Tuis intellexi, quod lagenula Phoſphorea ad Te incolumis pervenerit; mihi autem non ſcripſiſti, annon fuligenis aliquam ſpeciem obſervaveris lateribus vitri internis adhæreſcentem, prout mihi in aliqua accidiſſe, ab agitatione curſus, in poſtremis meis ſignificavi: nam ſi idem etiam in tua lagenula accidiſſet [quod tamen non credo, ob aliam jactationem equi quam currus] mirum

(1) Joh. BERNOULLII *Cycloidis primariæ ſegmenta innumera quadraturam recipientia, aliorumque ejuſdem ſpatiorum quadrabilium determinatio*, &c. A. E. 1699. Jul. 316. Mem. de l'Ac. R. des Sc. de Paris 1699. p. 134.

Jac. BERNOULLI *Quadratura Zonarum Cycloidalium demonſtrata* A. E. 1699. ſept. p. 427. Opp. n. 92. p. 871. *Joh.* BERNOULLI *ad novas ſpatiorum Cycloidalium quadraturas, augmentum.* A. E. 1700. Jun. p. 266. Jac. BERNOULLI *quadratura Zonarum Cycloidalium promota* A. E. 1700. Dec. p. 551. Opp. n°. 95. p. 892. Joh. BERNOULLI *Multiſectio anguli vel arcus &c. inſerviens determinationi omnium Zonarum quadrabilium Cycloidis.* A. E. 1701. Apr. p. 170.

Hæc omnia habentur in Joh. BERN. Opp. T. I. Nis. LVIII. LIX. LX. LXI. & LXIX. p. 322. 336. 386. & ſeq.

rum non esset si vitrum a fuligine turbulentum lucis vivacitatem imminuit. Quod autem scribas, si tantillum moveatur lucere, etsi lux non sit admodum vivida; indicium utique est in itinere nihil aëris in phialam irrepsisse; alias enim, si vel tantillum irrepsisset lux vel omnino suffocata foret, vel nonnisi vehementissimis agitationibus appareret, & quidem scintillatim tantum, velut ex silice excussa; loco quod si phiala ab aëre bene vacuata est, lux, quæ apparet facile, etiam continua est, instar flammæ, & replet totam vitri cavitatem, sed velim ut etiam scias in tam parvis vasculis, quale Tibi unum misi, lucem tam vividam non esse quam in majoribus; quid enim tam exigua copia argenti vividi efficere posset? Sunt mihi vasa grandiora quorum lucis favore in tenebris commode digitos & litteras majusculas distinguere possim. Cæterum, quod hi mei Phosphori longum iter perferre possunt, hoc meam hujus lucis generationis explicationem mirifice confirmat; si enim illa proveniret a peculiaribus quibusdam particulis ignitis, in mercurio uno potius quam in alio natantibus, ut volunt nonnulli *Parisienses*; qui fit ut illa, a violenta itineris jactatione, non statim dissipentur; siquidem per poros vitri facilius elabi possent, quam ex poris mercurii, ut-pote longe angustioribus: adeo ut vel hinc pateat, lucem mei phosphori dependere non a particulis quibusdam permanentibus, sed ab universali quadam materia, per poros mercurii, tanquam per cribrum, continuo fluentis. Hisce vale & fave. 1701. Octobr.

Groningæ 8°. 8bris 1701.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

BERNOULLI.

P. S. Vidi in Diplomate meo mentionem fieri privilegiorum & prærogativarum Sociis Societatis *Brandeburgicæ* concessarum; gratum esset intelligere quid sint & in quo consistant: Item, qualia habeat societas statuta & leges; optarem etiam Elenchum omnium Sociorum hactenus electorum.

EPIS-

EPISTOLA CXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſcientiis, Hiſtoria naturali præſertim, promovendis. Nuntiat phoſphorum mercurialem Regi Reginæque oſtenſum. De novo Barometro. De GRONINGII *hiſtoria Cycloidis. De Hydracontiſteriis Batavis. Corporis naturam in extenſione ſitam non eſſe.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1701. Decemb. EX quo accepi Tuas cum *Volderianis*, fere ſemper hæſi in Regia *Berolinenſi*, ita volente *Regina*, & a Fratre Electore impetrante. Equidem hoc modo ordinariæ occupationes meæ non parum interrumpuntur. Interim fortaſſe Reipublicæ litterariæ velificare nonnihil potui. Nam obtinui ut per ditiones Regis mandata dari debeant Medicis, annuas obſervationes conferendi ad Hiſtoriam anni Phyſico-Medicam, cujus egregium pro anno 1700 ſpecimen dedit Medicus Halenſis clariſſimus, *Fridericus* HOFMANNUS. Sed & quidam nobilis *Polonus* in graphica arte excellens, auſpiciis Regiis, a ſocietate ablegabitur in *Ruſſiam* obſervationibus Aſtronomicis & Phyſicis inſtituendis. Cumque pingat egregie, commendabitur Tzari, ut quemadmodum Regis, Reginæ & Regii Principis affert iconas, ita Tzaricæ Familiæ Regi referat.

Tuum Phoſphorum, vere, ut auguror, perpetuum, Regi & Reginæ ipſe oſtendi, habuitque plauſum ſpectantis Aulæ. Puto me effecturum, ut Rex gratum ſibi inventum aliquo honorario teſtetur; Id enim jam probavit primus Aulæ adminiſter, eumque in finem nomen Tuum juſſit annotari.

Libens intelligo novum Barometri genus a Te excogitatum, quod variationes pro lubitu multiplicet. Puto id a Te fieri in tubo ipſo,

ipso, nec machinulis, sed liquoribus: alioqui enim non ignorabis HOOKIUM & alios, [imo jam ipsum GERIKUM] ope rotularum aut cylindrorum pro lubitu multiplicare sensibilitatem divisionum. In *Hugeniana* constructione est aliquid difficultatis. Interim cum neges Tibi constare in praxin fuisse traductam; non possum non significare HUBINUM *Lutetiæ Parisiorum* Barometrum *Hugenianum* aliquoties elaborasse, successumque non defuisse. Sed verum est multiplicationem esse limitatam, & dependere a proportione aquæ ad hydrargyrum. 1701. Decemb.

Groningana Cycloidis Historia, ut a Viro scripta, qui argumentum ipsum non satis profunde excussit, movere Te admodum non debet. Suppeditaveram ipsi notitiam nonnullorum novissimorum, sine quibus adhuc magis manca foret; sed quædam tamen omisit, vel non satis intellexit. Non dissimulaveram totum ipsius institutum mihi parum probari; neque enim tanti est lis inter *Italum* & *Gallum*; ut *Germanus* ejus historiam scribat; cum præsertim multo majoris momenti sint postea detecta. Sed voluit ille Bibliothecam universalem edere, vel Codicem, [hæc enim nomina placebant] in quo esset de omnibus aliquid. Quæ de jure gentium miratur, vel in Libro, vel in suis ad me Litteris, mihi non valde satisfaciunt; plerique hodie volunt Libros scribere, nullo in eos tempore aut labore impenso: sed ita Reipublicæ parum prosunt, plerumque etiam sibi. Diu nihil a GRONINGIO vidi: occasione data monebo quæ mones. . . . . .

. . . . . .

Aiunt nescio quid innovatum ab annis pauculis esse in Hydracontisteriis Batavis per Tubos flexiles vim exerentibus contra incendia. De eo peto ut inquiras; & quid hoc rei sit mihi significes.

Inter præjudicia acutissimi VOLDERI nostri, non minimum est quod extensionem concipit, ut quiddam primitivum, quod faciat corporis essentiam; cum extensio nihil aliud menti ingerat quam diffusionem quandam [seu continuam repetitionem] alicujus communis naturæ per plura coexistentia; quænam autem sit illa natura non exprimat, sed præsupponat: unde extensio relativum

tivum quiddam eſt, non abſolutum; & ipſa natura ſubſtantiæ corporeæ, quæ ſcilicet diffundi intelligitur, eſt quiddam extenſione anterius.

Hoc ei, ni fallor, jam in ſuperioribus indicavi; ita tamen ut non ſatis eo animum attenderit: nunc autem non repetivi, ſed confirmavi. Quod ſi Tibi ea in re ſatisfacio, commode ipſi quoque auxilio eris in hoc melius intelligendo. Vale in annum novum alioſque multos, & me ama.

Dabam *Berolini* 27. Decembris 1701.

Deditiſſimus.

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Varia mittit. De Barometro, & Phoſphoro ſuis. De vitris Tſchirnhauſianis, *& de ratione quadam ſingulari ſpecula cauſtica conficiendi. De Machinis hydraulicis. De extenſione & corporis natura.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1702. Januar. CUM neſciverim an Litteras meas, ſub inſcriptione ad Dominum JABLONSKI, certe acceperis, ſcripta hæc *Varignoniana*, jam ab aliquot hebdomadis mihi accepta, nolui dimittere, antequam de traditione mearum ſecurus eſſem: quod cum factum ſit per noviſſimas Tuas 27 Decembris datas; Ecce nunc ſcriptorum variorum faſciculum, quæ vel una, vel partitis vicibus, mihi remittes: adjecta ſunt iis, ut vides, Litteræ, quas Dominus VARIGNONIUS ad Te ſcripſit; cui ſi ipſe reſponde-

re

se volueris, poteris ad me dirigere litteras; promptus ero in curando. 1702. Januar.

In quo consistat novi mei Barometri inventio discES ex litteris MUSCHENBROECKII Artificis *Leydensis* ad me datis: Videbis structuram haud valde esse compositam, duobus quippe tubis, verticali uno, & ampliori, horizontali altero & graciliori, totum negotium absolventibus. Quod GERIKIUS, HOOKIUS, & *alii*, multiplicatas Barometri variationes tentaverint per rotulas, cylindrulos, aliasque machinulas, non equidem ignoro, sed ignoro an in praxi ullum effectum habuerint; hujusmodi enim machinulæ ob frictionem, aliaque materiæ incommoda, non prima statim aëris mutatione moveri possunt, sed collectis demum successive pluribus mutati aëris gradibus, machinulæ una vice, & quasi per saltum, superata frictione, moventur; adeo ut tantum absit, ut hujusmodi Barometra per machinulas insensibiles variationes indicare possint, ut potius sensibiliores etiam dissimulent. Meum vero Barometrum, cum per liquorem ipsum variationes ostendat, huic incommodo non est obnoxium. Cum *Lutetiæ* essem, nunquam audivi HUBINUM elaborasse Barometrum *Hugenianum*; sed concedes, puto, quod, præter limitatam effectus multiplicationem, & difficilem tuborum structuram eorumque adimpletionem, non facile etiam contrectari, multo minus transportari possit, id quod pretium ejus multum imminuit.

Quod Phosphorus meus spectantis Aulæ plausum habuerit, valde lætus intellexi. Quod vero dignus fuerit æstimatus, qui ipsius Regis & Reginæ oculos in se converteret, id quidem magno honori mihi duco. . . . . .

. . . . . .

Sed non possum non dolere simul, quod Phosphorus, quem Tibi misi, ille sit quem, inter plures quos in parato habeo, selegi propter parvitatem molis, ut commode per cursorem publicum posset transmitti; adeoque, ut verum fatear, inter omnes reliquos minimum splendet, ob modicam nimis mercurii inclusi quantitatem. Quis autem cogitasset Te levidense illud Phosphori vasculum, quod Tibi soli misi, ut inventi veritatem videres,

1702. Januar. poſtea cōram Rege, Regina, & Aula producturum. Id ſi mihi prædixiſſes, paraſſem Tibi Phoſphori exemplar in majori & elegantiori forma.

In litteris Tuis ad Cl. VOLDERUM, dicis TSCHIRNHAUSIUM moliri etiam vitra Teleſcopiorum longe porrigentium, qualia HARTSOEKERUS elaborat: id ego neſciveram; putabam enim illum verſari tantum in vitris cauſticis conficiendis, quorum crebro mentionem facit in *Act. Erud.* & alibi. Hac occaſione dicam [quod nondum feciſſem] me moliri novam aliquam ſpeciem ſpeculi cauſtici, levi pretio & labore parabilis, etiam ſub forma ingenti, a quo non minorem effectum mihi polliceor quam ab ordinariis ex chalybe, aliove metallo factis; perſcribam ſucceſſum quam-primum paravero. . . . . .

. . . . . .

Machinæ illæ hydraulicæ contra incendia, quas dicis in uſu eſſe apud Batavos, & inſtructas tubis flexibilibus, forte nihil ſingulare habent. Nam hujuſmodi jam vidi olim *Genevæ*: erat autem illa, uti ordinaria; ſcilicet conſtabat magno receptaculo, quod in anteriore parte habebat duos cylindros, in quibus emboli alternatim aſcendebant & deſcendebant, ut hoc modo aqua radio continuo exprimeretur, & quidem per longum tubum coriaceum inſtar inteſtini, quem homo aliquis, apprehendens in anteriore parte, ſecum ferebat in ſumma ædium vel tectorum, & orificium ejus aquam continuo evomens verſus angulos & receſſus dirigebat, ut hoc pacto ſuccurreret ubicunque neceſſitas poſtularet: Inquiram interim an Syringes *Batavorum* aliquid ſingularius habeant; quo caſu delineationem fieri curabo, quam mittam.

Dimittam hodie Litteras quas dediſti ad VOLDERUM, una cum adjectis ad Dominum OUDINUM & BAYLIUM: meo utique non indiges conſilio, ad mentem Tuam Cl. VOLDERO intelligibiliorem reddendam; niſi velis me facem Soli accendere. Video ipſum notionem habere ſubſtantiæ a Tua multum diverſam; verum etiam eſt, quod extenſionem habeat per primitivam corporis eſſentiam: Tu vero dicis eam eſſe tantum relativum quid,

&

& ſupponere communem aliquam naturam per plura coexiſtentia. In quonam autem illa communis natura corporis conſiſtat, dicit ille ſe non poſſe concipere, & a Te procul-dubio deſiderabit claram & diſtinctam ideam; ut & Tuam nunc definitionem ſubſtantiæ, quam, ni fallor, promiſeras, ſi ſuam prius dederit. Quod ſupereſt Tibi viciſſim in novum hunc annum & in longam ſequentium ſeriem omnia fauſta & felicia ex animo apprecor. Vale & Fave.

Groningæ 14. Januar. 1702.

Amplitudinis Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

P. S. Rogo ut *Varignoniana* quantocius mihi remittas, quoniam ad ea reſpondere debeo; nam nondum reſpondi.

EPISTOLA CXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De litteris VARIGNONII, *ejuſque cum* ROLLIO *controverſia. De Barometro portatili. De Speculis cauſticis. De* MENCKENII *morbo. De phoſphoro mercuriali.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

LITTERÆ, quas ad me dediſti, cum incluſis *Varignonianis* & *Muſchenbroekianis*, *Berolini* me non invenere: jam enim diſceſſeram cum Regina: itaque illinc ad me huc miſſæ, & heri demum redditæ. Nolui itaque differre reſponſum; etſi brevitas 1702. Februar.

1702. Februar. temporis, & distractiones per absentiam diuturnam accumulatæ non patiantur ut rimari possim attentius quæ Cl. VARIGNONIUS noster Adversario respondet, & quæ Tibi perpensa non dubito. Litteris ejus respondeo, ut vides (1), nec video qua alia commodiore ratione possim, ne tricis metaphysicis frustra implicemur. In Tua tamen, atque illius potestate [quod ipsi significare potes] utrum velitis communicari aliis quæ scripsi; nam si quid inesse putatis, quibus abuti possint alii, sufficerit notationes vestras mihi communicari, ut, quousque salva veritate videbor posse, locutiones meas accommodem sensis vestris.

Peringeniosa est Tua Barometri constructio, nec inutilis: cogitavi aliquando de Barometro portatili, quod includi theculæ, in horologii forma, posset; sed mercurio caret, & ejus officio fungitur follis, quem pondus aëris comprimere conatur, elastro aliquo chalybeo resistente. *Hugenianum* ipse in HUGENII musæo vidi.

Pro speculis causticis, aliisque majoribus ad urendum, aliosve usus comparatis, quidam Scrinarius artifex *Dresdæ* non male adhibuit lignum folio auri obductum & politum. Eo coquit ova, aliaque idgenus præstat. Pro vitris ingentibus putem commode adhiberi cavas tabulas vitreas conjungendas, medium replendo liquore. Ita enim longius quam ulla alia ratione iri potest.

Intellexi non sine dolore, Dominum MENKENIUM, Symptomate aliquo gravi nervosum genus invadente, paralytico, nescio an apoplectico laborasse; sed restitutum spero, & malum fuisse minus grave quam ferebatur.

Cum Phosphorum a Te acciperem, neuter nostrum de demonstratione *Berolinensi* cogitabat. Præstat aliquid monstrare ipsa re, quam multa explicare verbis. Sed brevitas temporis nunc abrumpere jubet. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 3. Februarii 1702.

Deditissimus.

Responsio deest. *G. G.* LEIBNITIUS.

EPIS.

(1) *Credibile est hanc esse Epistolam, quæ inserta est* Diario Erud. 1702. 12. Journal, du 20. Mars.

EPISTOLA CXXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De litteris suis ad VARIGNONIUM. *De Barometro portatili. De speciebus causticis. De inventis* Tschirnhausianis, *ejusque vitris. De Sectionibus angularibus. Varia.*

DEMONSTRATIO MULTI-SECTIONIS ANGULARIS.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

VARIGNONIANAS ad Te missas, & a Te mihi communicatas, cum gratiarum actione remitto, & cum eæ occasionem mihi dedissent relegendi mearum ad Dominum VARIGNONIUM Litterarum Gallice scriptarum exemplum, animadverti me alicubi non satis emendate in illis locutum. Itaque bina loca correxi, idque ipsi, Epistola altera *Lutetiam* recta missa, significavi mature, ut si nondum edita est prior, corrigatur: ad edendum enim scripta non erat (2). 1702. April.

Follis qui aërem sufficienter excludat, fieri credo poterit ope vesicæ. Ita commode credo habebimus Barometrum portatile instar horologii. Corium nondum ita munire potui, ut aëri pervium non sit; quanquam id multas ob utilitates posse valde vellem. Et credo esse artifices qui possideant hanc artem; nam passim memorantur culcitæ nonnisi aëre fuffertæ, etsi videre eas nondum mihi contigerit. Cæterum etsi corium pro Barometro non facile sufficere posse putem, ubi nimirum perpetua aëris coercitione opus est, vellem id saltem consequi posse ut in 24 horas inflata ex corio culcita novo sufflamine non indigeret. Cogi-

(2) *Videatur Epistola praecedens.*

1702. April. Cogitavi aliquando, an non pelles animalium marinorum vicem corii terreſtrium in hunc uſum præſtarent.

Specula lignea primus, quod conſtet, invenit Faber quidam lignarius, an Tornator *Dreſdenſis*, ſed Tua ratio pro foliis metallicis plumbagine obducendis nova eſt & elegans. Vidi ipſe Libros compactos, ita ut plumbago, pro auro argentoque, foliorum chartæ terminationes, ſive quod vulgo ſectionem vocant, ornaret non minus ſplendide atque eleganter: Librum *Guillelmus* PENN Tremulorum *Angliæ* Coryphæus miſerat, apparebatque frugalitatem cum elegantia conciliare voluiſſe. . . . . .

. . . . . .

Ex *Novellis Reipub icæ Litterariæ* nuperis, (3), quas Tibi quoque lectas puto, didici, quædam a Domino TSCHIRNHAUSIO *Lutetiæ* acta, quorum ipſe me participem non fecit, neſcio an aliquid de ea re ad Te Dominus VARIGNONIUS? Quod ſi is quoque ſiluit, miror ego nimias & fruſtraneas cautiones. Cur enim apud amicos diſſimulat, quæ mox loquatur Diarium? Mentionem id facit duarum Propoſitionum Academiæ Regiæ exhibitarum, quarum una ſit de perfectione lentium, alterius neſcio an ſenſum ſatis aſſequar, qui eo videtur tendere, ut in data curva duo exhibeantur arcus, quorum differentia ſit menſurabilis. Id ſi aſſecutus eſſet, rem præſtiterit non contemnendam; ſed vereor ut ſit poſſibilis: ni fallor enim, etſi curva parabolica non ſit proportionalis Logarithmis, vel areis Hyperbolicis eos exprimentibus, exhibui tamen olim curvam ordinariam arcus habentem Logarithmis proportionales. An ergo ſpes eſt duarum arearum hyperbolicarum Logarithmis proportionalium haberi poſſe differentiam? Mihi id ſane perdifficile videtur. Differentia enim Logarithmorum eſt Logarithmus rationis numerorum.

Cum nuper hac tranſiret Rex *Pruſſiæ*, Conſiliarium ejus Libellorum ſupplicum Magiſtrum hortatus ſum, ut Phoſphori Tui, quem Regi oſtenderam, data occaſione meminiſſe vellet; quod etiam ſe facturum promiſit. Cogitavi poſſe aliquando ope ejus ex vitro

(3) Avril. 1702. pag. 466.

vitro cavo confici aliquid inſtar ſceptri, aut Coronæ, quod a machinamento quodam obtecto continue agitatum ſemper luceat. 1702. April.

Quænam, quæſo, illa eſt multiſectio angulorum pro numeris irrationalibus, cujus demonſtrationem Dominus VARIGNONIUS a Te petit (1)?

Pene eſt, cur idem faciam quod VARIGNONIUS, id eſt querar, quod tamdiu me Tuas præclaras cogitationes [quarum multas domi Tuæ naſci in dies non dubito] vis ignorare; ita ut plerumque quæ facis, demum ex Diariis vel aliunde diſcam. Quorſum evaſit Dominus HERMANNUS? Diu nihil de NIEUWENTIITIO audivimus.

Nova Reipublicæ Litterariæ ibidem de ſpeculo loquuntur vitreo, quod Dominus TSCHIRNAUSIUS Academiæ Regiæ vendiderit. Sed ego puto, pro ſpeculo potius vitrum cauſticum eſſe intelligendum. Diu enim eſt, quod ipſe dixit, ſe ſe hæc vitra ſpeculis præferre; & fateor ope vitrorum commodius experimenta fieri poſſe: Interim tamen nec ſpecula ſunt contemnenda, præſertim ſi magna, admodum commodius quam lentes, parari poſſint.

Exige quæſo a Domino VARIGNONIO, ut ſubinde ad Te ſcribat Nova litteraria; præſertim ad Phyſicam & Matheſin pertinentia; & inter alia explicet, quid a Domino TSCHIRNHAUSIO ſit actum. Quod ſupereſt, vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 20. Aprilis 1702.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Reſponſum quære in Schediaſmate quod hanc Epiſtolam ſequitur.*

1702. April.

DEMONSTRATIO.

Multisectionis angularis in ratione, sive surda, sive numerica; data, inserta. Act. Erud. Lipsi. 1701. m. April. *Auctore* Joh BERNOULLIO.

Vide Opp. Tom. I. N°. LXIX. pag. 386.

LEMMA I.

Rectangulum, sub diagonalibus trapezii cujuscunque circulo inscripti, est æquale summæ rectangulorum sub lateribus oppositis.

Demonstratio hujus satis nota est, & passim habetur in Trigonometricis.

LEMMA II.

TA. XVII *Si* (Fig. 96.) *in semicirculo* ADB, *duo habeantur arcus æquales* AC, DE, *quorum ille diametro sit contiguus, alter ubicunque sumtus; ducanturque subtensæ* CB, DB, EB, *ut &* CA, DA, EA: *dico rectang. sub* DB *&* CB *minus rectang. sub* AC *&* AD, *fore æquale rectangulo sub* AB *&* EB.

DEMONSTRATIO.

Ob similia Triang. ACF, BDA, erit AC : CF = BD : AD, & AC in AD = BD in CF; iterumque ob similia Triang. BDA, BEF, erit AB : BD = BF : BE, & AB in BE = BD in BF = BD in BC — BD in CF = BD in BC — AC in AD. *Q. E. D.*

LEMMA III.

Positis iisdem, dico fore rectang. sub BD *&* AC *plus rectang. sub* BC *&* AD *æquale rectang. sub* AB *&* AE.

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Conjungantur puncta C, D, per rectam CD, quæ parallela erit ipſi AE, & ducatur DG parallela ipſi AC, quæ etiam ipſi AC vel DE erit æqualis, adeoque, ducto radio OD, erit Triang. OBD ſimile Triangulo GDE, ob angulos OBD & DEG eidem arcui inſiſtentes æquales. Hinc OB: DB = DG: GE, & OB in GE = DB in DG, & ſumendo utrimque duplum, AB in GE = DB in AC + DB in AC; addendo utrinque AB in AG vel CD, erit AB in AE = DB in AC + DB in AC + AB in CD. Eſt autem per Lem. I, DB in AC + AB in CD = BC in AD. Ergo AB in AE = DB in AC + BC in AD. *Q. E. D.*

DEMONSTRATIO.

Formulæ Sectionis angularis.

Hiſce præmiſſis, res ita peragitur. Eſto diameter AB = 1; ſubtenſa AC = x, adeoque BC = $\sqrt{(1-xx)}$ = (brev. gr.) y, ſubtenſa AE = a, adeoque BE = $\sqrt{(1-aa)}$ = (brev. gr.) b.

Ponantur primo arcus AC, DE contigui, evaneſcente intermedio CD, ita ut arcus AE ſit duplus ipſius AC; quo caſu rectæ AD, AC, ut & BD, BC coincidunt: adeoque, per Lem. 2; erit $yy - xx = b$, & per Lem. 3. $2xy = a$. Ponatur nunc arcus intermedius CD æqualis ipſi AC vel DE, ita ut arcus AE ſit triplus arcus AC: ergo, per præced: caſ. erit $yy - xx =$ BD, & $2xy =$ AD. Hinc, per Lem. 2; $y^3 - 3xxy = b$, & per Lem. 3, $3xyy - x^3 = a$. Si nunc ponatur arcus intermedius CD æqualis duobus arcubus AC, ita ut arcus AE fiat quadruplus ipſius AC; ergo, per 2um. caſ.; erit $y^3 - 3xxy =$ BD, & $3xyy - x^3 =$ AD. Hinc, per Lem. 2. $y^4 - 6x^2y^2 + x^4 = b$, & per Lem. 3^m $4xy^3 - 4x^3y = a$. Porro, ſi arcus intermedius CD æqualis ſtatuatur tri-

plici arcui AC, ita ut arcus AE evadat quintuplus ipſius AC; ergo, per 3^{m}. Caſum, erit $y^4 - 6x^2y^2 + x^4 = BD$, & $4xy^3 - 4x^3y = AD$. Hinc, per Lem. 2^{m}. $y^5 - 10x^2y^3 + 5x^4y = b$, &, per Lem. 3. $5xy^4 - 10x^3yy + x^5 = a$, & ita quouſque libet facile continuabitur: Ubi hæc elegans progreſſionis generatio conſpicitur; ſcil. ſumta poteſtate ipſius $y + x$, cujus exponens ſit numerus quo arcus AE continet arcum AC, erit illius poteſtatis terminus primus, minus tertio, plus quinto, minus ſeptimo, plus nono, &c. $= b$, & terminus ſecundus, minus quarto, plus ſexto, minus octavo, plus decimo &c. $= a$. Quandoquidem igitur ſumto numero poteſtatis indefinito n, ſive fracto, ſive integro, ſive ſurdo, ſive rationali, erit, ut olim oſtendimus & nunc ſatis notum, $(y+x)^n = y^n + \frac{n}{1}y^{n-1}x + \frac{n.\,n-1}{1.\,2}y^{n-2}x^2 + \frac{n.\,n-1.\,n-2}{1.\,2.\,3}y^{n-3}x^3 + \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3}{1.\,2.\,3.\,4}y^{n-4}x^4 +$ &c. Ergo patet, ſi AE ſit ad AC ut n ad 1, haberi, pro indefinita ſectione angulari hanc progreſſionem univerſaliſſimam, $b = y^n - \frac{n.\,n-1}{1.\,2}y^{n-2}x^2 + \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3}{1.\,2.\,3.\,4}y^{n-4}x^4 - \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3.\,n-4.\,n-5}{1.\,2.\,3.\,4.\,5.\,6}y^{n-6}x^6 +$ &c, vel etiam $a = \frac{n}{1}y^{n-1}x - \frac{n.\,n-1.\,n-2}{1.\,2.\,3}y^{n-3}x^3 + \frac{n.\,n-1.\,n-2.\,n-3.\,n-4}{1.\,2.\,3.\,4.\,5}y^{n-5}x^5 -$ &c. quæ duæ progreſſiones omnes æquationes finitas poſſibiles complectuntur pro quovis numero n integro, ſive pari, ſive impari; hiſce enim in caſibus abrumpuntur ſemper progreſſiones; in reliquis autem abeunt in infinitum. Hinc patent quæ in *Actis* diximus de hac materia.

EPIS-

EPISTOLA CXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ſua cum BAYLIO *controverſia. De* GRONINGII *recenſionibus litterariis*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

QUÆ nuper ad Te, pariter & eximium virum VOLDERUM noſtrum ſcripſi, reddita Tibi eſſe non dubito. 1702. Accepi noviſſime Dictionarii *Bayliani* alteram editionem, in qua (2) eſt replica ō quædam ad ea quæ prioribus reſpondi, ſed pœna officii & humanitatis. In eo ſum ut viciſſim aliquid reponam, (3) nam & ipſe Author ad hæc invitat. Id Tibi, & per Te VOLDERO mittam, ut per vos ad Cl. BAYLIUM perveniat. Renovat etiam [in v. ZENO] quæ GOUYUS *Jeſuita* in *Trevurienſi Diario* Domino *Marchioni* HOSPITALIO objecit. Nam Author Dictionarii inclinat, ut ſcis, ad Pyrrhoniſmum, facileque arripit argumenta dubitandi. Mai.

Cl GRONINGIUS, quem noſti, novas quaſdam recenſiones litterarias dare aggreſſus eſt, partemque ſpeciminis mihi inſcripſit. Reſpondi, & hortatus ſum ut ne ſuperficiem tantum lambat ſcriptorum, ſed in corpus ipſum penetret.

Memini Te mihi aliquando ſcribere eſſe aliqua ſupplenda in Hiſtoria Cycloidis, quam dederat: ea ſi ſcribas, qualia eſſe velis, mittam ad ipſum; commode enim inſerere poterit ſuo illi faſciculo, qui per intervalla prodire debet. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 29. Maii 1702.

Deditiſſimus.

Reſponſio deeſt. G. G. LEIBNITIUS.

(2) *Voce* RORARIUS.

(3) *Reſponſio hæc habetur*, Hiſtoire Critique de la République des Lettres, Tom. 2. p. 78. *atque etiam* Recueil de diverſes piéces, &c. par Mrs. LEIBNITZ, CLARKE, &c. Tom. II. pag. 389.

EPISTOLA CXXXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ROLLII *refutatione & inventis* Tchirnhauſianis. *De Barometro portatili. De quibuſdam Problem.* Bernoullianis. *De integrandis differentialibus rationalibus Methodus* Leibnitiana. *De reducendis quadraturis irrationalibus ad rationales. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1702. Jun. GRATIAS ago, quod litteras *Varignonianas* mecum communicaſti, quas ſtatim remitto. Vellem & ipſe refutationem ROLLII latine inſeri *Actis Lipſienſibus*.

Etſi Dominus TSCHIRNHAUSIUS nullas demonſtrationes communicaverit Academiæ ſcientiarum Regiæ; vellem tamen ſaltem diſcere poſſemus Propoſitiones quas ſe inveniſſe dixit. Unam invenies in *Novis Reipublicæ Litterariæ* (1) a BERNARDO editis [ubi de vitro ejus cauſtico in *Gallia* vendito mentio eſt,] quæ mihi ad id quod nuper ſcripſi redire videbatur.

Barometri portatilis cauſa follem clauſum potius quam embolum ideo adhibui, quia frictione continua mox corium, vel quod ejus loco eſt, atteritur; ita ut variet reſiſtentiæ motusque facilitas; donec tandem aër plane interlabatur; & cum reparetur clauſura [quam reparationem in Anthliis artifices vocant *Dir Lmdnkûng*] initio ſemper major eſt difficultas, quæ diminuitur temporis tractu. Follem autem vellem adhiberi metallicum, in quo plicæ a chalybeis laminis ſuppeditentur. Ita ceſſabunt quæ metuis. Interea tentamenta fieri poſſunt in follibus coriaceis vel membranaceis.

Gratum

(1) 1702. *Avril, pag.* 466.

Gratum est quod Domino VARIGNONIO communicata etiam ad me pervenire jam pateris. (1) An unquam, ut innuis, significavi mihi molestas esse has communicationes. Si veniam aliquando petivi, quod, vel otio, vel pristina animi alacritate destitutus, Tibi commode satisfacere aut vacare pro dignitate novis meditationibus non potui; an ideo sequitur eas a me sperni, aut non libenter cognosci. Interim etsi in novis sim tardior, tamen puto me ex olim mihi repertis posse satisfacere plerisque Tuis sane egregiis Problematibus & aliis non paulo adhuc generalioribus. 1702. Jun.

Pri-

(1) Hæc habes in adjuncto P. S. Epistolæ ad Cel. VARIGNONIUM datæ a d. 6. Maii. 1702. hic latine verso.

P. S. Ne vacua sit hæc pagina, Problemata quædam digna ad quæ attendas, subjungam.

1. Invenire curvam algebraïcam, quæ cum dato arcu circuli sit rectificabilis

2. Invenire curvam algebraïcam, cujus arcus sint segmentis Circuli proportionales

3. Curvas parabolicas & hyperbolicas cujuscunque gradus transformare in alias curvas algebraïcas, sic ut istarum arcus illarum arcubus sint æquales.

4. Dati polynomii ad datam potestatem elevati, v. g. trinomii ad vigesimam potestatem elevati $(a+b+c)^{20}$, *maximum terminum invenire.*

5. Datæ progressionis numerorum naturalium ad potentiam quamlibet elevatorum, v. gr. $1^7+2^7+3^7+4^7..+100^7$, *summam facili calculo invenire.*

6. Datæ quantitatis differentialis $p\,dx:q$ [*ubi p & q sunt quantitates rationales quomodocunque datæ per x & constantes*] *integralem exhibere, concessis saltem Circuli & Hyperbolæ quadraturis: id enim semper potest fieri: & in eo consistit magnum mysterium quadraturarum, rectificationum & reductionum ad spatia circularia & hyperbolica; quod semper fuit in desideratis.*

Horum omnium solutiones habeo, sed istud, leve ut videtur, me etiamnum vexat.

7. Datis duobus numeris m & n, quadratum xx invenire quod ipsis additum efficiat duo quadrata $m+xx$, $n+xx$.

De tribus prioribus, vide Opp. Tom. IV. N°. CLXIV. pag. 92. & seq. *De quarto* Tom. IV. N°. CLIII. p. 25. *De quinto* Tom. IV. N°. CLI. pag. 16. *De sexto* Acta Erud. 1703. Janv. p. 26. *vel* Memoires de l'Ac. R. des Sc. 1702. p. 289. *vel* Opp. Tom. I. N°. LXX. p. 393.

1702. Jun. Primum, ſecundum, tertium in poteſtate habeo. Quartum non ſatis intelligo; quid ſcilicet voces maximum terminum. Puto in ipſo & in quinto compendia quædam pulchra ſuccurriſſe tibi, qualia magni-facere ſoleo, etiam cum aliter [ſed prolixius] res haberi poteſt. Itaque pergrata erit ſolutio.

Sextum Problema non tantum habeo, ſed etiam ita habeo, ut jam a primis meæ Geometriæ altioris annis mihi fuerit conſtitutum, tanquam *Scientiæ infiniti* meæ, analyſeoſque adeo ſummatoriæ pars non parva. Et ſperabam proſequi ſatis, inque id tempus editionem diſtuleram, ut aliquid meæ *Scientiæ infiniti* ſervarem. Sed cum videam quam multa alia mihi ſuperſint agenda, & quam non debeam a me ſperare, in quibus prolixiuſculi calculi deſiderantur; non ita pridem decreveram publicare hoc quoque artificium, inque id expedieram breve ſchediaſma (1) aliis excitandis. Unde hæc accipe, cum nemo melius uti poſſit.

Nempe dudum inveni Analyſin omnium Quadraturarum rationalium, uti appellare ſoleo, quæ, ut verbo dicam, nititur diviſoribus formulæ cujuſque rationalis unicam indeterminatam continentis. Qua ratione fractio omnis denominatoris compoſiti poteſt reſolvi in aliquot fractiones rationales nominatorum ſimpliciorum. Eſto fractio $1 : (xx + . x + .)$, vel $1 : (x^3 + . x^2 + . x + . .)$, vel $1 : (x^4 + . . x^3 + . . x^2 + . x + . .)$ &c. talis denominatoris radices vel diviſores ſunto l, m; vel l, m, n; vel l, m, n, p, & ita porro, poſito $l = x + b$, $m = x + c$, $n = x + d$, $p = x + e$, &c. ubi nihil refert, determinatæ ſeu conſtantes b, c, d, e, &c. ſintne rationales an irrationales, Analyſis enim noſtra ſuperior inferiorem, nempe reſolutionem formularum in diviſores, quæ eadem eſt cum reſolutione æquationum in radices ſupponit.

His poſitis hanc reperi regulam, $1 : lm = 1 : l(c - b) + 1 : m(b - c)$ & $1 : lmn = 1 : l(c - b).(d - b) + 1 : m(b - c)(d - c) + 1 : n.(b - d).(c - d)$, & $1 : lmnp = 1 : l(c - b).(d - b).(e - b) + 1 : m(b - c).(d - c)(e - c) + 1 : n$

(1) *Id vero prodiit* Act. Erud. 1702. Mai. p. 210. & 1703. Janu. p. 19

$+1 : n(b-d).(c-d).(e-d)+1 : p(b-e).(c-e)(d-e)$, &c. ita porro. 1702. Jun.

Fractiones autem, quarum numerator non est unitas vel constans, sed aliqua formula rationalis ex potentiis ipsius x conflata, veluti $(\alpha+\beta x+\gamma xx) : lmnp$, resolvi potest in tot fractiones quot membra habet numerator, ut $\alpha : lmnp + \beta x : lmnp + \gamma xx : lmnp$, & harum quælibet rursus resolvi poterit in fractiones simplicis denominatoris, hoc modo. $\alpha : lmnpq..$ jam est resoluta, $x : lmnpq..$ est $= 1 : mnpq.. - b : lmnpq..$, & $xx : lmnpq.. = 1 : npq.. - (b+c) : mnpq.. + bb : lmnpq..$ & $x^3 : lmnpq.. = 1 : pq.. - (b+c+d) : npq.. + (bc+bb+cc) : mnpq.. - b^3 : lmnpq..$ & eodem modo $x^4 : lmnpq.. = 1 : q.. - (b+c+d+e) : pq.. + (bc+bd+cd+bb+cc+dd) : npq.. - (bbc+bcc+bbd+bdd+ccd) : mnpq.. + b^4 : lmnpq..$ & ita porro.

Quæ omnes fractiones in valoribus, cum numeratores habeant constantes, rursus in simplices resolvi possunt, modo ostenso; habemus ergo omnium fractionum rationalium reductiones ad has $1 : l$, $1 : m$, $1 : n$, vel $1 : (x+b)$, $1 : (x+c)$, $1 : (x+d)$, &c. Sed quia interdum radices formularum sunt imaginariæ; hinc pro divisore assumi potest factum ex ipsis reale. Verbi gratia, si inter divisores simplices sunt duo $1 : (x+\sqrt{-1})$, & $1 : (x-\sqrt{-1})$, adhiberi potest factum ex ipsis $1 : (xx+1)$, & si adessent $1 : (xx+\sqrt{-1})$ & $1 : (xx-\sqrt{-1})$; adhiberi potest $1 : (x^4+1)$. Itaque licet non possit reduci res ad quadraturam Hyperbolæ, cum divisor est $1 : (xx+1)$, quia hujus formulæ $xx+1$ radices sunt imaginariæ, res tamen reduci potest ad aliam simplicem quadraturam. Nam, ut olim inveni primus cum meam quadraturam Arithmeticam darem, $1 : (xx+1)$ summatur per quadraturam Circuli, & vice versa.

Sed latet in his arcanum adhuc majus. Quoniam, ut olim etiam inveni in æquationibus & calculo singulari comprobavi, possunt imaginariæ non minus quam reales in Analysi æquationum recte & utiliter adhiberi; ideo idem feci etiam in Analysi Tetragonistica, & quadraturas rationales reduxi ad Logarithmos, vel

1702. Jun. veros, vel imaginarios, ipſamque adeo Circuli quadraturam, non una ratione. Eaque ratione expreſſiones tranſcendentes ſummatorias, ſeu quadratorias, transfero ad exponentiales, quæ maxima eſt perfectio Analyſeos Tranſcendentis. Nam quæ in calculo ſummatorio vel differentiali incognitæ exhibentur non poſſunt ex eo tolli. Licet enim incognitam quæſitam determinet curvarum duarum Tranſcendentium, vel Tranſcendentis & ordinariæ interſectio, non tamen ideo analytice deſcendi poteſt ad valores ſpecialium incognitarum. Exempli gratia, ſit $\int\sqrt{(aa+xx)}\,dx = ax+yy$, & $\int\sqrt{(aa+yy)}\,dy = \int\sqrt{(az+zz)}\,dz+ab$ & $\int\sqrt{(ab+zz)}\,dz = ax$; patet nullam incognitarum poſſe tolli. Licet enim $x = \int\sqrt{(ab+zz)}\,dz : a$ poſſet ſubſtitui in $\sqrt{(aa+xx)}$, & in ax; tamen non poteſt ſubſtitui in dx. Id enim ſuccedit tantum, cum loca ſe tangunt, non vero cum ſe ſecant. At Analyſis exponentialis, cum nos liberet ab ipſis dx, rem eo reducit, ut poſſimus tollere incognitas, ut in Algebra; & licet logarithmi vel exponentiales fiant imaginarii, id tamen pro Analyſi non nocet. Et imaginariæ valorem realium ingredientes virtualiter deſtruuntur compenſatione, atque inde etiam duci poſſunt conſtructiones imaginariis calculis.

Supereſt ergo ad perficiendam Analyſin quadratoriam, ut quadraturæ irrationales reducantur ad rationales. Quod ſane jam deſiderari animadverti, ex quo meam inveni Quadraturam Arithmeticam. Et hinc primo aſpectu ſtatim vidi quid Tibi velis, quum quæris xx talem ut $am+xx$, & $an+xx$ ſint quadrati, ſeu cum quæris quadratum, quod datis duobus numeris additum, cum unoquoque faciat quadratum. Ita enim habetur reductio curvæ Ellipſeos & Hyperbolæ, ſimiliumque Problematum Tetragoniſticorum ad quadraturam Circuli aut Hyperbolæ. Et ſane cum mihi olim videretur reductionem ad rationales, ſaltem quoad ipſas indeterminatas [nam conſtantium irrationalitas non curatur] ob hoc ipſum ſemper poſſe præſtari, nec rem ipſam fuiſſem aggreſſus: ſpondebam dimenſionem curvæ Hyperbolæ æquilateræ, idque ſcripſeram in Epiſtola antiqua, quam edidit WALLISIUS;

sius, (1) quod in ea nescio quæ facilitas peculiaris tunc occurrere visa esset. Postea in *Actis Eruditorum*, (2) cum quadraturam cujusdam curvæ, qualis est $\sqrt{(a^4+x^4)}$ ni fallor, quæreret Dominus *Frater* Tuus, innuebam me eam habere in potestate. Sed cum tandem rem essem aggressus, difficultatem opinione majorem deprehendi. Itaque cum jam idem tentes, convocandæ sunt copiæ nostræ in unum, ut quantum licet progrediamur. Sane hoc problema, ut $am+xx$ & $an+xx$ sint quadrati, habeo cur credam non posse indefinite solvi: multisque aliis tentatis, reductio dimensionum curvæ ellipticæ aut Hyperbolicæ ad quadraturas rationales hactenus non successit, ne interventu quidem imaginariarum. Itaque nondum constat an hoc semper sit possibile. Quod si rem ex voto promoveris, aliquid insigne præstabis. Aliquam ego promotionem dedi, dum adhibui summandas ordinatas, quarum partes sunt ad rationales summandas revocabiles; ita enim erit & totum, verbi gratia, $fy:a = \sqrt{(ab+cx+xx)}+\sqrt{(al+mx+xx)}$; sublata enim irrationalitate habetur æquatio, in qua $yyxx, yyx, xx, x, y^4, yy$. Unde habetur summatio ipsarum x [seu $\int x\,dy$], quia habetur summatio ipsarum y [seu $\int y\,dx$], quæ y sunt dupliciter exprimibiles, tum per partes duas irrationales, ut factum, tum etiam per radicem universalem, quæ cum summando sit intractabilis, reducitur hoc modo ad duas partes in summando tractabiles. Unde utile nobis considerare diversos modos exprimendi eandem radicem. Reperi etiam etsi $x^e : \sqrt{(xx+ab)} : \sqrt{(xx+ac)}$ nondum potuisse reduci ad rationales quadraturas seu summandas, tamen eo reduci posse $x^e \sqrt{(xx+ab)} : \sqrt{(xx+ac)}$, posito e esse imparem. Nam verbi gratia, ponendo $xx = ay$, fiet $\frac{1}{2}\int a\,dy \sqrt{(y+b)} : \sqrt{(yx)}$ taliaque multa inveni sed nondum mihi generaliter satisfeci. Plurimum autem mihi spondeo ab ingenio tuo, præsertim cum ipse rem sponte aggressus sis; nam si mea 1702. Jun.

(1) Opp. Tom. III. p. 651. in Epist. LEIBNITII a.d. 21. Jun. 1677.

(2) 1694. Aug. p. 370. *Vide quæ hac occasione annotavit noster*, Act. Erud. 1695. Febr. p. 64. & responsionem LEIBNITII Ibid. 1695. Apr. p. 184. 185.

1702. Jun. tantum commendatione feciſſes [de quo ſæpe cogitaveram] fortaſſe minus alacriter inſtitiſſes.

Unum interim tibi conſiderandum commendo, a quo nonnihil ſpero. Quæritur $vv+ab$ & $vv+ac$, ita ut prius æquetur, vel potius identificetur ipſi ☉☉☿ : a, poſterius ipſi ☽☽☿ : a; patet productum eorum invicem æquari quadrato; quod ſufficit, etſi ſingula quadratis non æquentur. Hoc ut præſtetur; ſumo $l = x+f$, $m = x+g$, $n = x+b$, & $v = 112\sqrt{lm}+113\sqrt{ln}+123\sqrt{mn}+100a$, & $\odot = 210\sqrt{al}+220\sqrt{am}+230\sqrt{an}$ & $☽ = 310\sqrt{al}+320\sqrt{am}+330\sqrt{an}$, & $☿ = 412\sqrt{lm}+423\sqrt{mn}+400a$. Hoc modo explicando & valorem $avv+aab$ comparando cum valore ☉☉☿, & valorem $avv+aac$ cum valore ☽☽☿, habebitur deſideratum, ubi in calculo compendia dabunt homoeoptota, ut ſic vocem, & coëfficientes numeris fictitiis relationes indicantibus expreſſi. Pro comparatione autem, ſeu identificatione, poterunt inveniri valores l & m per n, ita ut non inveniatur n per conſtantes, ſed in ultima æquatione, ubi fieret verbi gratia $\lambda n+\beta a = 0$ poſitis λ, β, a conſtantibus, oportet facere $\lambda = 0$ & $\beta = 0$, ut n maneat *indeterminata*, quod continget bis. Reliquæ æquationes comparatitiæ, ſeu identificatoriæ, præſtabuntur ope conſtantium ſeu coëfficientium aſſumtarum 112, 113 &c. His obtentis habebitur $\int dv\sqrt{(vv+ab)} : \sqrt{(vv+ab)}$, per formulam conſtantem ex $..\sqrt{lm}+..\sqrt{ln}+..\sqrt{mn}+..$ quæ revocari poteſt ad quadraturas rationales, cum quævis pars eo revocari poſſit. Calculum autem abſolvere non licuit. Abſolviſſem, ſi olim veniſſet in mentem, ſed ab aliquot annis imparem me ſentio calculis prolixioribus. Sed tempus eſt ut finiam.

Habui & ego olim ſingulare aliquid & utile circa Sectiones angulares. Præcedentibus ſcripſi Domino VARIGNONIO. Prima æquatio *Rolliana* expediri poteſt methodo tangentium vulgariſſima. PARENTII Liber merito examinaretur; dudum animadverti affectare eum ut multa & magna inveniſſe credatur. At Liber ejus dudum

dudum cognitis innititur, quibus an recte ſua inædificarit dicere non habeo. Vale & me ama.

Luzemburgi prope *Berolinum*, in Palatio Reginæ 24. Junii 1702.

Deditiſſimum

G. G. LEIBNITIUM.

P. S. Quæ me voles *Hanoveram* rogo mittas more ſolito.

EPISTOLA CXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Cum litteris ad VOLDERUM & BAYLIUM.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

NON dubito quin nuperas meas cum meditationibus quibuſdam meis circa Analyſin Tetragoniſticam acceperis. Nunc ad Te mitto adjunctas pro Clariſſimis Viris VOLDERO & BAYLIO, rogoque ut illi mittas tum ſuas, tum quas alteri deſtino litteras, cum replicatione ad ea quæ in iterata Dictionarii ſui Editione repoſuit meis; rogeſque mecum VOLDERUM, ut BAYLIO litteras ſuas cum ſcripto meo lecto & expenſo tranſmittere, mihique judicium ſuum aperire velit, quemadmodum & tuum flagito. . . . . Interea Vale & me ama. 1702. Auguſt.

Dabam *Berolini* 19. Auguſti 1702.

Deditiſſimus

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXXXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Nuntiat Regem Pruſſiæ juſſiſſe ipſi Nummum Aureum mitti. De ſuis ad BAYLIUM & VOLDERUM *litteris. De* PITCARNIO & GREGORIO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1702. Septemb. INTELLEXI juſſiſſe Regem Pruſſiæ, ut Tibi Nummus Aureus mittatur pondere circiter 40 Ducatorum. Dabo igitur operam ut urgeatur executio, & Nummum, ubi nactus fuero, ut recipias faxo. Hoc volui ne neſcires, quanquam ſciam Te magis honorem in munere Regio, quam pretium pecuniarium æſtimare.

Spero ſcriptum meum ad Te perveniſſe, quo *Baylianis* objectionibus reſpondeo. Rogoque ut ſententiam Tuam mihi indices, ſaltemque ſignifices quamprimum, utrum Tibi ſit redditum, quo ſim eo nomine extra metum. Spero & Dominum VOLDERUM mentem ſuam aperiturum.

Nonne notus eſt Tibi Dominus PITCARNIUS, *Scotus*, Medicus *Lugduni-Batavorum* docens ac Medicinam faciens. Hunc aiunt inſignem eſſe etiam in re mathematica. Nuper Libellum medicum edidiſſe dicitur.

Davidis GREGORII Aſtronomicum Opus (3) prodiiſſe puto. Credo velut commentarium eſſe in Hypotheſes & ratiocinationes NEWTONI circa Syſtema Corporum Cœleſtium. De cætero ad priores me refero. Vale.

Dabam *Luzenburgi* prope *Berolinum*. 2. Septembris 1702.

Deditiſſimus *G. G.* LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

(3) *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ Elementa; Oxon.* 1702. *fol. & Genevæ* 1726. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CXXXIV

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Cum numismate Regis Pruſſiæ.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

CUM Sereniſſimus ac Potentiſſimus Pruſſorum Rex fundatæ a ſe Scientiarum Societati jura daret, in ſe recepit præmia illis nonnulla perſolvere, qui inſigni aliquo invento theſaurum humanæ cognitionis locupletaſſent. Id cum a Te novo Phoſphori genere, quem parare in poteſtate eſſet, & in multa, ut apparet, Secula proferre ſalvum liceret, factum eſſe conſtaret; ego, cui Societatis cura a Rege commiſſa eſt, Regio Verbo inſiſtens, facile obtinui ut Nummus Aureus quadraginta circiter Ducatorum, quos vocant, pretium æquans, pro Te mihi traderetur, quem nunc tranſmitto. 1702. Septemb.

Rex, in quo moderatio animi par eſt generoſitati, non putat æquari muneribus poſſe inventarum rerum dignitatem, ſed ſuam erga egregios Viros oſtendi propenſionem: Quod ſupereſt, vale, & Societatis noſtræ, unde ſalutaris, præclara conſilia Tibi mecum commendata habe.

Dabam *Berolini* 24. Auguſti (4) 1702.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Conſultum erit, ut litteris datis Regi gratias agas, acceptamque Tibi munus teſteris.

Rogo.

(4) *Potius Septembris.*

Rogo etiam, ut ſignifices an Tibi redditæ ſint meæ, quibus inerat reſponſio ad Cl. BAYLIUM in nova Dictionarii ſui Editione, quædam iterum meo Syſtemati philoſophico objicientem, quam petebam & Cl. VOLDERO communicari, ejuſque ope ad Dominum BAYLIUM dirigi.

EPISTOLA CXXXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Significat miſſum eſſe Regium Numiſma.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1702. Novem. CUM Tibi & Domino de VOLDER ample reſpondere ſperarem, impeditus nunc quidem & diſtractus reſpondeo tantum, omnia bene reddita eſſe, & me mox amplius reſponſurum. Interea ſignifico Numiſma Aureum Regis, de quo diſtinctius Tibi dudum ſcribere memini, miſſum eſſe *Amſtelodamum*, ad Dominum HALMAM Bibliopolam celebrem, a quo nomine Tuo peti poteſt. Hæc feſtinus.

Dabam *Berolini* 14. Novembris 1702.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Scriptum a Domino BAYLIO remiſſum rogo ut interim ſerves.

EPIS-

EPISTOLA CXXXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Gratias agit de Numiſmate Regio. De eodem Epigramma.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime. Fautor Honoratiſſime.

ACCEPI cum litteris. Tuis datis 24 Auguſti (niſi forte 7bris.) elegantiſſimum illum Nummum Aureum, quem Potentiſſimus Rex *Pruſſiæ* mihi, in Phoſphori inventi memoriam mitti juſſerat: Ex dono hoc pretioſo colligere licet, quanta propenſione affectus ſit erga rerum pulchrarum inventores; quamvis inventum meum tanti non ſit, ut in eorum numero habear, in id tamen incumbam ut aliquando favore Regio me dignum reddam. Rogavi Nob. JABLONSKI, ut per occaſionem Regi gratum meum animum aperire velit. Tibi quoque me devinctum ſentio, quippe qui ſcio quod ex Tua potiſſima commendatione hoc honoris mihi contigerit. Non eſt quod multis mihi commendes Societatis noſtræ conſilia; nam ſi quid in me eſt, quod valeat ad ejus commodum curandum, ex officio contribuere teneor, etſi non rogatus. Spero me communicaturum nova experimenta, occaſione Phoſphori mei perpetui inſtituta, quibus rationes meæ de cauſa hujus luminis, a *Gallis* quibuſdam. . . . . etiamnum negata mirifice confirmantur. Ab aliquo tempore tribus vicibus trinas ad Te dedi litteras (1), ſed nihil hactenus reſponſi accepi, Direxi illas omnes *Hanoveram* ut me juſſeras, haud dubie ibi hærent, niſi, (quod non ſperem) interciderint: Ex poſtremis earum, quibus adjectæ ſunt 1702. Novemb.

(1) *Eæ deſunt.*

1702. Novem. Reſponſiones Cl. VOLDERI & BAYLII, videbis me non tantum ſcriptum Tuum ad BAYLIUM rite curaſſe, ſed etiam idem illud ab eo & per VOLDERUM mihi remiſſum eſſe, quod nunc retineo, donec quid de eo factum velis mihi conſtiterit; quod ubi reſcivero, nulla in me mora erit, ſed ad nutum Tuum omnia diligentiſſime curabo. Vale.

Groninga 18. Novembris 1702.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

P. S. Cum nupero die Lunæ litteras Domini JABLONSKI, in quibus Nummus Aureus continebatur, aperuiſſem, impetu quodam Epigramma adjectum ex calamo protinus mihi excidit; quod licet nihil artis habeat, cum tamen exprimat ſtudium meum in Regem, Tecum communicare non dubitavi.

EPIGRAMMA SUBITANEUM.

In munificentiam Sereniſſimi & Potentiſſimi Pruſſorum Regis, *Pretioſo Nummo Aureo compenſantis inventum Phoſphori perpetui ex mercurio ſeu argento vivo parati.*

Cum Venus Eoas rutilat radioſa per undas,
Ex undis Titan mox oriturus erit.
Lucifer ecce novus, nobis quem candida præbet
Mercurii facies; ne ſine Sole foret,
Sol novus exoritur forti de gente Boruſſa,
Hinc decus, hinc ſplendor fulget in orbe novus.
Hujus dum Jubaris radius mea tecta ſubintrat,
Lumine mercurius vividiore micat.

EPISTOLA

EPISTOLA CXXXVII.

BERNOULLII AD JABLONSKIUM.

Regi Pruſſiæ gratias agit de Munere Regio.

Vir Nobiliſſime & Ampliſſime, Fautor Honoratiſſime.

PER nuperrimum Tabellarium allatæ mihi ſunt Litteræ Tuæ humanitatis plenæ, una cum Munere Regio, Nummo ſcilicet Aureo & pretio & elegantia inſigni, quo Sereniſſimus & Potentiſſimus *Pruſſorum* REX, meum, ut ut tenue, inventum Phoſphori perpetui munerari voluit; quod ocius ſignificandum cenſui, ut ea de re ſecurum Te redderem, ſimul & rogarem, ut, data occaſione, Regiæ Majeſtati devotiſſimas, meo nomine, gratias agere velis, atque teſtari quanto in pretio apud me ſit illuſtre hoc favoris Regii Monumentum, anſam mihi daturum, tantam REGIS propenſionem omni loco & tempore deprædicandi; quod ſtimulum in meliora ſtudia addet, ad molienda plura, quæ Societatem noſtram Scientiarum promoveant, in perpetuam Auguſtiſſimi ejus Fundatoris Gloriam. Cæterum vehementer exopto occaſionem Tuum in me demerendi affectum; ad quodvis certe officii genus paratiſſimum habebis. 1702. Novem.

Groningæ a. d. 18. Novemb. 1702.

Nobiliſſimæ Amplitudinis tuæ cultorem indefeſſum.

J. BERNOULLI.

Ad Dominum JABLONSKI *Secretarium Societatis Scientiarum Berolinenſis.*

EPISTOLA CXXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Subſtantia & Natura Corporis. Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1703. Jun. MULTI menſes ſunt, quod a Te pariter & præclarum virum B. DE VOLDER, dedi litteras VOLDERO deſtinatas reperi in Schedis meis, iterumque deſcriptas nunc mitto, & ad eum curari peto. Videbis ex illis, quid ad difficultates ejus reponam, quibus & tuis, ni fallor, ſatisfieri poteſt.

Cum in Corpore pene nihil aliud ſit quam Entelechia, non video quomodo ea ſpoliari poſſit. Certe Subſtantia ſine Entelechia eſſe non poteſt. Cum corpori initio vim impreſſam dico, nihil aliud intelligo, quam non prius exiſtentiam quam *vim* habuiſſe; addo nec habere potuiſſe. *Vires derivativæ & mutabiles* ſunt modificationes rei ſubſtantialis & remanentis; nec quicquam rei a Deo imprimitur, quod non fluat ex ejus natura; neque ab alio impreſſio facta intelligi poteſt.

Schediaſma Tuum de quadraturis per reſolutiones fractionum inſertum eſt *Actis Eruditorum* (2).

Ego cum diu adverſa valetudine *Berolini* laboraſſem, nunc Divino munere reſtitutus huc appuli, & commercia pariter litteraria, alioſque labores utcunque reſumo. Quod ſupereſt, Vale & me ama.

Dabam *Hanoverae* 20. Junii 1703.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPIS-

(2) 1703. Junii. p. 26. & Mem. de l'Ac. R. des Sc. de Paris 1702. pag. 89. *vel etiam* Opp. Tom. I. N°. LXX. pag. 393.

EPISTOLA CXXXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Posthumis Hugenianis. *De* TSCHIRNAUSII *circa Dioptricam promissis. De transformationibus. De* CUPERO.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

CUM nuper eximio nostro VOLDERO, litteris Tibi missis, scripserim nondum me accepisse *Hugeniana Posthuma* (3): eaque nunc demum ad me pervenerint, subnatæque sint aliæ ad Te scribendi causæ, simul id significare petereque volui, ut quando crebrius Domino VOLDERO scribis, hoc quoque eum docere, & meo nomine gratias repetere velis. 1703. Jul.

Percurri obiter, & puto consentire nostris, quæ de motuum Legibus habet HUGENIUS, sed non ea constituisse principia, quæ omnibus definiendis sufficiant; itaque nec de concursu nisi centrico & corporis unius cum uno sibi immediato agit.

Dominus TSCHIRNAUSIUS sperat in Microscopiis & Telescopiis multo plura præstare, quam possibile putat HUGENIUS: consilium mihi est aliquando rem expendere diligentius.

Quod si Tibi interim vacabit facere, plurimum deferam judicio Tuo. Quæ memoras de Problemate inserto in *Parisino Diario* (4), curvas infinitas specie diversas inveniendi datæ æquales, non vidi. Problema tamen ipsum putem non difficulter solvi infinitis modis, & alia etiam præstari majora. Ni fallor, aliquando & Dominus TSCHIRNHAUSIUS aliquid tale promisit. Mentionem aliquando nonnullorum ad me Problematum a Te Solutorum feceras (5); ex quibus quædam me habere,

(3) *Edita Lugduni Batav.* 1703. 4°.

(4) 1703. 7. Journal du 12. Fevrier, *vel Opp. Tom. I.* N°. LXXII. *pag.* 406.

(5) *Vid. Epist. CXXX.*

quædam non habere putabam, & in his lucem a Te petebam; idque repeto, cum Tibi vacabit.

Non ſatis ſcio; utrum *Deventriæ*, an alibi habitet Dominus CUPERUS, Vir etiam in litteris egregius. Itaque cum vobis vicinis id ignotum eſſe non poſſit, volui a Te petere, ut ſi alibi agit, corrigas inſcriptionem, & litteras ad ipſum mitti cures; ego viciſſim, qua potero, officia præſtare ſtudebo. Nunc Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 3. Julii 1703.

Deditiſſimus.
G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXL.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Officii ergo. De Cluveriano *Microſcopio.*

Vir Celeberrime, Fautor & Amice Honoratiſſime!

1703. Septemb. BINAS ad Te litteras me dediſſe puto; quibus cum nihil ſit reſponſum, ſuſpicabar Te domo abfuiſſe: ſed nuper juvenis Doctus *Gothanus*, qui Te in tranſitu ſalutavit, certiorem me reddidit, eſſe Te domi. Itaque has volui ad Te dare, ſaltem ut ſcirem an binæ priores eſſent redditæ; præſertim cum noviſſimis (6) [ſi bene memini] incluſæ fuerint repetitæ litteræ ad Cl. VOLDERUM, quas redditas olim negabas.

Dominus CLUVERIUS promittit nobis novum Microſcopii genus, quod magnitudinem, neſcio an & ſalva claritate, multiplicet in infinitum. HUGENIUS hic limites eſſe putat in *Opere poſthumo*. Vale, & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 8. Septembris 1703.

Deditiſſimus *G. G.* LEIBNITIUS.

(6) *Ea deeſſe videntur.* Reſponſio deeſt.

EPIS-

EPISTOLA CXLI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Curvarum transformatione. De Chequei *methodo fluxionum inversa. De Statione mutanda vel conservanda. De quibusdam Manuscriptis, præcipue* Cartesii.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Gratum est intellexisse, quod Litteræ meæ, quibus Cl. Voldero respondi, tandem secunda vice recte sunt ad Te perlatæ: verebar enim profecto, ex silentio, ne forte ut prima vice, periissent. 1703. Octob.

Aula nostra extra urbem in vicinia est: ego ibi plerumque agere jussus sum, assignatis etiam in Palatio cameris. Ita rarius conversor cum Analysi, aut inspicio veteres chartas meas. Faciam tamen, tum ut Tibi explicem, qua ratione, sane ampliſſima, datæ curvæ æquales exhibeam curvas algebraice algebraicas, infinitis modis, quod a multis annis habeo; tum ut Tibi perscribam, quid in Problematibus Tuis solutum habere expetam.

Cheynæus *Scotus* Librum suum (7) etiam ad me misit; sed, ut verum fatear, pene Tyronis opus esse videtur in illis studiis; adeo nihil reperio, quod non facillime ducas ex pervulgata jamdudum methodo Serierum. Nec ullum aggreditur Problema alicujus momenti. Quod si vel aliquam seriem novam elegantem exhibuisset, saltem ex labore ejus proficeremus, & tamen supercilium sumit. Tales Libri quotidie multi scribi possunt non magno operæ pretio. Itaque nisi meliora proferat, hominem sibi relinquendum, vel potius ad medicinam bene faciendam hortandum censeo. Interim mihi gratum erit, quæ ipsi scripsisti videre; tum quæ

(7) *Fluxionum methodus inversa, quantitatum fluentium leges generaliores.* Lond. 1703. 4°. *in quem Librum, vide Joh.* Bernoullii *Animadversiones*, Opp. Tom. IV. N°. CLXVII. *& seq.*

1703. Octob. quæ VOLDERO circa ea quæ HUGENIUS de motu reliquit, egregia pro illo tempore, ſed opinor noſtris non conferenda. Vellem & Dioptricen ejus examinaſſes.

Difficile fuerit Tibi conſilium dare, inter *Baſilæam*, *Ultrajectum*, & *Groningam* fluctuanti, niſi omnibus circumſtantiis perſpectis.

Si omnia æqualia eſſent, credo ad præferendam Patriam impelleret Conjux: ſed ſi alibi meliores conditiones offeruntur, Patria eſſe videbitur, ubi optime erit. *Groningam* tamen non putem, niſi inſigni emolumentorum augmento, deſerendam; modo valetudini conveniat aer: valetudinis enim ſuper omnia habenda ratio eſt.

Aliquando quorumdam *Poſthumorum* CARTESII Editio promittebatur in Batavis. An prodierint neſcio (8). Ego ex iis nonnulla itidem habeo. Talia ſunt Regulæ veritatis inquirendæ [quæ mihi non admodum ſingulares videntur] illuſtratæ exemplis non male (9), Fragmentum Dialogi Gallici, Primæ cogitationes de animalium generatione *, &c. quod ſi non ederent qui promiſere, poſſem ego Librario edituro ſubmittere, & addere *quædam* inedita GALILÆI & VALERIANI M. & PASCALII; & meas notas, quas vidiſti in CARTESII partem *Principiorum* generalem, aliaque id-genus. Neque aliud poſcerem a Librario, quam magnum numerum Exemplarium, ob tot amicos per Orbem. Si edita ſunt *Carteſiana*, forte tamen cætera placebunt; præſertim cum addi poſſint quædam inedita CAMPANELLÆ, aliaque id genus.

Gratulor Tibi honorem certaminis præclararum Urbium de Te. Opto mature diſcere an Te in vicinia porro ſim habiturus. Quod ſupereſt, Vale & me ama.

Dabam Herrenhuſæ prope *Hanoveram* 2. Octobris 1703.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

(8) *Prodierunt Amſtel.* 1701. 4°. R. DES-CARTES *Opuſcula poſthuma phyſica & mathematica.*

(9) *Ea, ut puto, in Collectione iſta habentur.*

(*) *Et idem de hoc Opuſculo dictum puta.*

EPISTOLA CXLII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Laudat consilium manendi Groningæ. *De studio Matheseos. De sua methodo Curvas transformandi: De Opusculo* Cheynæano. *Quod Methodum Serierum non habuerit a* NEWTONO. *De* Posthuma CARTESII & ROLLII Algebra. *De* HUGENII *phoronomicis, & legibus motus.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

LAUDO consilium Tuum, quod maluisti manere *Groningæ*, nec præter rationem locum mutasti. Vellem haberes quem posses commendare *Ultrajectinis*. Sed vide sterilescere hoc Ævum in omni pene genere doctrinæ, & quanto majora habent subsidia stu!iosi, eo magis ignaviam invalescere. 1703. Novem.

Sæpe iis, qui Matheſin πρὸς τὰ ἀλγεῖα inservire negant, Tuum, aliorumque paucorum, exemplum ingessi, quos lautis conditionibus invitant Principes & Respublicæ, dum mediocres illi, atque intra vulgata hærentes merito tenuiori fortunæ relinquuntur.

Methodus illa mea multo plus præstat, quam Problema illud Tuum, curvas algebraïcas innumeras datæ algebraicæ æquales; imo habet aliquid inexpectatum, de quo ubi otium nactus fuero.

CHEYNÆUS mihi vix Problemata aggressus videtur; alioqui sensisset quam non facile sit Problematibus per finita solvendis viam monstrare per Series infinitas, & Serierum abruptio tam variis modis contingere potest, ut nonnisi multa arte eligi possit, quæ ad rem faciat. Talium autem artium nulla apud eum vestigia deprehendo.

Inepte NEWTONO vindicare vult Methodum Seriei per arbitrarios coëfficientes assumtos, & comparatione terminorum de-

1703. Novem. terminandos inveſtigandæ. Nam ego eam publicavi, (1) cum nec mihi, nec cuiquam alteri, ſaltem publice, conſtaret tale quid habere & NEWTONUM. Nec ipſe jam magis ſibi tribuet, quam mihi. Uter prior habuerit non dixerim. Ego jam adhibui in antiquo Tractatu *de Quadratura Arithmetica*, quam HUGENIUS & TSCHIRNHAUSIUS *Pariſiis* legere.

Eſto; ſit CHEYNÆUS paulo ſupra Tyronem; certe facile dare potuit quæ dedit. Quicunque ſemel intellexit noſtra, talem librum facile componet. Certe nullam novam Seriem pulchram, nullum Theorema elegans affert. Præterea non ſyntheſes illæ Serierum, aliorumque Theorematum, ſed Problemata ſunt lapis lydius Methodorum.

Significa, quæſo, titulum Libri poſthumi *Carteſiani*, & apud quem ſit impreſſus, (2) ut poſſim petere ex *Batavis*. Ita videbo quid addi poſſit. *Polyandri* cujuſdam in meis fragmentis latinis mentionem fieri non recordor.

Nuper demum *Berolini* apud Dominum CUNÆUM, vidi librum quemdam ROLLII in 4°. (3) Apparet ingenio non carere, ſed mire eſſe perplexum, & ex muſca elephantem facere, & inventa Serierum fruge veſci glandibus ſuarum intricatiſſimarum appropinquationum. Plura promittit, quæ non vidi? Eſt autem promiſſis ditiſſimus, & aliorum quorundam exemplo in abſtracto ſibi fingit miras Methodos. Sed ubi Problema ſolvi debet, *ubi arma Dei ad Vulcania ventum eſt.*

Mortalis mucro, glacies ceu futilis, ictu erne Diſſilit.

Placent valde quæ notas ad HUGENII Phoronomica; præſertim quod Calculo ſubjeciſti incrementa velocitatum per interpoſitionem corporum. Totum cæteroqui opus HUGENII nititur hypotheſi, vera quidem & ſucceſſu confirmata, & a me quoque adhibita, ſed quam *a priori* non facile demonſtrabit aliquis, aut Geome-

(1) Act. Erud. 1693. Apr. pag. 178. G. G. L. *Supplementum Geometriæ practicæ ſeſe ad Problemata tranſcendentia extendens, ope novæ Methodi generaliſſimæ per ſeries infinitas.*

(2) *Vid. Epiſt. Super.*

(3) *Algebram, arbitror, gallice ſcriptam, quæ prodiit* Pariſ. 1690. 4°.

Geometricæ vel Metaphyſicæ neceſſitatis eſſe oſtendet; Nempe quidquid verum eſt de motu certa duorum motuum compoſitione facto, id verum etiam eſſe de motu ejuſdem directionis & velocitatis liberè aut alia compoſitione facto; atque ita qui corporum in navi mota concurrentium motu apparenti ex ripa oritur effectus apparens in eadem ripa; hunc oriturum etiam, ſi navi & alveo aquæ ſublato vel in ipſa ripa idem concurrentium motus cerneretur. Hoc principium erroneum male putavit *Honoratus* FABRIUS, cum KEPLERI & CARTESII modum demonſtrandi æqualitatem incidentiæ & reflexionis oppugnet. Interim, eventu magis quam demonſtratione neceſſaria, hoc principium varie compoſiti motus idem efficientis ſtabiliri fatendum eſt; neque cauſam quærentibus aliam occurrere, quam harmoniam ſive perfectionem rerum; a qua in univerſum verum eſt pendere leges motus, tanquam effectus Supremæ Mentis, non a ſurda quadam neceſſitate, qualis geometrica eſt. Verum quidem eſt eaſdem eſſe Conicæ Sectionis proprietates [ut exemplo utar,] ſive motu in plano, ſive ſectione ſolidi conſtruatur; ſed ibi certo pronuntiari poteſt, unam lineam ab altera non differre, quoniam, cauſa remota, ſubſiſtunt: Aſt duos motus, qui diverſo modo producuntur, cum poſt cauſam remotam minime ſubſiſtant, non æque eoſdem pronuntiare licet, nec cauſam phyſicam vel geometricam reperias, cur corpus, navi forte impedita, aperto in prora exitu, in ſtabile planum exiliens eaſdem leges ſequi, & ut ſic dicam, meminiſſe debeat eorum quæ in navi fiebant; quæ nullum ſui veſtigium reliquere. Idem eſt in omnibus demonſtrandi Methodis; quibus hic utimur; exempli cauſa, quod corpora concurrentia id obſervare debent, ut vim nullam vel accipiant vel tribuant, per quam vel nimis parum vel nimium aſſurgere poſſint, ne ſcilicet relabendo effectus potior aut inferior cauſa oriatur; neque enim eſt in illis cavendi intellectus. Eſt & aliud principium, ex quo ſemel admiſſo leges motuum oſtendi poſſunt, nempe quod idem ſit ictus, idemque a ſe invicem recedendi conatus, modo eadem ſit celeritas appropinquationis concurrentium; ita ut non referat quis in alterutro ſit motus: ſed 1703. Novem.

1703. Novem. hoc quoque principium magis assumitur ex fundamento harmoniæ, quam perfecte demonstratur; assumitur, inquam, materiam motui resistere, seu corpus quiescens non pati se loco dimoveri, nisi refracta vi incurrentis; cum tamen in materia nihil aliud concipiendo quam extensionem & impenetrabilitatem nihil tale inferri queat, & sequi potius debeat quantumcunque quiescens a quantulocunque sine resistentia loco pelli debere; sed ita omnis Harmonia Legum naturæ tolleretur, & mutationes fierent per saltus. Itaque postremo recurrendum est ad principium Harmoniæ, sive Sapientiæ, atque id ipsum pulchre evenit, ut de Supremo Authore in ipsis Legibus suis generalibus Natura testetur, quod cessaret si Geometriæ demonstrationi locus foret.

Ex his vides, etiam non esse cur putes, uno tantum me usum principio; nempe reductionis ad motum perpetuum, tanquam absurdum: quanquam adhibui in *Actis*, (4) ut rem intellectui omnium accommodarem. Cæterum vix ulla excogitabitur methodus, qua non sim usus ad idem efficiendum. Nempe non tantum ope gravium, sed & elasticorum deprimendorum, æqualitatis effectus & causæ; æqualitatis inter actionem & reactionem concurrentium, indiscernibilitatis hypothesium, evitandi saltus & interventus virium mortuarum, compositionis motuum; & speciatim concursus obliqui. Inprimis vero delectatus sum consideratione metaphysica virium & actionum, quoniam positis definitionibus rei maxime consentaneis, inde geometrica necessitate efficio, vires esse in ratione composita ex simplice corporum & duplicata celeritatum. Usus quoque sum æquationibus, quas pene anno abhinc ad Dominum *Fratrem* Tuum interrogantem perscripsi; nempe, posito motum ipsius a ante concursum esse v, post x, & motum ipsius b ante concursum esse y, post esse z; fore $v - y = z - x$, seu $v + x = y + z$ & $av + by = ax + bz$, & denique $avv + byy = axx + bzz$, ita tamen ut signa harum litterarum mutentur, cum directio contraria est prævalenti. Ex duabus autem æquationibus quibuscunque hic sequitur tertia, & sunt adhuc

(4) *Disputans contra* PAPINUM. 1690. Maii. p. 235. 1691. Septemb. p. 441. & *in* specimine Dynamico. Ibid. 1695. Apr. p. 156.

adhuc aliqua profundiora. Cæterum Dominus HUGENIUS, ſup. poſito principio compoſiti motus, non habebat opus principio de aſſurgente centro gravitatis, quod coincidit cum æqualitate effectus & cauſæ; nam quæ reciprocis moli celeritatibus ſibi occurrunt Elaſtica, ea ſibi mutuo motum adimere debere, geometrica neceſſitate conſtat, ex natura æquilibrii & virium mortuarum. 1703. Novem.

Litteras adjunctas ad eximium noſtrum VOLDERUM curari peto; cui & hæc puto non ingrata erunt de legibus Naturæ, non ex geometrica neceſſitate, ſed Sapientiæ & harmoniæ principio plene derivandis. Oblitus ſum dicere, HUGENIUM videri non cogitaſſe de elaſtro concurrentium; unde coactus eſt recurrere ad principium centri gravitatis. Propoſitionem primam ſeparatim demonſtravit a ſecunda, quia nondum ſatis tunc in uſu erat ratiocinatio ex mea lege continuitatis; quam etiam in Geometria Elementari proleſſe memini. Nam cum EUCLIDES aſſumat, potius quam demonſtret; duas rectas æquidiſtantes eſſe in eodem plano; res ſtatim conficitur, ſi ſub convergentibus comprehendantur, ubi punctum infinite abeſt, ſeu cum ratio datæ ad ejus elongationem evaneſcit.

Quoniam Dominus *Frater* Tuus, & alii, mirantur quod duo corpora inæqualium virium ſe mutuo ſiſtant, [quod etiam magno HUGENIO fraudi fuiſſe videtur, ne naturam virium plene perſpiceret,] ideo ſoleo eos admonere, ut diſtinguant inter vires vivas abſolutas, quibus effectus aliquis violentus produci poteſt [ut aſcenſio gravis, tenſio elaſtici corporis, motus quieſcentis,] &, ut ſic dicam, impeditivas, quæ neceſſario leges virium mortuarum, vel ſi mavis embryonatarum, ſequuntur in deſtruendo ſe mutuo; quia deſtructio non fit per ſaltum, ſed continuo, ſeu per inaſſignabilia decrementa, id eſt, per vires embryonatas. Sed vires impeditivæ toto genere diſtant ab abſolutis, ut angulus contingentiæ a recto. Quod ſupereſt, vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 22. Novembris 1703.

Deditiſſimus *G. G.* LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſſe videtur.

EPISTOLA CXLIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De litteris ſuis amiſſis. De Speculis Cauſticis. Methodus transformandi Curvas, ex Principio optico.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1704. Januar. EX quo meæ ad Te VOLDERUMque noſtrum Litteræ periere, quas, ut memini, iterum mittere coactus ſum; idem metuo cum quas ad utrumque ſcribo, ad Te perveniſſe non intelligo. Scio enim eſſe quoſdam curioſiores quam par eſt rerum alienarum, quos Epiſtolas nonnullas a me aut ad me aperuiſſe aliquando & ſuppreſſiſſe comperi.

Anglus quidam hac tranſiens, qui aliquandiu *Groningæ* egerat, narravit eſſe Tibi compoſitionem neſcio quam, non metallicam, Speculis aptam, quam & ipſi communicaveris. Occaſio in eam inquirendi apud eum non fuit, & malui a Te quærere quidnam id rei eſſet.

Quidam Tornator *Dreſdæ*, viſis TSCHIRNHAUSII Speculis metallicis, alia ex ligno fabricavit, quæ auro foliato obduxit, nec contemnendus eſt effectus, etſi ut credi poteſt, metallicorum vim non æquet. Alii pro ligno non male gluten, aut maſſam glutinoſam adhibuere, quæ ipſa deinde inaurata fuit. Hæc maſſa minus mutationibus obnoxia eſt.

Cum nuper forte Epiſtolas digerens in Tuam incidiſſem, qua mentionem facis Problematis inſerti, ut ſcribis, *Pariſino Diario*, (1) nempe Curvas invenire Algebraicas ſpecie differentes datæ curvæ Algebraicæ æquales, volui nonnihil experiri methodum, quam animo conceperam; & paulum meditatus, ſtatim incidi in viam & TA. XVII. generaliſſimam & facillimam. Eſto (*Fig.* 97. & 98.) linea data B (B): Aſſumatur pro arbitrio (ſpecifice tamen determinata debite, &

(1) 1703. 7e. Journ. du 12. Febr. *vel* opp. Tom. I. N°. LXXII p. 406.

& collocata ut mox dicam] linea F (F), quæ præſtet Speculi vicem, & radios B F, ipſam B (B) tangentes repercutiat angulo incidentiæ & reflexionis æquali. Horum radiorum reflexorum F L concurſu formata linea L (L) habebit differentiam cognitam a data B (B). Sunt enim lineæ B B, L L coëvolutæ eodem circumplicato filo, & ſic ſtylo filum tendente deſcribetur F (F). Jam cum B F L + L.. (L) ſit = B.. (B) + (B) (F) (L); patet fore B.. (B) — L.. (L) = cognitæ B F L — (B) (F) (L), differentiæ filorum. Sunt autem lineæ B (B), F (F), L (L), algebraicæ: ergo & differentiæ filorum habentur algebraice. Et quia de caſu tantum ſpeciali, (etſi ad quemlibet applicabili,] ſeu arcu dato B (B) in calculo agitur; ideo ſpecies infima, [ſive aliqua parametrorum] vel ſitus etiam Speculi F (F), ſic aſſumi poteſt ut, in caſu propoſito, hæc filorum differentia ſit nulla, imo data. Efficiet etiam poteſt, ut ſumma curvæ datæ & quæſitæ ſit data, uti arcuum B (B) & L (L), ſi ſimul creſcant vel decreſcant fila B F, F C. Quod ſi pro reflexione adhibeas refractionem, vel pro reflexione ordinaria fictitiam, quam adhibuit CARTESIUS; poterit fieri ut curva prodeat, quæ ſit in ratione data ad datam, itidem infinitis modis, ut prodeant ſpecie differentes. Quanquam etiam obtineri poſſit, per ordinariam reflexionem, Curva, quæ ſit ad datam in ratione data; ſi nempe datæ ſimilem in ratione data facias, & huic æqualem, modo explicato. Poterit etiam generaliſſime in terminis ſimplicibus Curva talis fieri, ut unus arcuum ſit æqualis ſummæ vel differentiæ inter rectam datam & magnitudinem, quæ ſit in ratione data ad alterum arcum, ut ſi curva data ſit x, quæſita y, & poſtuletur $y = c + bx : a$, & plura hujuſmodi confici poſſent, ſi utilitas appareret. 1704. Januar.

Si Speculum reflectendo radios reddat convergentes, ut in figuris adjectis, Speculum eſt figura quæ omnes Ellipſes tangit, quorum foci ſunt in punctis B & L reſpondentibus, filoque B F C; ſed in caſu, quo radii reflexi divergentes ſunt, ſeu trans Speculum convergunt, patet hoc Speculum eſſe lineam ad omnes Ellip-

1704. Januar. Ellipſes perpendicularem : idem eſt ſi pro reflexionibus refractiones adhibeamus, concurſusque ſit non trans Lentem, ſed citra; quæ conſideratio & alias connexionem ſubinde inter tangentem & perpendicularem iiſdem curvis curvam dabit. Sed talia omnia a Te rectius & penitius diſcutientur; ego quæ abſtruſiora nunc ægre attingo. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 3 Januarii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

EPISTOLA CXLIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De CRAIGIO & CHEINEO & GREGORIO. *De* NEWTONI *Optica & Theoria Lunari. De* HALLEIO.

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratiſſime !

CUM Litteræ Tuæ, quas duo *Angli* attulere, jamdudum ſcriptæ ſint, ſpero ex eo Tibi redditas meas, cum incluſis ad VOLDERUM. Nuper Tibi iterum ſcripſi, ut inquirerem de earum fato. 1704. Januar.

Si Dominus CRAIGIUS Librum Domini CHEYNÆI laudat, non miror; laudatus ab ipſo & *Scotus* loquens de *Scoto*.

Cæterum non video quomodo Dominus CRAIGIUS dicat methodum, qua in Quadraturis utitur, etiam a CHEYNÆO adhiberi; ita ut methodus Calculi differentialis inverſa inde incredibili cum incremento ſit promota. Nam, ni fallor, diverſa eſt methodus CRAIGII & CHEYNÆI, & non memini videre in CHEYNÆO ſoluta Problemata aliqua difficilia converſæ Tangentium. Ego vero non puto Te aliquid didiciſſe ex libro CHEYNÆI. Sin erro, rogo Te ut Tui luminis me quoque participem facias.

Si Dominus GREGORIUS ſatis Græce ſcit, poterit utilis eſſe Reipublicæ litterariæ, edendis & recenſendis Mathematicis Græcis, in quo ſane operæ pretium faciet. De cætero non memini aliquid ab ipſo videre magni momenti. Opus ejus Aſtronomicum, ſi qua nova habebit, erunt paraphraſtica *Neutoniano-rum* Menſuratio figurarum (1) erat exigui momenti. In Dioptrica ſua meam doctrinam de Circulis oſculantibus curvarum oſculatarum ſuccedaneis extenderat in Librum (2), ne mentione

(1) *Exercitatio Geometrica de Dimenſione Figurarum, &c.* Edimb. 1684. 4°.
(2) Vid. Epiſt. XXX, XXXII, XXXIV.

1704. Januar. quidem mei facta; quod ne reprehendi posset, prævenire Lectorem voluit, dicendo se multis ante annis hæc prælegisse. CHEYNÆUS ipsius popularis vix eo se adduci patietur, ut aliquid contra ipsum Tibi communicet, & sententiam NEWTONI vel eliciat vel perscribat *Gregorianæ* Demonstrationi Catenariæ adversam. Interim tentatum id a Te non nocet, vel ideo ut intelligat ipse GREGORIUS, nihil aliud se lucratum demonstratione sua, ejusque Apologia, quam intelligentium grave ipsi judicium; tanto magis quod monitus non resipiscit, & errores pertinaciter defendit. Gratum mihi est quod *Newtoniana* colorum Theoria (1) prodit. Vellem etiam ut daret NEWTONUS novam suam Theoriam Lunæ (2), quam apud me laudavit HALLEIUS, in *Angliam* nunc, ut mihi scribitur, ab Adriatico mari reversus, & ut ipse mihi narravit, mox in Mare pacificum navigaturus, ut perficiat Theoriam declinationis magneticæ. Laudandum est indefessum Viri studium juvandæ Scientiæ. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 15. Januarii 1704.

Dedititsimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Deest aliqua Epistola Bernoulliana.

(1) *Optik*, i. e. *Optica, sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus & coloribus lucis* Libri III. Lond. 1704. 4°. *Sæpius vera Angl. & Latine, & Gallice recusa.*

(2) *Prodiit sub hoc Titulo*, A. new Theory of the Motions of the Moon. *Inserta est vero Astronomiæ Gregorianæ, post Prop.* XXIX. *Lib.* IV. pag. 505. Ed. Genev.

EPIS-

EPISTOLA CXLV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Speculis cauſticis. De Curvis transformandis & addendis. De lege continuitatis.

Vir Celeberrime!

PAULO poſt ſcriptas meas Litteras penultimas, *Angli* duo ad me venere cum Tua Epiſtola proxima, cui ſtatim reſpondi. Noviſſima a Te veniens *Brunſuigæ* me deprehendit. Huic iterum reſpondeo ſtatim, quia in eo ſum ut excurram *Halberſtadium* aliaque vicina ad loca, venatum Hiſtorica Manuſcripta, ubi otium ad noſtra non erit, ubique enim amicorum numerus non exiguus me obſidebit. Non vanus ſed juſtus fuit de litterarum amiſſione metus, 1704. Januar.

Iterum poteſt accidere, quod ſemel poteſt.

HERMANNUM quod *Ultrajectionis* commendas, recte facis.

Non redierant in mentem quæ de apta Speculis plumbagine ſcripſeras (1). Unde æſtimare potes quam revocer a ſtudiis, quibus maxime delector, & quibus potiſſimum operam darem, ſi mei eſſem juris. Liber plumbagine perpolitus in ſuperficie communi paginarum terminatrice, tranſmiſſus fuerat a Celebri illo *Wilhelmo* PENN, qui *Penſylvaniæ* nomen dedit; & nunc quoque eſſe puto in ſcriniis Sereniſſimæ Electricis.

Habet refractio ſuas ad comburendum commoditates, quibus motus TSCHIRNHAUSIUS Specula deſeruit, & verum eſt in majora objecta commode Speculo non agi, ne radios intercipiant, niſi Specula multiplices. Cogitavi olim an non loco ingentium Vitrorum, quæ & difficulter parantur, & non commode mo-

(1) Vid. Epiſt. CXXVIII.

1704. Januar. ventur, posset *adhiberi* compositum ex duobus vitris concavis, concavitatem *sibi* obvertentibus; si modo haberetur liquor interfundendus bene perspicuus, qui magnam satis refractionem daret, & refractioni vitri multo viciniorem, quam est refractio aquæ. Sane refractio spiritus vini major quam aquæ est, & memini notare olim ex aliorum observatis, quanta sit, sed nunc non occurrit. Tibi non ignotum puto; quod si meministi, aut facile reperire potes, perscribe quæso, cogitaque an alius liquor aptior sit. Ego microscopiis exiguis itidem plus solito præstari posse cogitavi, si pro vitro adhibeatur frustillum adamantis, cujus maxima refractio est.

Placet quod methodus mea curvæ datæ æquales infinitas exhibendi a Tua [quam non explicas] (1), diversa est, ita enim augetur Scientia. Putem & pluribus curvis datis mea methodo æqualem dari posse per plurium coevolutionem. Miror autem quod non perspexisti id quod æquale est differentiæ (*Fig.* 97. & 98.) Curvarum B (B) & L (L) datum, vel nullum fieri posse, in casu speciali, seu dati certi arcus B (B). Nam generaliter est + Arc. B (B) ∓ arc. L (L) mult. per r, æqual. + BF ∓ FL. r — (B) (F) ∓ (F) (L). r, posito r esse rationem refractionis, vel mutatæ reflexionis, quæ in casu vulgaris reflexionis est ratio æqualitatis, uti in casu differentiæ ∓ est —. Jam assumta pro arbitrio curva FF, seu æquatione ejus locali situque; inde calculo derivabis curvam L (L), (F) (L), speciatim, ob puncta extrema B, (B), F, (F), L, (L), data vel inventa: calculo habebis ergo & valorem ipsius + BF ∓ FL. r — (B) (F). ∓ (F) (L). r, in terminis mere algebraicis; ubi præter simpliciter datas ex datis B & (B), calculo adhuc insunt constantes pro arbitrio sumendæ, eæ scilicet quæ determinent curvam F (F) specie infima, magnitudine, aut positione: nempe longitudine parametrorum aut distantia verticis, aliorumque punctorum fixorum curvæ FF a recta data, pro arbitrio assumtis. Itaque facillime fiet hic valor in casu proposito speciali certi arcus dati æqualis quantitati datæ vel nulli;

TAB. XVII.

(1) *Permotum reptorium. De quo vid.* A. E. 1705. Aug. pag. 347. vel Opp. Tom. I. N°. LXXIV. pag. 408.

nulli; cum ita habeatur æquatio algebraica, in qua sunt arbitra- 1704.
riæ, quarum una quævis pro incognita assumi potest, cæteris Januar.
pro arbitrio explicatis. Vides etiam cum curva FF possit eligi
speciei cujuscunque, verbi gratia, Ellipsis, Parabola, Conchoïdalis, Cissoïdalis, &c. [cujus deinde situs & parametri arbitrio aut calculo determinantur] impossibile esse ut ex sola hac determinatione ad casum specialem unicum, nempe certæ portionis datæ curvæ inter data puncta B & (B), fiat curva L (L) eadem spe-o
cie ipsi B (B) similisque in omnibus punctis; idque ut aliquando obtineatur raro & vix magna arte præstabis, possetque in id provocari confidenter maximus quisque Geometrarum. Sed si vellem ego efficere per unam lineam F (F) specie, & magnitudine, & positione eandem, ut non tantum in casu datorum punctorum B & (B), sed & aliorum ejusdem BB quorumcunque, fieret quantitas paulo ante posita algebraïca æqualis nihilo vel dato semper eidem; nimium e Republica Geometrica peterem; atque hoc modo rem a Te acceptam, atque ita Te deceptum puto. Nunc vero nihil aliud postulo, quam ut in uno casu certi arcus formula aliqua algebraïca, quam ingreditur recta arbitraria, fiat dato vel nihilo æqualis. Quod si alia puncta quam B, (B), in curva data assumas, vel saltem manente B aliud pro (B); tunc etiam vel Speculum FF aliud orietur specie infima, alia assumta parametro, [ut si pro Ellipsi una $2ax - (a:b)xx = yy$, fieret $2ax - (a:2b)xx = yy$], vel saltem manente Speculo, erit alia nonnihil positio ejus [ut si Ellipseos prioris vertices, centra vel foci aliam a coaxibus datæ curvæ BB distantiam acciperent]. Curva igitur tota FF, ut & LL pro variantibus partibus ejusdem curvæ BB, ordinatim variatur natura vel positione. Ut in Exemplis rem tentes [vel refutandi animo si velis, quanquam eum, si quid judico, nunc retinere non facile potes] ego potius a Te petere audeo, quam ut ipse aggredi ausim; adeo nunc sum calculis omnibus etiam levissimis ineptus. Cæterum vides me proprie loquendo nec oculis indigere, quia nec dx, nec ddx, in calculo occurrunt.

1704. Januar. Metaphyſicas de motu cogitationes meas Tibi bonam partem notas puto, Domino VOLDERO non æque: itaque rogarem ut ei communicares, quod & factum Litteræ ipſius indicant.

Lex continuitatis, quam voco, omnibus, ſi animadvertiſſent, facile nota eſſe poterat; ſed non fuit etiam præſtantibus Viris. Vides enim CARTESIUM & MALEBRANCHIUM, & alios complures, præſertim extra Geometriam, in eam peccaſſe. Et ſi qui animadvertere, vix ſatis tutam putavere, ut uterentur. Et ad ſummum nota fuit olim hæc Lex, ut regula conſequentiarum hominibus antequam Logica conderetur, & plebi nunc quoque. HUGENIUS ſat ſcio, & ſi eam obſervaſſet, non fuiſſet ea uſurus in demonſtrando; alia demonſtratione ad vulgarem magis formam ſuppetente: quod nec ego improbo.

Cum Domino VOLDERO, ut vides, & fortaſſe miraris, confabulari pergo, quia id mihi jucundum & utile etiam ad res aliquando diligentius recognoſcendas. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 20. Januarii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTO-

EPISTOLA CXLVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Bernoullianis in CHEYNÆUM *Animadverſionibus. De* PARENTII *Elementis Mechanices.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NUPER mihi gratiſſimas Tuas attulit pererudítus juvenis *Helvetius* Dominus HOTTINGERUS. Doleo quod laborem deſcribendi quæ CHEYNÆO miſeras (1) Tibi accerſivi imprudens: ſperabam enim eſſe inter diſcipulos Tuos qui poſſet. Mea certe habeo qui deſcribat, homo in Analyticis plane ἀναλεάβητος, ideſt, qui plane non novit quid *a* & *b* ſibi velint. 1704. Mart.

Rectiſſime mones Dominum CHEYNÆUM, poſſe fieri ut, quemadmodum quædam Dominus NEWTONUS reperit ante me, ita etiam quædam ego repererim ante ipſum (2). Certe ipſum Calculum Differentialem, vel æquivalentem ei ante me fuiſſe notum nullo indicio comperi.

Veriſſime etiam mihi notare (3) videris, quæ CHEYNÆUS habet p. 15. & aliquot ſeqq. ex Tuis promanaſſe, quidquid diſſimularit; idem dicendum ad pag. 52 (4). Et quod, quemadmodum ad pag. 37. obſervas (5) ex *Newtonianis* apud WALLISIUM etiam vitia calculi & Typographica exſcripſit, induſtriam ipſius non valde commendat. Ad pag. 50. (6) obſervo methodum Tuam Seriei infinitæ per differentias diverſorum graduum reductam ad differentialium notos ex Problema valores, non dare Seriem

(1) *Animadverſiones Scil. in ejus librum, quæ habentur in* Opp. Tom. IV. N°. CLXVII. pag. 129.
(2) *Ibid. p.* 134.
(3) *Pag.* 132.
(4) *pag.* 135.
(5) *Pag.* 133. 134.
(6) *Ibid. pag.* 134.

1704. Mart. Seriem magis implicitam, quam alias Serierum methodos, ſed regulariter eandem. Elevationem ad poteſtates indeterminatas [de qua pag. 56 (1)] etiam mihi dudum cognitam fuiſſe non ignoras, & in iis quæ Domino FATIO oppoſui (2), extractionem valoris ex æquatione duarum incognitarum, factam per Seriem, generalius, opinor, complexus ſum quam antea quiſquam.

Errores ab Authore admiſſi pag. 10 (3), 67, 68 (4), ex defectu animadverſionis nati videntur. Sed gravis eſt ille in quem incidit pag. 65 (5), inque ipſa impingit principia, oſtenditque Auctorem magis in Serierum computo, quam in Geometria noſtra infiniteſimali verſatum eſſe.

Erravit etiam, dum ſuo Canone, pag. 71, determinare voluit utrum ſummatrix algebraïca ſit poſſibilis, ut optime oſtendis in Exemplo (6). Fateor poſſibile eſſe, ut per methodum Serierum infinitarum determinetur utrum curva quæſita ſit poſſibilis in Algebraïcis Sed niſi prius Serierum tractatio reddatur facilior, quod ab Authore non eſt factum, imo nec tentatum, res immenſi plerumque laboris foret. Atque hinc etiam eſt quod mihi Liber ejus parvi momenti viſus erat; quia rem *Serierum*, *cui* totus innititur, non promovet, nec reddit elaboratiorem.

Generalia certe dudum novimus, ſed in praxi multis ſunt obnoxia difficultatibus, ob prolixitatem inprimis. Quoties res ipſi ſucceſſit, apparet non quæſita, aut aliunde propoſita Problemata ſolviſſe, ſed jam cognita ſuæ Methodo applicuiſſe; quod parvi momenti eſt. Etſi ipſe in enucleandis ſuis Canonibus ſtudium poſuiſſet, quod Tu in examinandis; ſaltem dixiſſet aliquid utile. Sed apparet famam exiguo ſtudio ſibi parare voluiſſe; quod æquum non eſt. Speravit etiam neminem facile ſua excuſſurum, ea qua factum a Te eſt diligentia.

Certe

(1) *Pag.* 136.
(2) *Act. Erud.* 1700. Mai. *pag.* 206.
(3) *Ibid. pag.* 131.
(4) *Pag.* 138. 139.
(5) *Pag.* 137.
(6) *Pag.* 139. *ſeqq.*

Certe præclaræ ſunt Annotationes Tuæ, & optarem ut aliquando 1704.
inſpiceres, atque examinares Librum Domini PARENT *Galli*, Mart.
quem inſcripſit *Elemens de Mecbanique & de Phyſique* (1), ſed in quo tantum Leges motus ex *Hugeniano* Principio [Navis ſcilicet] deduxit; ſed ſubinde Problemata attigit, Canoneſque, in quibus vereor ne ſemper recte proceſſerit. Quantum autem ex VARIGNONII litteris obſervavi, ſcribit μετὰ πολλῆς φαντασίας.

Vellem ut viveret adhuc WALLISIUS, nec morte ſua HALLÆI iter in Mare Pacificum non parvo rei magneticæ cognoſcendæ adjumento futurum abrupiſſet. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 25. Martii 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. *Scotus*, Gubernator juvenis *Angli* Domino CHEYNÆO amicus, qui Tuas ipſi miſit, redditas ex ipſius CHEYNÆI ad ſe Litteris judicat; & putabat ipſum Tibi jam reſpondiſſe. Id enim fuiſſe pollicitum, niſi forte ei bis ſcripſiſti, ut fere ex exemplo Tuarum ſuſpicor. Anglus ille, cum ſuo Gubernatore, mox *Berolinum* ibit, ibique per aliquot ſeptimanas morabitur.

Reſponſio deeſt.

(1) *Editus* Pariſ. 1700. 12°.

EPISTOLA CXLVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De *ipsius restituta valetudine. De rei medicæ utilitate. De* PARENTIO & VOLDERO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1704. Mai. O Factum bene, quod Te intelligo periculo exemptum, antequam scivi ægrotum. Ita molestia metuque carui, & gaudium sentio, mihique & Reipublicæ litterariæ gratulor. Dabis interim hoc Tibi & nobis, ut Tui curam geras, & a meditationibus abstineas, donec sentias nullum amplius ab illis incommodum metuendum esse. Restitutus sane suadeo ut, horis subsecivis, curam cogitationemque ad rem Medicam convertas, non ut Medicum Clinicum agas, praxinque exerceas, quæ cura [ut nunc se res habent] cum diligenti naturæ *inquisitione* parum consistit; sed ut in scientia tanti momenti promovenda labores; cujus ignoratione, ut Clarissimus VARIGNONIUS ad me scribit, præclarissimum Virum *Marchionem* HOSPITALIUM miserabiliter amisimus; quem Medici occidisse creduntur. Quanquam temperamentum Tuum mihi notum nondum sit, cavendam tamen Hecticam puto, inque id curam dirigendam: non quod adsit, sed sequi posset, præsertim cum vigiliæ adsint pertinaces. Balneum aquæ dulcis memini & contra Hecticam & pro somno conciliando laudari, ita duabus indicationibus satisfaciet. Pedum lotiones peculiariter ad somnum commendant, capitisque inunctiones. Novi vigiliis laborantem, quem odor aceti juvit; & sane odor hoc loco multum potest, & minus periculi habet quam per os assumta. Victus maximam rationem habendam putem, qui refrigerans & humectans esse debet, itaque pruna laudarem, & subinde acidum citri succum cibis aptis mistum non dissuaderem; sed noscenda de Te multa essent recte judicaturo; idque

idque Tute poteris facere rectiſſime, etiam cum alios in conſilium adhibebis. 1704. Mai.

Objectiones Tuas CHEYNÆUS recte accepit, quod ipſe ſignificavit amico; ſed ad reſpondendum videtur ſpatium ſumſiſſe: non quidem male.

Mirarer Tibi ignotum librum Domini PARENT Academiæ Regiæ Gallicæ Socii, inſcriptum *Elemens de Mathematique, & de Phyſique*, Pariſiis 1700 editum; ubi tamen nonniſi de motus Legibus agit, ex *Hugeniano* plane principio; quod ſuſpicor ipſi innotuiſſe ex iis quæ HUGENIUS forte *Pariſiis* olim communicavit Academiæ, & PARENTIUS reperire potuit in Academiæ Schedis, aut ex relatu habere. Mihi valde jactantiæ ſe ſuſpectum reddit Præfatione ſua; idemque apud me olim tum HOSPITALII tum VARIGNONII litteræ confirmarunt. VARIGNONIUS etiam ſignificabat, vanitatis ei plurimum ineſſe, & apparet iniquiorem in noſtra viſum. In *Diario Pariſino* 4. Maii 1699, legem quamdam motus generalem tradiderat, quæ ita habet. *In omni concurſu in linea recta, corpora conſervant legem æquilibrii, reſpectu puncti immenſitatis, quod poſt ictum eadem procedit celeritate, qua Centrum commune maſſæ ante ictum.* Sed quid opus eſt illo, neſcio quo Centro immenſitatis; cum ipſum centrum gravitatis ante & poſt ictum feratur. Sed iſta non ſunt jam tempeſtiva Tibi, itaque PARENTEM illum in alia tempora commodiora differamus.

Dominus VOLDERUS fortaſſe ſuboffenſus eſt quibuſdam a me dictis liberius; quod animo non ſatis adhibito ſcripſiſſe, nec ſatis ſe docilem præſtitiſſe videretur quæ vereri me fecerant ne fruſtra litigaremus.

Sed ſi quid in eo genere offendimus, id alii melius nobis ipſis perſpicere ſolent. Itaque cum noviſſimam meam Reſponſionem legeris, Tuum velim judicium intelligere, an talem fuiſſe putes, quæ potuerit offendere Virum, aut a continuanda diſputatione abſterrere. Mihi facilis, nec injucunda, doctis cum Viris, ingenio judicioque præditis, concertatio eſſe ſolet. Cum enim ratio-

nes bene ſubductas in his dudum habeam, vix quicquam mihi facile occurrit, in quo ſit hærendum.

Quod ſupereſt, cura ut valeas, & me ama.

Dabam *Hanoverâ* 2. Maii. 1704.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA CXLVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ipſius valetudine, De praxi medica. De Novis litterariis Helvetiæ, *deque Curvarum per focos deſcriptarum tangentibus. De* TSCHIRNHAUSIO.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1704. Jun. CUM ſilentio Tuo metum aliquem mihi injeciſſes, ne valetudo parum ex ſententia procederet: Reſponſione tandem ea me cura liberaſti. Gaudeo igitur naturam malo ſuperiorem paulatim ad priſtinum vigorem redire; quod præſtat lente ac tuto fieri, quam, morbificis reliquiis per medicamenta pulſis, novas turbas cieri. Si a Plethorica conſtitutione ad eam tranſiiſti quæ magis ad macrem inclinat, non putem id aëri *Friſio* adſcribi poſſe, qui, ni fallor, craſſus potius quam tenuis habetur. Nec ſomni defectus & febriles ardores, phlegmatis, ſed potius bilis, prædominium teſtari videntur; ut adeo ipſa bilis exaltatione a ſtatu plethorico ad præſentem veniſſe videaris; atque opponenda malo ſit diæta quæ bilem temperare poſſit.

Etiam Icterus a bilis prædominio eſt, & credo a ductus fellei oppilatione quadam: Itaque duo indicari videntur, tum quæ bilis

bilis vim & acrimoniam, aut etiam lentorem in sanguine mi- 1704.
nuunt, tum quæ obstructiones dispellunt. Sed non dubito VOL- Jun.
DERUM nostrum, Virum meliore valetudine dignissimum, habere ad manum præclaros Medicos quos consulat. Interim id mali observo in plerisque Medicis, quod in morbis chronicis, quibus annumero διαθέσεις ad morbum, malunt medicamentis, id est per vim, tentare curam, quam diæta, id est naturali modo. Ad diætam autem refero etiam illa medicamenta quæ lente atque insensibiliter operantur.

Optem Tibi licere per otium cogitare diligentius de tota praxi medica; in qua licet certas eorum, quæ fiunt, rationes non assequamur, putem tamen eum, qui accuratis ratiociniis sit assuetus, inspectis iis quæ crebra experientia sint constituta, multa præclara & in publicum profutura colligere. Mihi ab aliquot annis podagra videtur minari; etsi enim nondum se totam ostenderit; nunc tamen in genibus, nunc in pedibus præcursores quosdam suos, dolores scilicet, parum quidem acres, & parum durabiles, nonnullos tamen misit. Quo in statu putem malo adhuc caveri posse; si quis rectam procedendi rationem teneret; qua de re judicium tuum mihi gratum foret. Constitui vinum in posterum magis quam hactenus aqua temperare, & rarius ad convivia ire, in quibus amicis præter æquum obsequi necesse est.

De PARENTIO plane ex re judicas. HOSPITALIO defuncto res Mathematica in Gallia retro sublapsa feretur. Nam VARIGNONIUS, unus contra cæteros omnes, ægre meliores methodos tuebitur.

Nova litteraria Helvetiæ nondum vidi. Sed laudo tamen institutum. Ignoscendum est iis, qui talia colligentes etiam quæ minoris sunt momenti inferciunt, ne quem offendant, & ut diversi generis Lectoribus satisfaciant, modo ne meliora omittant. Facile credo Dominum TSCHIRNHAUSIUM non satis accurate constituisse perpendiculares ex focis; & Dominum HERMANNUM, quod reprehenderet inveniisse. Sane jam ante meum *Italicum* iter, puto circa annum 1688, significaveram ipsi habere me modum ex focis generalem, quem postea publicavit FA-

1704. Jun. TIUS (1). Mihi quidem non ex calculo, sed ex tendentiarum compositione in tendentiam centri gravitatis in mentem venerat, quem publicavi olim in *Diario Parisino* (2) Sed tunc Dominum TSCHIRNHAUSIUM hæc frustra monebam : videbatur enim sibi habere multa meliora & generalia, quorum spes facit, ut ne animum quidem adhiberet monitis meis.

Si quid adhuc circa Parabolicorum arcuum relativas mensurationes post *Tschirnhausiana* monendum haberes; eadem via *Novorum Litterariorum Helvetiorum* uti posses. Nam verissimum est quod ais, Dominum MENKENIUM ægre talia admittere, quanquam si in veritatis explicatione aut vindicatione nuda consistant, nec quicquam habeant, quod offendere merito possit, nemini æquo judici displicere debeant. Itaque nunquam mihi ingratum fuit refutari, quoties rationibus nihil admistum fuit quod in personam ipsam iniquum videri posset. Vale ex sententia, & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 6 Junii 1704.

Devotissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

(1) *Bibliothèque Universelle.*
(2) 1693. 36. Journal. du 14. Septemb.

EPISTO-

EPISTOLA CXLIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Extenſione & Corporis natura, Fundamentoque virium. De HUDDENIO & NIEWENTIITIO & TCHIRNHAUSIO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON injuſtam plane fuiſſe querelam meam, Dominus VOLDERUS noſter, pro excellenti ſuo ingenio & animi æquitat, ipſe credo ſibi dicet, ubi mea hæc noviſſima, quæ nunc tranſmitto, cum animi attentione legerit. Et mirum eſt ſane, quam ſæpe Viri etiam egregii, dum aliud agunt, aut in mente habent, in conferendo in diverſum abeant ab eo de quo agitur. Tria quatuorve argumenta plus ſemel adhibui, quibus nunquam directè reſpondit; ut, quod *omnis realitas aggregatorum in ſimplicibus conſiſtat*; quod *extenſio ſit relativum quoddam, ſeu alicujus extenſio ſive diffuſio*; quod *vis aut actio non poſſint eſſe modificationes rei per ſe mere paſſivæ.* Et nunc ipſe aliis verbis, ſub *fundamenti virium* nomine, agnoſcit quod toties inculcavi: Quid ergo a me demonſtrari poſtulat! An unde ſit in rebus hoc fundamentum? Sed ita profecto novo fundamento indigeret. Et perinde id mihi videtur, ac ſi quis numeri, ſpatii, temporis, altiores origines quæreret, quam quæ inſunt notioni ipſorum. Ut ego ſpatii & temporis ultimas rationes explicui, ex ordine nimirum exiſtendi, aut ſimul, aut ſucceſſive, ita *fundamentum* illud *virium* explicui per analogiam ejus agendi principii, quod experimur in nobis; ut ſcilicet nihil aliud contineat quam perceptionem & appetitum. Ulteriora in rerum natura nec evinci, nec cognoſci poſſunt, præter rationem Supremam & communem omnium percipientium ſubſtantiarum, harmoniæque inter ipſas, quam DEUM appellamus; & cujus hinc nova & clariſſima demonſtratio elucet. Non ergo nuda nomina ingeſſi pro rebus, quemad-

1704. Jul.

1704. Jul. quemadmodum ipſe in ſuis ad me Litteris bis inſinuat. Certe illa mea argumenta, quæ dixi, nec facile alibi inveniet, nec facile irrita reddet. Et nescio an his conferenda alia paſſim ſint obvia, & quæ magis penetrent in interiora. *Entelechiæ* quoque & *Virium Derivatarum*, & *Monadis* nomina convenire rationibus, quibus ſignificata nominum eruuntur, res ipſa, ni fallor, oſtendit.

Hæc quæ hucuſque ſcripſi, communica, quæſo, Domino VOLDERO, ſi placet, tanquam id faceres ſponte Tua; quo melius intelligat non omnino intempeſtivam fuiſſe admonitionem meam.

Scripſit ad me Dominus WITSEN Conſul *Amſtelodamenſis* HUDDENIUM Schedas ſuas Mathematicas Teſtamento reliquiſſe nepoti ex ſorore, puto Domino DEDEE [ſic enim lego]; unde credibile eſt hunc eo eſſe ingenio, ut uti poſſit. Forte Tibi aliquid de eo notum. Eras aliquando in Commercio cum quodam *Batavo* (1) in munere judiciali, ſi bene memini poſito, qui aliquid præſtiterat in Mathematicis. Dominus NIEUWENTIIT ſilet; & puto recte facit, donec aliquid melius præſtet quam hactenus.

Amico cuidam meo *Germano*, qui apud Dominum Legatum noſtrum *Londini* agit, quærenti Dominus CHEYNÆUS miſit ſchedam, quæ accepta Tua refert & reſponſionem pollicetur.

Non miror vires nondum plane refectas, poſt tantum morbum. *Pyromontanæ* acidulæ purgant ſatis valide. Itaque hoc anno Tibi eas convenire vix putem. Tempus iis utendi ſunt æſtivi menſes; autumnales potius calidis aquis apti habentur.

Gratias ago pro monitis circa arthritidem, ut bellum Domino TSCHIRNHAUSIO denunties auctor eſſe nolim. Abiturit curſor. Vale & Fave.

Dabam 13. Julii 1704.

Deditiſſimus *G. G.* LEIBNITIUS

Deeſt Epiſtola quædam Bernoulliana.

EPIS-

(1) CL. DIERKENS.

EPISTOLA CL.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

De CHEYNÆI *iniqua agendi ratione, De* MOYVRÆANIS IN CHEYNÆUM *Animadverſionibus &c.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime,

MIROR tam diuturnam Tuam in reſpondendo moram; jam plures elapſi ſunt menſes, quod per LA TREILLIUM *Gallum*, *Angli* cujuſdam nobilis Ephorum, *Hanoveram* petiturum, Litteras meas ultimas ad Te miſerim, ad quas tamen nihil reſponſi in hunc uſque diem accepi. Ne ſola iret Cl. VOLDERI Epiſtola, paucula hæc adjicere volui, multa enim quæ ſcribam non habeo. Reſpondit mihi CHEYNÆUS, ſimulque tranſmiſit ſchedam ſuam, quam, poſt acceptas meas animadverſiones, in Librum ſuum typis evulgavit: Sed non quo decet candore mecum egit. Nam, præterquam quod multa, quæ ipſum monueram ut corrigeret, in nos iniquius dicta, plane intacta diſſimulavit in ſcheda ſua; & multa etiam, quæ paralogiſmos ejus indicabant, ita pervertit, ut Lectori perſuadeat eos nihil niſi vel Calculi vel preli errata fuiſſe; hoc inſuper malæ fidei commiſit, ut in Præfatiuncula Schedæ iſti præfixa diceret, ſe non ſcripſiſſe Librum ſuum pro tyronibus, quibus relinqueret curam & diligentiam expiſcandi errores calculi & preli, ſe minutias non attendere, ſe tamen poſt jam impreſſum ſuum librum multa de novo animadvertiſſe, & nunc adjeciſſe notatu digna, una cum Calculi & preli erratis, quorum quædam ſecum eſſent communicata ab amicis ſuis, inter quos me nominat: ut verbo dicam, poſtquam æruginem ſuam effudit in neſcio quos tyrones, qui minutias & leviora ſphalmata tantum carpunt, rem totam eo dirigit, ut perſuadeat quidquid in ea *Adden-* 1704. Decemb.

1704. Decemb. *dorum & Adnotandorum*, ut vocat, ſcheda continetur, alicujus momenti & notatu dignum, id ſibi ipſi, reliqua vero nullius momenti, deberi amicis ſuis, quibus ſpeciatim ſphalmata tantum calculi & preli obſervata tribuit, cum tamen omnes illius ſchedæ Additiones & Obſervationes, cujuſcunque momenti ſint, pauciſſimis exceptis, ex Animadverſionibus meis verbotenus fere excerpſerit; de ſuo vero nihil vel parum addiderit; ut Tibi facile conſtabit, eas cum Addendis illis conferendi quondam occaſionem habituro. Ergo tandem hoc me honore mactavit CHEYNÆUS ut me, ſub titulo amici, traduceret pro tyrone, ſuum vero plagium in me commiſſum celaret. Ne tamen popularem ſuum CRAIGIUM, quem inter amicos ſuos mecum nominat, mecum etiam in tyronum claſſem referre videretur; eo humanitatis erga ipſum deſcendit, ut ipſi tribueret certam aliquam regulam integrandi differentialem binominalem, quæ tamen etiam ex integro mihi debetur, ut pote de verbo ad verbum ex Animadverſionibus meis deſumpta. Credo CHEYNÆUM fuiſſe mente captum, cum ſchediaſma ſuum, in quo multis adeo modis me offendit ad me mittere in animum ſibi induceret. Ei nuper reſpondi: quo ſtylo uſus fuerim facile conjecturabis: certe non habebit, quo multum de Epiſtola mea glorietur, uti fortaſſis de præcedentibus meis fecit. Jam proculdubio noſti quod Cl. MOIVRÆUS ſingulari Libello (1) refutaverit CHEYNÆUM: refutationem uterque ad me miſit; hic ut ex me intelligeret meam de ea ſententiam, ſed quam rotunde denegavi meis tam male utenti; ille, ut amicitiam, ut ait, mecum iniret, & rationes ſuas refutandi exponeret: animadverto MOIVRÆI Libellum nonnihil acerbe ſcriptum, in quo tamen multa ſolide & docte objecit CHEYNÆO: interim, ut verum fatear, quædam etiam incaute carpſit, & nonnullis in locis erravit ipſe; id quod in nupera mea reſponſione non diſſimulavi, ut videret me cuique ſuum tribuere. Captavi tunc occaſionem narrandi ipſi, quibus artibus erga me uſus ſit CHEYNÆUS. Quid nunc uterque ad reſponſiones meas replicaturus ſit, tempus docebit.

(1) Animadverſiones in Dni. CHEYNÆI Tractatum de Methodo Fluxionum inverſa. Lond. 1704. 8°.

bit. Accepi quoque NEWTONI opus recens editum, continens tres partes, 1°. Opticam de coloribus, Anglice ſcriptam. 2°. Enumerationem linearum tertii ordinis, Latine. 3°. Quadraturas Curvarum Geometricarum, etiam Latine; Nondum mihi vacavit eas perlegere. Vale.

Groningæ a. d. 6. Decembris 1704.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De CHEYNÆO, MOIVRÆO & CRAIGIO. *De Conicis* HOSPITALII. *Obſervationibus* FLAMSTEDII, *Objectionibus* GREGORII, *& quibuſdam* NEWTONI *operibus.*

VIr Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

LITTERÆ quas cujuſdam juvenis *Angli* Ephoro *Gallo* credidiſti accepi paulo ſerius, quod abſens eſſem domo. Puto me tamen reſpondiſſe. CHEYNÆUM vides eſſe qualem prædixeram, laureolam quærentem in muſtaceo. MOIVRÆI Scriptum nondum vidi, ſed puto eſſe multo peritiorem. An aliquid attulit novum, aut ſcitu dignum? id ſignifica quæſo, aut potius librum, cum bis habeas, mitte. Erit enim credo perbrevis, aut certe poterit dividi in partes. CRAIGIUS CHEYNÆI popularis longe alterius animi doctrinæque eſt. Theorema quoddam pro quadraturis ordinariis *Actis Lipſienſibus* (1) iſenrit, quod dignum eſſet accurata conſideratione. 1705. Januar.

Ego de Analyticis vix cogitare ſoleo niſi cum Tuis litteris excitor, per quas fere ſolas diſco, quæ in hoc ſtudio gerantur.

(1) *Specimen Methodi generalis determinandi Figurarum quadraturas*, Act. Erud. 1704. Jul. p. 311.

1705. Januar. Doleo Dominum *Marchionem* HOSPITALIUM nihil aliud quam Conica (1) reliquiſſe, cum poſſet certe dare alia majoris momenti. Interim fortaſſe tractaverit Sectiones conicas univerſaliori more, quam hactenus factum.

Ex *Anglia* mihi ſcribitur FLAMSTEDII obſervationes 30 annorum editum iri. Hinc fortaſſe facilius aliquando perveniemus ad Theoriam Lunæ abſolutiorem, *Newtonianam* quidam in ipſa *Anglia* Phænomenis ſatisfacere negant; ſed ipſe NEWTONUS quædam adhuc determinanda reliquit.

Vidi nuper, quæ *David* GREGORIUS contra meam ſententiam de vorticibus ſcripſit. (2) Certe, ſi quid judico, licet forte vortices Planetam deferentes negare poſſimus, non poterimus negare gravificos. Neque quiſquam evertet quod pro fundamento ſumſi, nihil moveri niſi a contiguo & moto; attractionemque adeo Solarem, ſine motu materiæ circumſolaris, in qua ſunt Planetæ, intelligi non poſſe.

Opus NEWTONI de coloribus profundum videtur; ſed nondum ſatis examinare licuit, an ejus ope ſpes ſit explicandi colores fixos, quos vocant. In *Tractatu de Quadraturis Curvarum* ordinariarum, nihil puto eſſe quod nobis ſit valde novum aut arduum. Determinatio numeri linearum tertii gradus, &, ut credo, recta eſt, & habenda eſt pro incremento non contemnendo Geometriæ; & placet inprimis quod de diametro obſervat (3) ordinatam curvæ altioris ſecante in plures quam duas partes, ſervata utrimque æqualitate.

Adjunctas rogo, ut ad Dominum CUPERUM & Dominum DE VOLDER, inſignes in ſuo quemque genere Viros, mittas, & priorem, ſi videtur, lectam claudas.

Dabam *Berolini* 25. Januarii 1705.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

Traitté Analytique des ſections Coniques. Paris 1707. 4°.

(2) *In Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ Elementis, Lib.* I. *Prop.* 77. & 78. *pag.* 143. *Edit. Genev. Sed vide quæ reſpondit* LEIBNITIUS *in Actis Erud.* 1706. *Oct. p.* 446.

(3) *Enum. lin.* 3. *Ord. Art.* II. §. 4.

EPISTOLA CLII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ipsius in Patriam reditu instituto.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

EX Litteris maxime Reverendi Viri *Johannis* BRAUNII intellexi Te discessum parare, & in Patriam redire constituisse. Hæc ut Tibi feliciter eveniant, ex animo opto. Cæterum cum penes Te sint, ni fallor, responsiones meæ ad Objectiones Clarissimi BAYLII in novissima Dictionarii Editione contentas ab ipso remissæ; rogo ut eas obsignatas mihique inscriptas relinquas apud amicum, ut, data occasione, ad me transmitti possint. 1705. Jun.

Plura nunc non addo, incertus an hæ Te *Groningæ* sint inventuræ; tum veritus ne occupationes domicilium transferre molientis aliis cogitationibus locum relinquant. Certe occupatissimum Te esse, vel ex ipso silentio Tuo judico; alias enim nuntium consilii Tui a Te ipso expectassem. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 22. Junii 1705.

Deditissimus

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

EPISTOLA CLIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM

Reſponſio ad præcedentem.

Amiſſam Epiſtolam queritur, ejuſque nonnulla Capita repetit. De CHEYNÆO. *De ſua Regula pro determinando valore fractionis* $\frac{0}{0}$. VARIGNONII *de vi centrifuga error.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1705. Jul. QUOD conſilium meum de remigratione in Patriam, ad quam me jam paro, nondum Tibi aperuerim, non tam occupationes in cauſa ſunt, quam quod abs Te ipſo expectaverim reſponſionem. Ut enim verum fatear, verebar fere, ne quid humanitus acciderit Tibi, diu adeo ſilenti. Nunc vero Te vivere & valere, ex noviſſimis Tuis intelligo quidem, & gaudeo. *Sed* nihil in iis reperi quod reſponſionis loco eſſe poſſet, ad quædam quæ Te in poſtremis meis (1) rogabam, ut vel eas ad Te non perveniſſe, vel potius Te earum oblitum eſſe credam. Quærebam aliquid de nova illa Academia *Berolini* fundata, quiſnam ibi fungatur Profeſſione Matheſeos, aut forte num adhuc vacua ſit, & an non conſilium Tuum de vocando idoneo Viro, ſit expetitum. Quærebam etiam rogatu alicujus amici, an Tibi innoteſcat liber aliquis, cujus titulus, *Eberhardi* SCHELII *Topographia urbis Romæ*: amicus ille habet hunc librum manuſcriptum, quem æſtimat, & ſi ſciret nondum editum fuiſſe, forte ederet. Iter, quod in Patriam meditor, aggrediar, bono cum Deo, intra quinque vel ſex hebdomadas; ita ut ſufficiens tempus reſpondendi Tibi ſuppetat, ſi qua reſponſione ante diſceſſum me dignari volueris. Reſponſiones Tuas ad Objectiones BAYLII (uti petis) apud Amicum

(1) *Eas, quanquam poſtea repertas,* (Epiſt. CLVI.) *non vidi.*

eum obſignatas, Tibique inſcriptas, relinquam, data occaſione 1705. ad Te tranſmittendas, niſi ea forſan ante diſceſſum meum ſe of- Jul. ferat; Miſi Tibi nuper per Dominum MASSONUM, Eruditum *Gallum*, MOIVRÆI Animadverſiones in librum CHEYNÆI: illas recte traditas ſpero. Per poſtremum curſorem accepi Litteras a Domino CHEYNÆO, nihil niſi continuam invectivam continentes, atque me objurgationibus, contumeliis & omnis generis injuriis, ... tam ruſtice afficientes, ut certe legendo neſcirem an ſomniarem an vigilarem. Nihil enim minus ab iſto homine, quam tam indigne tractari expectabam. Quantum conjicere poſſum, ſuſpicatur me ſuum adverſarium, ex eo quod Cl. MOIVRÆO perſcripſerim, qua ratione, & qua fide erga me uſus ſit, in edendis ſuis *Addendis & Adnotandis*, & quod poſtea MOIVRÆUS meam Epiſtolam circumgeſtaverit multiſque ſuis amicis monſtraverit: neque etiam ſatis concoquere potuit, quod apud ſe de ſuo modo agendi conqueſtus ferim, verbis non affectatis, id eſt rotunde ſcapham vocando, quam meam ſinceritatem vocat ille *ſtilum modeſtis viris inſolitum*. Ut verbo dicam, urit illum, quod ſuæ. . . . . vanitati applaudere noluerim. Conſtitui . . . . . huic homini non reſpondere, ſed hoc ipſo die mittam ad Dominum MOIVRÆUM deſcriptionem rerum præcipuarum quæ CHEYNÆUM inter & me peractæ ſunt; ut ſi opus ille cenſuerit, meas ipſe [tanquam me inſcio] partes tueri poſſit.

Accepi litteras a Cl. VARIGNONIO, quibus intelligo Dominum SAURINUM ægre ferre, quod Regulam illam de determinando valore fractionis utrumque ſuum terminum certo caſu evaneſcentem habentis, mihi arrogaverim in *Actis Lipſienſibus* ſuperioris anni (1); quam tamen ipſe in aliquo *Diario Pariſ.* attribuerit *Marchioni* HOSPITALIO. Sed miror hujus.... audaciam, tam iniqua a me exigentis, quaſi quæ mea ſunt mea eſſe

(1) Joh. BERNOULLII, *Perfectio Regulæ ſuæ editæ in Libro Gall.* Analyſe des infiniments petits, Art. 163. *pro determinando valore fractionis cuius numerator & denominator certo caſu evaneſcunt.* Act. Erud. 1704. Aug. pag. 375, *vel* Opp. Tom. I. N°. LXXI. pag. 401.

1705. Jul. esse desinerent ex quo HOSPITALIUS ea suo Libro inseruit. Dicit SAURINUS se quidem credere Regulam illam a me esse inventam, non tamen honeste factum esse, quod demum post fata HOSPITALII eam mihi vindicare velim. Equidem non veritus fuissem eam mihi vindicare, vivente HOSPITALIO, si sciviſſem, uti postea scivi, SAURINUM eam Regulam tanto cum elogio Domino HOSPITALIO adscripsisse: nam, ut verum fatear, pati non potui, ut quæ mea sunt..... mihi eriperentur, & ad alium derivarentur: Est igitur ipse SAURINUS, qui vindicias illas a me extorsit. Quod si vero putet falso a me arrogari, ... habeo litteras HOSPITALII ad me scriptas; quas si edidero, docebunt, non hoc tantum, sed alia pleraque a me habuisse HOSPITALIUM. Cl. VARIGNONIUS etiam Tecum, ut mihi scripsit, communicavit suam meditationem, de vi centrifuga, quam putat a Nob HUGENIO aliisque duplo justo minorem fieri. Sed ostendi VARIGNONIO, quod erraverit ipse, & quod recte sit æstimata vis a Domino HUGENIO: meæ tamen demonstrationi quantumvis geometricæ nondum omnino acquiescit. Vale.

Groningæ a. d. 11. Julii 1705.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA

EPISTOLA CLIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Academia Equeſtri Berolinenſi. *De* CHEYNÆO *&* HOSPITALIO. *De* VARIGNONIO *&* MOIVRÆO. *De Problematibus ſolvendis. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON memini videre Epiſtolam, qua de Profeſſore *Berolinenſi* quæſiveris. Non eſt hæc prima Epiſtola quæ mihi intercederit; itaque cum præter morem ſileo, ubi ratio eſt reſpondendi, æquum eſt, ut me vivum potius-quam mortuum, & Litteris potius fraudatum quam Tui negligentem credas. 1705. Jul.

Fundata eſt *Berolini* Equeſtris Academia, in qua adoleſcentes etiam Elementa Matheſeos docentur. Sed quantum hactenus intelligo neminem aliunde accerſiverunt huic muneri obeundo, utunturque Domino NAUDÆO, Viro docto, qui dudum illic tum in Collegio litterario, tum in Pictorum ſculptorumque Academia docet. Nam Director Academiæ hujus juſſus eſt ſumptibus parcere, quantum ejus fieri poteſt, dareque operam ut quam-minimo res Aulæ conſtet.

Eberhardum SCHELIUM ignoro; *Radbodi* SCHELII quædam vidi olim politica & militaria.

CHEYNÆUM doleo eo proceſſiſſe, malo inter Eruditos exemplo, in quibus vellem plus quam in aliis humanitatis. Nam niſi ſcientia meliores nos reddat, proderimus aliis potius quam nobis.

Crediderim nonnullos ..... urere, quod, in quadam menſtrua in *Batavis* edita relatione de rebus litterariis, de Tuis in *Hoſpitalianum* Opus meritis dictum eſt. Ipſe utique Vir modeſ-

1705. Jul. tiſſimus plurimum ſe Tibi debere profeſſus eſt, cui aditum ad Methodos noſtras ſuum in ſolidum tranſcripſit, cum *Pariſiis* Tua conſuetudine uteretur.

Diu apud me fuit Dni. VARIGNONII meditatio de vi centrifuga; ſed per alia omnia diſtracto ſatis expendere non vacabat. Tuam cenſuram videre gratiſſimum erit.

MOIVRÆI libellum accepi; Tibique ago gratias. Video non eſſe ſpernendum ingenium Viri; expectoque ab ipſo aliquid ad Scientiæ augmentum, quemadmodum & a Juvene illo, cujus aliquam meditationem inſeruit circa Series infinitas.

Sed vellem ego Viros in *Anglia* ad laudem in his ſtudiis aſpirantes Problemata aggredi; is demum lapis eſt Methodorum lydius Dnus. FATIUS hoc præcavit in Libro ſuo, denuntians ſemel in univerſum nolle ſe vexari Problematibus: Iſtud quidem ſapere eſt.

Niſi maxime Reverendus BRAUNIUS ſignificaſſet mihi abitum Tuum imminentem, elapſus eras mihi nihil minus cogitanti. Reſponſiunculam ad BAYLIUM meam relinque, quæſo, obſignatam apud maxime Reverendum BRAUNIUM; nolo enim mihi mitti, quia forte ad *Batavos* remittenda erit. Antequam prorſus abeas, aliquas adhuc litteras a Te expecto. Dominus *Frater* Tuus valde deſiderat Schediaſma olim a *Penſionario* DE WITTE typis editum circa reditus ad vitam. Habeo, ſed in mole chartarum invenire non poſſum. Tibi ex *Batavis* nanciſci eique adferre facile erit. Itaque rogo hanc mihi gratiam facias. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 14. Julii 1705.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CLV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De errore VARIGNONII *circa vires centrifugas. De Professione Ultrajectina sibi oblata. De Curvarum transformatione.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

DOLEO penultimam meam Epistolam ad Te scriptam intercidisse; memini unum alterum-ve novum continere: miror 1705. Jul.
sæpe contingere, ut litteræ Tibi inscriptæ non tradantur, cum illud malum vix semel mihi contigerit. Spero me hinc profecturum medio circiter Augusti, ita ut saltem semel adhuc a Te litteras expectem, si quid mihi perscribendum habeas. Responsionem ad BAYLIUM, uti petis, obsignatam deponam apud Rev. BRAUNIUM, qui ad jussum Tuum de ea disponet. Occupato nunc mihi, & aliis cogitationibus distracto non vacat explicare hic ad longum meam censuram in VARIGNONII meditationem de vi centrifuga: ubi ad quietiorem statum pervenero, [utinam:] omnia fuse exponam. Hoc equidem dicere possum, quod VARIGNONIUS non recte consideret vim centrifugam, sumendo ejus particulam infinitesimam pro integra elementum pro toto: error ex eo habuit originem, quod curvas tanquam polygona rectilinea consideraverit, id quod in hoc negotio non procedit. Sunt enim curvæ considerandæ tanquam conflatæ ex arculis parabolicis osculantibus; ita ut (*Fig. 99.*) vis centrifuga non sit æs- TA. XVII.
timanda per lineolam BC, recessum momentaneum a tangente AF, sumta scilicet AC tanquam lineola recta, ut VARIGNONIUS facit; sed æstimari debeat per DE recessum momentaneum

1705. Jul. a tangente, ſumpta ſcilicet AE tanquam arculo parabolico oſculante curvam AEH in AE; neque obſtat quod & ipſe arculus AE, licet infinite parvus reſpectu curvæ AH, ſit tamen ex rectis lineolis infinities minoribus compoſitus; nam & hoc ipſum oſtendit quod BC ſit nonniſi elementum veræ vis centrifugæ; plane enim judico rem ſe habere ut in gravitate, quæ non ictu, ſed infinitis ictibus, quamvis tempuſculo infinite parvo, producitur: alias enim vires centrifugæ non forent in duplicata ratione velocitatum, ſed in ſimplici; quod eſt contra experientiam. Hæc tamen & alia non poterant ſatisfacere VARIGNONIO pertinaciter inhærenti ſuo errori, & quod magis mireris, cum ipſi adducerem demonſtrationem more Veterum adornatatam, in quam ſcilicet nulla infinite parva ingrediuntur, & qua apodictice demonſtrabam communem ſententiam, quod grave agitatum, in circumferentia circuli horizontalis, celeritate æquali illi quam acquireret cadendo ex altitudine ſemiradii illius circuli, habiturum ſit vim centrifugam æqualem ſuæ gravitati: Et cum, in illa demonſtratione ſupponerem, tanquam axioma, quod mobile aliquod agitatum ſuper curva aliqua, in quolibet ejus puncto, eam habiturum ſit vim centrifugam, quam haberet ſi agitaretur æquali velocitate ſuper circumferentia circuli curvam in eo puncto oſculantis, VARIGNONIUS ſuppoſitum hoc, præter omnem expectationem, mihi negavit, aſſeruitque vim centrifugam ſuper circulo oſculante duplam eſſe ejus quam mobile habet ſuper curva in puncto oſculi; cujus rei falſitatem ego protinus refutabam, [quod factu facile mihi erat] alia nova demonſtratione, qua apagogice oſtendi manifeſtam ſequi contradictionem, ſi dicatur vires illas duas centrifugas, ſuper curva & ſuper circulo oſculante, eſſe inæquales; per conſequens unam non poſſe eſſe duplam alterius; ad hanc novam demonſtrationem nihil aliud repoſuit VARIGNONIUS, quam ſe multa dicenda videre, ſe vero velle ea reſervare in reditum meum in Patriam. Quod vero habeat, ne vel divinando aſſequi poſſim: ſunt enim demonſtrationes meæ ejus roboris, ut vel *Euclidæis* vel *Archimedæis* cedere non auſint. Id quidem effecerunt, quod VARIGNONIUS ſuam

ſuam meditationem, quam jam ad prelum parabat, in ſcrinia recondiderit, forte omnino ſupprimendam, ubi faſcinum ab oculis abſterſerit. Quando vacabit, ut jam dixi, communicabo tecum binas illas demonſtrationes, quarum prior præferenda videtur *Hugeniance* aliisque; quod cum hæ omnes per infinite parva procedant, quæ etiam iis, qui alioquin infiniteſimalibus ſatis aſſueverunt, tamen negotium faceſſunt, ut VARIGNONIO contigit, mea nihil niſi ordinarias quantitates contineat. 1705. Jul.

Schediaſma *Penſionarii de* WITT circa reditus ad vitam vix putem reperiri poſſe. Agnatus aliquis meus, qui nuper ex *Batavis* venit, ſe illud ibi reperire non potuiſſe mihi retulit. Inquiram tamen & ego, ubi ea tranſivero.

Ultrajectini, de futuro meo abitu certiores facti, me de novo in ſuam Academiam pellicere conantur, oblatis conditionibus non ſpernendis, neque prior a me lata repulſa eos abſterruit, quin ad me Legatum mitterent ex ipſis Profeſſoribus unum, qui ſua ſuada, ſi fieri poſſet [eſt enim Eloquentiæ Profeſſor], impetrato meo aſſenſu, abiret Exorator qui venit Orator: Sed nec dedi manus, nec rejeci omnino oblatum, omnia in deliberationem cum Parentibus reſervans, atque me ſtatim poſt reditum in patriam reſponſum daturum promittens. Miror quid in me videant boni Viri, quod ſibi adeo placeat, & vereor ubi aliquando me poſſederint, ut tum de me dici poſſit: *minuit præſentia famam*: ſed ſibi imputent, ſi expectationi, quam de me fovent, non ſatisfecero, ut-pote qui me non obtruſi illis.

Ad *Acta* nuper communicavi Methodum meam transformandi curvas in alias longitudine æquales, (1) occaſione mihi data per ſchediaſma Domini CRAIGII, quod in iiſdem *Actis* repe-

(1) *Motus reptorius, ejuſque inſignis uſus pro lineis curvis in unam omnibus æqualem colligendis, atque hinc deducta Problematis de transformatione Curvarum... genuina ſolutio.* Act. Erud. 1705. Auguſt. p. 347. Opp. Tom. I. N°. LXXIV. p. 408.

1705. Jul. ri (1) continens ſolutionem hujus Problematis; quam vero mere paralogiſticam cenſeo, quippe quæ ſupponit aliquid, quod ipſa quæſtione difficilius eſt. Ut cuique interim ſuum tribuam, feci mentionem modi Tui Problema ſolvendi per coevolutionem curvarum; addito tempore, quo illum accepi; quem etiam breviter recenſeo; ut ſi forte Tibi non vacaverit, Lector illum perficere poſſit. Quid Tibi viſum fuerit de novo illo motu meo reptorio, qui multa non ſpernenda mihi ſuggeſſit circa proprietates curvarum, ſane lubenter intellexerim. Vale & mihi favere perge.

Groninge a. d. 25. Julii 1705.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

(1) *Solutio Problematis a Cl. Viro* D. Joh. BERNOULLI *propoſiti, quam* D. G. CHEYNÆO *communicavit* J. CRAIG. Act. Erud. 1705. Apr. pag. 190. *ex* Tranſ. Philoſ. N°. 289.

EPISTOLA

EPISTOLA CLVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

Mutuat reperisse Epistolam quæ amissa credebatur: De viribus centrifugis. De Astronomia GREGORII, *ejusque errore circa Ellipsim* Cassinianam. *Denotatio differentialium. De* APOLLONII *Sectione rationis. De Regula* GULDINI *apud* PAPPUM *reperienda.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

NON raro quidem mihi aliquot centenas litteras annuatim scribenti & accipienti contingit, ut aliquæ pereant; idque hac vice eo facilius suspicabar, quod nuper aliquis ex famulis postæ abjectus est, quia deprehensus est fasciculum Litterarum, quas reddere neglexerat, in flumen projecisse. Nunc tamen cum Tuis se res aliter habuit, nam dum alias evolvo schedas, atque suis locis dispono, ecce Tuæ (1) apparent, apertæ quidem, sed nondum lectæ, quod forte interruptus de manibus posuissem recens acceptas, nec occasio aliqua statim memoriam earum refricuisset. Ibi ergo legi SCHILDIUM, an SCHELIUM, quem memoras, Duci *Brunswicensi* cuidam: an JULIO dedicasse Opus suum; sed nemini quod sciam ea de re apud nos quicquam compertum, ut adeo prodiisse unquam non putem. 1705. Jul.

Hodie mane Litteras Tuas accepi, cum in Aulam irem, quæ in proxima urbi villa est: legi in itinere, reversus domum, quod alia negotia inchoare serum esset, expendi naturam vis centrifugæ, seu conatus recedendi a centro circulationis. Usus autem sum (*Fig.* 100.) lineis rectis EA, AG, latera polygoni circularis infinitanguli constituentibus, & motu uniformi in tali latere, TA. XVII.

(1) *Eas non potui reperire.*

1705. Jul. latere, ejuſque continuatione AF, quin & uſus ſum motu uniformi per rectam FG, cujus velocitas eſt infinite parva, quam pono ab attractione impreſſam, quovis momento temporis elementum incipiente, & durare per totum hoc elementum quo peraguntur motus ſimplices AF & AH & compoſitus ex iis AG. Ita, licet pro motu gravis jam continue creſcente, introducantur infiniti motus uniformes, idem tamen prodit in ipſis aſſignabilibus effectus, qui motus continue mutati ſuppoſitione, idemque conatus recedendi a centro; & revera reperio, ſi æquales ſint, conatus qui imprimitur a gravitate, & conatus recedendi a centro, altitudinem, quæ gravi dat velocitatem circulationis, eſſe radii circulationis dimidiam.

Licet autem in Dni. VARIGNONII meditatione multa ſint pulchra & ingenioſa, veritatique optime conſentientia; in eo tamen ivit in diverſum, meo judicio, quod motum in lineola infinities infinite parva FG [in ipſius figura dicitur LP] ſumit ut acceleratum; quod etiam Tu facis, & ſane in poteſtate eſt, quoniam attractio centralis velut gravitas quædam concipi poteſt; verum enimvero, hoc poſito, lineola FG, vel LP, *non repræſentat* conatum centrifugum [vel contrarium ejus attractorium ad centrum quo ipſe deſtruitur]; quia in motu accelerato velocitates non ſunt ut altitudines. Conatus autem iſte paracentricus, ut velocitas quædam conſideratur.

Mihi vero, motum per FG ut uniformem ſpectanti, eam lineolam pro conatu paracentrico aſſumere licet, brevique ratiocinatione omnia conſtant; ita ut opus non ſit ad arcus Parabolarum oſculantium confugere: quamvis facile intelligam earum quoque ope ad eandem concluſionem debere perveniri. Interim gratiæ Dno. VARIGNONIO agendæ ſunt, quod rem hanc diſcutiendi occaſionem dederit, quæ non inutiles conſiderationes præbet. Et fieri poteſt, ut nonnulli alii inter ratiocinandum rem tetigerint, uno errore alterum corrigente. Hæc igitur ipſi Dno. VARIGNONIO prima occaſione ſignificabo: nolim enim Virum egregium in ſuſpenſo manere. Gratum aliquando erit accipere conſiderationes Tuas, & inter alia demonſtrationem more Veterum adornatam.

Gre-

Gregoriani Operis Aſtronomici (1) pauca legi; quod appa- 1705.
reat quæ bona habet fere ab aliis eſſe deſcripta. Ex quo vidi Jul.
eum noluiſſe agnoſcere errorem manifeſtum (2), quod ingenui erat, [de quo non dubito quin aliquid ad MOIVRÆUM ſcribens tetigeris] valde apud me imminuta eſt ejus exiſtimatio. Neſcio an videris Libellum ejus Opticum (3). Totus nititur meo principio in *Actis* indicato, quod circuli oſculantes in praxi pro ſuccedaneis aſſumi poſſint Parabolarum, Hyperbolarum & Ellipſium: id tamen diſſimulat, aitque hæc a ſe ante multos jam annos fuiſſe conſcripta. Sed cum videatur proclivis ad paucula, quæ forte invenit, protrudenda in publicum; credo hanc meditationem non ſpernendam, non [ut nos ſolemus] nonum in annum preſſiſſet.

Mirum quod adduci poſſit, ut errorem retractaret circa *lineam Caſſinianam* (4): forte fecit, quia adverſarium habuit in *Anglia* imminentem, ita non auſus eſt repugnare, ne CHEYNÆI conterranei fato uteretur. Rectius credo animum adjiciet ad Græcos Mathematicos edendos.

Lineam quæ angulos circa unum focum habeat proportionales areis circa alterum focum omnino poſſibilem puto, neque deſperem ad eam pervenire, ſi res tanti eſſet.

Ad promovendas quadraturas ultra limites quos hactenus habemus, ipſeque reliquit NEWTONUS, aliis artibus opus putem.

Angli affectant puncta adhibere pro noſtra littera *d*; quod etſi nullius momenti in communi uſu diſcrimen ſit, ſunt tamen uſus ſingulares, ubi puncta non ſufficiunt; nempe cum differentiæ gradus

(1) *Elementa Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ.* Oxon. 1702. fol. vel Genev. 1726. 4°.

(2) *Circa Catenariam.* Vid. Epiſt. LXXVIII-LXXXI.

(3) *Catoptricæ & Dioptricæ Sphæricæ Elementa.* Oxon. 1695. 8°. Vid. Epiſt. XXXII. & XXXIV.

(4) Lib. III. Prop. 8. *poſuerat* GREGORIUS *eam eſſe* Caſſinianæ *Ellipſeos naturam, ut anguli circa focum unum areis circa focum alterum eſſent proportionales: id quod, paulo poſt, mutata plagula, non tantum ſuſtulit, ſed erroneum demonſtravit.*

1705. Jul. dus ipſe generaliter ſumitur & per litteram exprimitur, ut gradus potentiæ ſolet.

Avidus ſum diſcere, an Sectio rationis *Apolloniana* aliquid commune habeat cum Logarithmis (1).

Jam dudum mihi dictum memini ab aliquo, regulam GULDINI eſſe apud PAPPUM. Oportet ejus rei veſtigium ſit in jam editis (2). Jam venit in mentem Dnum TSCHIRNHAUSIUM mihi dixiſſe hoc ſe didiciſſe a Dno REGNIER, qui erat inſignis, pro ſuo tempore, Mathematicus *Lugdunenſis*; etſi paralogiſmum commiſerit, cum vellet menſurare ſuperficiem ſphæroïdis pro fornicibus arcuum, noſtris ſcilicet artibus tunc parum exploratis. Etſi enim, & HUGENIUS, & alii, veram dimenſionem ejus ſuperficiei inveniſſent, id tamen pauci intelligebant, & BULIALDUS credere nolebat. Sed ego me video aliis alia innectere, Te vero otio non abundare. Itaque felix iter precatus finio.

Dabam *Hanoveræ* 28. Julii 1705.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Motus reptorii noſcendi curioſus ſum. Non ingratum eſt quod meam indicationem modi ſolvendi Problema Tuum publicaſti. Etſi perfacili calculo exequi liceat, vix tamen in animum inducere poſſum ut faciam, quæ alius facile ſuppleat; hac ſcilicet ætate.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA

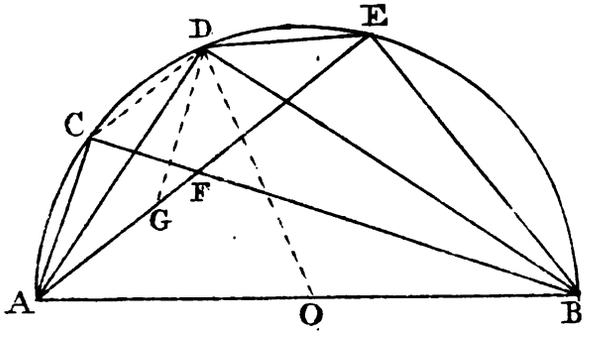
(1) *Nihil omnino, Sectio rationis* Apolloniana, *quæ curante* HALLEIO *ex Arabico verſa prodiit.* Oxon 1706. 8°, *eſt Solutio hujus Problematis. Per datum punctum rectam ducere quæ auferat a duabus rectis poſitione datis ſegmenta, punctis in iiſdem datis adjacentia, datam rationem, inter ſe habentia.*

(2) *Sub finem Præfat.* Lib. VII. pag. 252. Edit. Bonon. 1660.

ad Epist. II8-156. Tom. II. pag. 138.

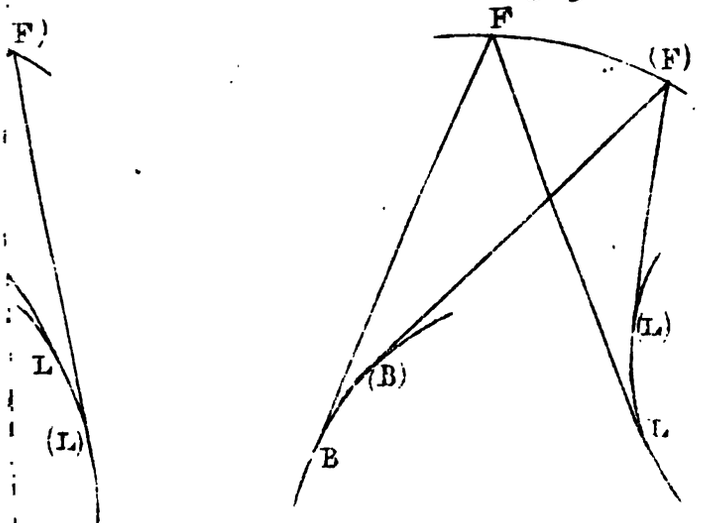
95.

Fig. 96.



7.

Fig. 98.



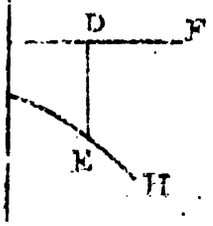
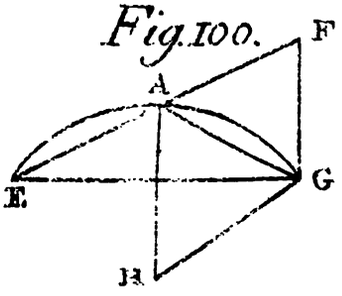


Fig. 100.



EPISTOLA CLVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De reditu in Patriam, & Fratris ejus morte. De HERMANNO, *& vacantibus apud* Batavos *Profeſſionibus. De Mathematicorum inter* Germanos *raritate. De* CHEINÆI *Libro pro veritate Religionis. De ſua Methodo transformandi Curvas. De Arithmetica dyadica, & Phoſphoro mercuriali.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

SALVUM Te cum Tuis adveniſſe ex animo gaudeo. Quod vero Dominum *Fratrem* vivum non inveniſti, dolere me fateor. Sperabam enim a veſtro colloquio & conſpiratione plurimum fructus Reipublicæ litterariæ, & veſtrum utique. Sed quoniam Deo aliter viſum eſt, convenit Divinæ voluntati noſtram accommodari. 1705. Octob.

Velim quæ reliquit conſervari, & in publicos uſus transferri. Tibi gratulor Patria & amicis jam fruenti, &, quod auguror, diu fruituro. Nec dubito, hunc gratum rerum Tuarum habitum incitamento Tibi fore ad proſequendos laudatiſſimos labores.

Clariſſimo HERMANNO paratiſſima ſemper officia mea fuere. Itaque ſi conſulor a Clariſſimo VOLDERO, vel ſi qua alia ſe offert ratio ejus rebus commodandi, non deero. Reſponſum ab ipſo ad meas expecto, quas ei ſcripſeram de dolore, quam in Societate *Berolinenſi*, ex denuntiata morte clariſſimi *Fatris* Tui percepimus, deque exhibendo ejus nomine officio conſolatorio apud Dominam Viduam, liberos, & proximos; quod ad Te utique in primis refertur. Id juſſu Societatis repeto, quod excellentis Viri memoriam ſibi ſemper commendatam habebit. Elogium ejus conſcribi e re erit, quod *Actis Eruditorum* inſeratur.

Quantum intelligo, vacant *Groningana* & *Ultrajectina* Profeſſiones Matheſeos, & *Leidenſis* ſemivacat; quando, quem memo-

1705. Octob. ras, animus Cl. VOLDERI erga Te fuit. Sed vereor, ne idem in alterius gratiam sit facturus.

Mirum est in *Germania* nostra vix quemquam vel paulum in nostra Analysi proficere. Juvenis ille *Suevus*, qui me *Berolini* salutavit, Tibi quoque non ignotus [JENICHIO nomen erat, ni fallor], curam aliquam hujus scientiæ habere videbatur, magnos tamen progressus fecisse non videbatur. Nescio an multo majores progressus fecerit Dnus WOLFIUS, qui *Lipsiæ* dissertationem de nostro Calculo edidit. Hunc tamen crediderim longius progressurum; quia prior, ni fallor, se praxi potissimum dabat.

Medicus *Scotus* doctus ad me attulit CHEYNÆI Librum pro veritate Religionis ex natura, & ejusdem responsionem ad MOIVRÆUM. Neutrum expendere vacavit. Spero meliora pro Religione, quam de Analysi attulisse.

Nescio unde judices meam Methodum curvæ datæ exhibendi infinitas æquales perplexo admodum calculo indigere. Si ex eo quod calculum non aggressus sum; adhibes non causam pro causa omissionis meæ. Sæpe enim etiam facillima *declino*, *quia* in hac multitudine eorum quæ adhuc agere vellem, necessaria præferri debent. Constructionis Tuæ per motum reptorium nullum adduxisti exemplum; nec minus quam ego in generalibus mansisti: quod me minus promtum ad rem attentius considerandam reddidit. De Dno CRAIGIO merito mones, non satisfeciisse, etsi aliquid fecerit, nimiumque aggressus sit.

Puto etiam meas priores Domino HERMANNO redditas, in quibus ei demonstrationem misi, quod omnes Series Arithmeticæ non tantum, sed & potentiarum ab Arithmeticis, & conflatarum ex his quantitatum habeant columnas periodicas, si dyadice exprimantur.

Nuper legi, in *Actis Academiæ Regiæ Scientiarum*, dubios adhuc esse de Tuo Phosphori Barometrici experimento; utrum quando

quando lubet confici poſſit. Vellem noſſe an nondum ſcrupulum ſibi exemerint. Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* 30. Octobris 1705.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA CLVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Jacobo BERNOULLIO *Diſtichon. De* BERNARDO *Profeſſore Leydenſi. De transformatione Curvarum.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NESCIO an Tibi perinde ac Dno. HERMANNO, qui prior poſtulaverat, jam tranſmiſerim Diſtichon, quo inclyti Geometræ Domini Fratris Tui memoriam utcunque celebravi; id ita habet: 1705. Decembr.

Infinita Tibi terris lux fulſit in ipſis,
BERNOULLI; *& quiſquam Te ſupereſſe neget!*

Scio Philoſophos, inter alia, ex infiniti cognitione pro animæ immortalitate argumentari, & quidem non male. Spero accipere aliquando quæ honori ejus edentur; commode enim in vernas *Lipſienſium* Nundinas tranſmitti poterunt.

Fortaſſe Orationem quoque Tuam interim edes *de Laudibus Analyſeos novæ*, quam eadem occaſione ſperabo.

Non ſatis noveram doctrinam Dni BERNARDI Editoris *Novellarum litterariarum* Galli; atque ideo ignorabam tantum in Phyſicis præſtitiſſe, ut VOLDERI vices ſubire poſſet.

1705. Decemb. Domini WOLFII Dissertatio de nostro calculo non procedit ultra elementa, seu Algorithmum meum.

Si Problema aliquod reducatur ad determinationem Caustica-rum, utique pro soluto haberi debet. Ita autem solutum a me est Tuum.

Ut vero videas non requiri aliquam, ut scribis, insolitam & nondum satis perspectam calculandi rationem; ecce Tibi exemplum, sed generale, & cuivis curvæ infinities per æquationem exhibendæ sufficturum, ubi debitus speculi situs sine ullo calculo determinatur. Nempe adhibeo speculum Ellipticum & duo extrema arcus dati puncta colloco in foco Ellipseos, & circa hos focos describo Ellipsin quamcunque, seu filo quantocunque, & posito arcum datum radiare per tangentes in speculum Ellipticum, erit imago ejus catacaustica, reflexione radiorum incidentium formata, arcus quæsitus priori æqualis & semper dissimilis, prout major minorque eisdem focis manentibus assumitur Ellipsis. Sit TA. XVIII (*Fig.* 101.) arcus datus ABC; circa focos A, C, describatur Ellipsis FLG: & A, per tangentem arcus radians in F, habebit punctum corradiationis seu catacausticum, respondens in altero foco C, & C per tangentem arcus radians in G habebit punctum catacausticum respondens in altero foco A, ex natura Ellipseos. Cumque per naturam Catacausticarum sit filum AFCIA [seu directa AFC + arc CIA] æquale filo ABCGA, [id est arcui ABC + directæ CGA;] & AFC & CGA directæ sint æquales, ex natura Ellipseos; erit arcus ABC æqualis arcui CIA. Vides ergo nihil plane insolitum hic requiri, cum tantum de duobus punctis extremis agatur, ut directa ad primum punctum æquetur directæ ad ultimum punctum, eumque ad scopum speculi situs accommodetur; quanquam id in aliis lineis non æque facile ac in speculo Elliptico aut Hyperbolico præstari possit. Omnia autem specula, concava scilicet, huic scopo inserviunt, excepto plano & sphærico. Dato speculo cujuscunque figuræ, quærenda est Ellipsis vel Hyperbola lineam speculi osculans in duobus punctis. Hoc habito, facile est arcui dato talis figuræ speculum accommodare, ut præstetur quæsitum. Facile etiam vides per

per diacausticas, debita refractionis mensura assumta, præstari posse, ut curva sit in ratione data ad datam, atque ita id quoque infinities infinitis modis. Agnosces etiam, (quod dudum obtinuisse videbas) judicium sequius de meis non adeo promptum esse debere. Quod supereſt, novum annum Tibi cum multis aliis faustum & felicem precor. Vale.

Dabam *Guelfebyti* 27. Decembris 1705.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

EPISTOLA CLIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Analysi infinite parvorum HOSPITALII. *De Curvarum transformatione ex principio optico. De* HERMANNO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

MONEBO ut Tibi mittatur *Wolfiana* Dissertatio. Tecum sentio, Analysin infinitesimalem in *Hospitaliano* Opere non satis methodice tradi. 1706. Februar.

Satis intelligo, cur consilium reditus ad *Batavos* nondum commode exequi possis.

Omnino de Ellipsi & Hyperbola cogitaveram dudum, & in antiquis Schedis notaveram. Statim enim Problema ut consideravi, solvi: sed plane ex animo dimiseram, ut soleo, cum præstet mihi per alia distracto oblivisci istorum quæ magis necessariis cogitationibus obstarent, retento tantum principio inventionis; sed ita fit ut ægrè ad talia absolvenda redeam, præsertim si vetus scheda non adsit statim; quo casu, ego malo rem iterum quærere, quam.

1706. Februar. quam Schedam, ſi modo res non nimis impedita ſit. Interim, ut verum fatear, talia vix amplius agere vacat.

Itaque nec objectiones quaſdam Tuas ad ſecundaria quædam dicta mea ſatis diſcutio; præſertim cum videantur captare magis verba, quam monere quod in rem ſit.

Etſi, inventa æquali, facile demus ſimilem in data ratione, an ideo monere vetabimur, per diacauſticas, lineam, quæ in data ratione ſit, ſtatim & immediate exhiberi.

Si opus eſſet quadraturis quadraturarum, ſeu æquatione differentiali ſecundi gradus ſoluta; poſſet ſolutio propoſita altioris æque gradus cenſeri. Nunc radiorum concurſus ſerviunt ad inventionem & demonſtrationem, non ad conſtructionem; lineæ enim ſunt ordinariæ. Quid vetat etiam modum innuere, etſi impeditiorem aliis etiam Speculis utendi? Cum poſſit aliquis etiam deſiderare hoc, ſcientiæ cauſa.

Poſtremo nihil facilius eſt, cum infinitas in promptu habeam, eam evitare, quæ datæ lineæ congruit.

Quod Speculum Sphæricum utile fore putas, contra quam dixeram; rogo ut adhuc ſemel conſideres. *Vereor enim ne eadem curva redeat.* Nunc neque figuram ad manus, neque rem in animo habeo. Si ſphæricam prodeſſe comperias, hoc monitum Tuum laudabo.

Diu eſt, quod a Dno HERMANNO noſtro nihil vidi; ut adeo ignorem, an adhuc *Venetias* cogitet, an conſilium illuc eundi plane depoſuerit? Me ſane hæc noſſe æquum eſt. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 11. Februarii 1706.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Indica quæſo interdum, quid in Mathematicis Phyſiciſque geratur: ego enim hæc ſerius diſco, præſertim ex *Gallia* & *Italia*, quæ vobis vicinæ ſunt regiones.

EPIS-

EPISTOLA CLX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Queritur parum amice exceptas ſuas objectiones in Methodum transformandi Curvas Speculi Elliptici. Quod idem exequi liceat ope Speculi Sphærici. Theorema Catoptricum. De Motu radente. De HERMANNO. *De* SAURINI & ROLLII *controverſia. De* LAHIRII *paralogiſmo.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

DEDI Affini meo, ad Nundinas *Franco-furtenſes* hodie proficiſcenti, faſciculum Parentationum (1) *Lipſiam* mittendum ad Cl. MENCKENIUM, in quo continentur duo Exemplaria Tibi inſcripta, adeo ut non dubitem quin rectè ad Te perveniant. Gratum mihi feceris, ſi ut promittis, *Volfianam* Diſſertationem mihi mitti curaveris. Video non ſine aliquo dolore, Te quædam monita mea, circa Solutionem Tuam pro transformatione Curvarum, non eo animo accepiſſe, quo ego ea ſcripſi: neſcio ſane quid fecerim quod acriorem eum, quo uteris, ſtylum extorſerit: olim non erat ſic; ferebas objectiones meas, non benigne tantum, ſed & quandoque gratias agebas, ubi Te præcipitantiæ alicujus monitum videres. . . . . 1706. Mart.

. . . . . .

Neſciverim cui rei attribuam impatientiæ Tuæ cauſam, niſi quod forte putaveris, ſcrupulos meos ex mero contradicendi ſtudio fuiſſe profectos, quod tamen a me fuit ſemper alieniſſimum. Ita

(1) *Vita Cel. Mathematici* Jac. BERNOULLII *Oratione Parentali expoſita a. d.* 23. *Nov.* 1705. *a* Jac. BATTIERIO. Baſ. 1705. 4°. *Vid. opp.* Jac. BERNOULLII.

1706. Mart. quemadmodum nolebam vetare monitum Tuum de linea in data ratione per diacauſticas immediate exhibenda, nec Te pariter vetiturum ſpero moneri, quod idem præſtari poſſit facilius per catacauſticas ordinarias; inventam ſcilicet æqualem in ſimilem aliam in data ratione mutando. Porro vetare nolo innuere modum impeditiorem aliis etiam Speculis utendi; hoc utique ſaltem Scientiam auget, quod minime vituperandum eſt. Sed an ideo vetamur innuere quod pro praxi præſtet adhibere Specula Elliptica vel Hyperbolica, quam alia; & quod illa, cum Problema univerſaliter ſolvant, pro ipſa conſtructione jam ſufficiant. Sed hæc tranſierint; nollem enim vel hilum tangere, quod Tibi ingratum eſſet, quamvis præter omnem meam opinionem; ut-pote qui ſemper in omnibus Tibi placere ſtudui. Ob hanc rationem nunc nihil dicam de iis quæ nuper obſervavi in Schediaſmate Tuo; *Actis Erud.* Januarii inſerto, ubi agis de motu radente &c, (1) quæ Te edidiſſe dicis, occaſione invitante; fuit illa, haud dubie, ſuppeditata ex iis quæ de motu reptorio ſcripſi; hoc unicum innuere volo, aut me non recte capere mentem Tuam, aut approbari non poſſe quod dicis, per motum radentem *moveri* motu parallelo rectam aliquam in plano curvæ radentis aſſumtam. Cæterum, cum monitum meum de Speculo Sphærico unice laudes, meque ideo exhorteris, ut adhuc ſemel conſiderem, Te enim vereri ne eadem curva redeat; Ea de re nunc certum Te reddere poſſum. Quare mittas quæſo metum ſupervacaneum, ſi vel tantillum attendere velles, videres ſtatim Speculum Sphæricum non minus utile poſſe eſſe, quam aliud Ellipticum. Fateor caſum poſſe occurrere, quo per Speculum Sphæricum eadem curva redeat; ſed idem contingere poſſe per Speculum Ellipticum jam in præcedentibus monui; ad quod reſpondiſti eum caſum poſſe evitari mutata tantum Ellipſi; idem nunc dico fieri poſſe mutata tantum Sphæra, id eſt majori minorive Sphæra adhibita: curvas autem

(1) G. G. L. *De linea ſuper linea inceſſu, ejuſque tribus ſpeciebus, motu radente, motu provolutionis, & compoſito ex ambobus.* Act. Er. 1706. Jan. pag. 10.

autem per Secula Sphærica ordinarie diverſas eſſe a datis, vel hinc patet, quod aliquando curva in ſe rediens, pro catacauſtica ſua habere poſſit curvam aſymptoticam, id eſt, in infinitum abeuntem quod idem etiam in Speculis Ellipticis, imo in quavis Curva contingere poſſe facile perſpicio. 1706 Mart.

Sit enim (*Fig.* 102.) Speculum Sphæricum A G d : Curva aliqua c N B radians ſecundum Tangentes N G; ejus Catacauſtica L K, quæ nimirum formatur per interſectiones radiorum reflexorum G K : pro hujus formatione dico ſumendam eſſe $GK = \frac{NG \times GF}{(4NG - GF)}$, & generaliter, ſi Speculum ſit concavum qualecunque V G X, & quæratur longitudo radii reflexi, deſcribendus eſt circulus oſculator in G, qui ſecat radium incidentem N G [ſi opus eſt] prolongatum in F, & erit ſemper $GK = \frac{NG \times GF}{(4NG - GF)}$, quod novum eſt Theorema hactenus nondum cognitum: unde apparet, qualecunque ſit Speculum, ſive Sphæricum, ſive aliud, & qualiscunque Curva data C N B etiamſi in ſe rediens, modo eo propinquitatis accedat ad Speculum, ut N G tandem æquetur $\frac{1}{4}$ F G, fore tunc G K infinitam: id eſt catacauſticam L K P habituram aſymtotum S R, & poſtea evadente N G minore quam $\frac{1}{4}$ F G, mutari catacauſticam L K P in oppoſitam O T. Hinc vides, quod pace Tua dixerim, Solutionem Tuam pro transformandis Curvis hac nova conditione & cautela reſtringi, ut ſcilicet Sphæra vel Ellipſis, ex qua fit Speculum, ſufficientis ſumatur magnitudinis, ut N G ubique major ſit quam $\frac{1}{4}$ G F. Ita enim Curvam datam finitam C N B in aliam finitam æqualem L K P transformatam habebis, & quidem ſi illa fuerit in ſe rediens, etiam hæc in ſe redibit. Secus enim, ſi Speculum ejus eſſet magnitudinis, ut alicubi N G non eſſet majus quam $\frac{1}{4}$ G F, proveniret Curva nova conſtans duabus partibus infinitis; una affirmativa L K P, altera negativa O T, quæ utique valde incongrue dici poſſet æqualis ipſi propoſitæ C N B. Huic ergo inconvenienti medeberis, ſi Speculum ex majori Sphæra vel ſphæroide paraveris; quod monuiſſe, ut ſpero, ſaltem non diſplicebit; eoque minus quod, Te hortante, rem de novo conſideraverim, atque adeo, Te velut auctore, hanc fecerim annotationem. TA. XVII.

1706. Mart. Ab HERMANNO acceperis Litteras; ſe enim nuper Tibi ſcripſiſſe mihi aſſeruit: Vereor ne ejus ſpes & conſilium *Venetias* eundi ſimul in ſpongiam incubuerint. Ex quo redii in Patriam, nihil mihi innotuit quid in Mathematicis Phyſiciſque ſit præſtitum. In *Batavis* cum degerem, citius & frequentius ad me pervenerunt Nova Litteraria ex *Gallia* & *Italia*, quam nunc ex iiſdem multo vicinioribus. In Phyſicis Experimentalibus quædam ipſe promitterem; ſed inſtrumentis hic careo, neque ea ex ſumptibus publicis [ut *Groningæ* obtinui] hic æque facile comparare ſpero; tentabo tamen. Ex *Gallia* habeo quod SAURINUS finaliter, [ut loquuntur,] reſponderit ROLLIO, provocans ad deciſionem Academiæ; legi ejus Reſponſionem quæ ſatis placuit (1) In *Memorabilibus Academiæ* reperi la HIRII Specimen pro determinatione curvaturæ radii per medium continue difforme tranſeuntis, quam tandem concludit eſſe Cycloidem (2), ſed omnia ejus ratiocinia ſunt meri paralogiſmi & palpabiles..... Vale & Fave.

Baſileæ 13. Martii 1706.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo J. BERNOULLII.

(1) *De tota hac Controverſia videantur*,

Régles & Remarques pour le Problème général des Tangentes. Par Mr. ROLLE *de l'Ac. R. des Sc. Journal des Sç.* 1702. 16. *Journal du* 13. *Avril.*

Réponſe à l'Ecrit de Mr. ROLLE, *par Mr.* SAURIN. *Ibid.* 33. *Journ. du* 3 *Aouſt.*

Remarques de Mr. ROLLE *touchant le Problème général des Tangentes, pour ſervir de replique à la réponſe qu'on a inſerée ſous le nom de Mr.* SAURIN *dans le J. des S. du* 3 *Aouſt. Paris* 1703. 4°. & *Journ. des Sç.* 1703. 30 *Journ. du* 30. *Juill.*

Défenſe de la Reponſe a Mr. ROLLE *contre la Replique de cet Autheur par Mr.* SAURIN. *J. des S.* 1705. 16e. *Journ. du* 23 *Avril.*

Réponſe de Mr. ROLLE *à l'écrit publié par Mr.* SAURIN. *ibid.* 20. Journ. du 18. May. 1705.

Refutation de la Reponſe de Mr. ROLLE, *par Mr.* SAURIN. Ibid. 24. Journ. du 11. Juin 1705.

Extrait d'une Lettre de Mr. ROLLE *à Mr. B. touchant l'Analyſe des Infiniments petits, ou il répond à un écrit de Mr.* SAURIN. Ibid. 32. Journ. du 30. Juill. 1705.

Vid. etiam Remarques ſur un cas ſingulier du Problème des Tangentes par Mr. SAURIN. *Mem. de l'Ac. R. des S.* 1716. *p.* 59. & 275. & 1723. *p.* 222.

(2) *Examen de la ligne courbe formée par un Raion de lumière qui traverſe l'Atmoſphère. Mem. de l'Ac.* 1702. *p.* 52.

EPISTO-

EPISTOLA CLXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Cervarum transformatione ope Speculi Sphærici. De lite SAURINUM *inter &* ROLLIUM. *De* LAHIRIO *paralogizante. De calculi differentialis inventione. De locis Geometricis, & Opere* Hospitaliano.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

QUAM Te æstimaverim semper, atque omni etiam benevolentia complexus sim, puto Tibi multis argumentis a tot annis fuisse perspectum. Itaque, cum nuper in Objectionibus quibusdam Tuis aliqua minus nobis convenire putassem, idque verbis, ut par est, temperatis admonuissem, spero Te, pro prudendentia Tua exploratoque animo, sedata jam mente facile agnituram, nihil a me actum, quod non admitteret, imo quod non postularet officium amici. 1706. April.

Limitatio Tua, quam Solutioni meæ adhibes, mihi non minus grata est, quam si a me profecta esset atque observata. Ego enim animum ab his abstrahere cogor meditationibus, fereque in generalibus consisto; contentus viam reperire, qua rem in potestate habeam. Utile videtur esse Theorema tuum ex Circulo osculatore, idque continet comprobationem quamdam suimet. Nam si producas GK in figura Tuæ Epistolæ, dum circulo eidem occurrat in H, cum utique linea corradians per tangentes & corradiata sint sibi mutuo catacaustica, { ut G, N, T, / ita G, K, H. } erit adeoque uti est $KG = \frac{NG \times GF}{4NG - GF}$ ita erit $NG = \frac{KG \times GH}{4KG - GH}$. Sed ob circulum, sem-

1706. April. per GF = GH. Itaque si pro GH ponas GF ambæ æquationes coincident.

Quod transitum Ellipseos in Circulum attinet, bene habet quod res succedit, nec redire oportet eandem curvam. Itaque saltem hoc modo, ope Circuli, cuivis lineæ in se redeunti aliam lineam TA. XVIII æqualem commode exhibere possumus, focis (*Fig.* 103.) B & N coeuntibus in C. Totum negotium de motu repente aut radente, Tuo attento examini committo.

Dnum VARIGNONIUM periculose decubuisse mihi *Parisiis* scribitur; nunc paulatim convalescere. Litem vero inter SAURINUM & ROLLIUM decisam aiunt utcunque, sed ita, quantum ex iis quæ BERNARDUS menstruis suis litterariis inseruit, apparet, ut circa summam rei nihil actum videatur. BERNARDUS enim hæc tanquam *Parisiis* scripta refert: *Monsieur* SAURIN *a été renvoyé à son bon cœur, & Monsieur* ROLLE *admonesté de dire les choses avec ménagement* (1). Quæ fateor me non satis intelligere. *Abbatem* GALLOSIUM pro ROLLIO omni conatu egisse aiunt, & SAURINUM, quod pendente lite nescio quid imprimi curasset, indignationem BIGNONII & periculum pensionis incurrisse. Ipsum GALLOSIUM & LA HIRIUM, indulgente SAURINO, inter judices sedisse aiunt, vel, si mavis, judicis assessores, quorum consilio BIGNONIUS pronuntiaret. Sed hi duo manifeste pro adversario stabant. Itaque BIGNONIUM arbitror rem utcunque sopire maluisse.

Mira sunt quæ de LA HIRIO narras, Cycloïdalem Curvaturam radii in medio difformi, paralogismis in speciem demonstrationum adornatis, in ipsis *Academiæ Commentariis* confirmare voluisse: credo, ut Calculo differentiali carere posse crederetur. Fortasse, ut apud GREGORIUM, duo paralogismi se mutuo destruentes in veritatem desierunt. Tomus ille nondum ad me pervenit. Admoneri talium BIGNONIUM *Abbatem* e re profecto Academiæ & Reipublicæ Litterariæ esset.

Domini HERMANNI negotium Patavinum putabam non male procedere. Nam scripsit ad me *Dominicus* GUGLIELMINUS

(1) *Nouv. de la Repub. des Lettres* 1706. *Janv. p.* 120.

NUS V. Cl. se sententiam rogatum, Viro merito favere; ipse Dnus. HERMANNUS visus est in nuperis de successu non male sentire. 1706. April.

BERNARDUS in *Batavis* suis Menstruis nuper (1) habuit aliqua, quibus pro merito memoria Domini *Fratris* Tui laudatur; quædam tamen insperguntur, quæ Tibi profecto non probabuntur. Nempe; *que quelques foibles lumieres m'étant échapées de mon invention du calcul des differences, vous & Monsieur votre Frere aviez pris la résolution de m'en enlever l'invention, & que vous y aviez enfin reüssi.* Sed neque propositum vestrum, quod sciam, fuit (quod utique justum non fuisset) mihi adimere, vobisque tribuere laudem Calculi hujus inventi, cujus Elementa atque etiam specimina nonnulla jam in *Actis* erant proposita. Illud verissimum est, vos, vestro marte, applicationem ad difficilius Problema, nempe Catenarium, me tamen præmonente de successu, reperisse, & inde, aditu aperto, ad laudem famamque inventi non minus contulisse quam me ipsum, me certe applaudente atque gaudente. Quis talia BERNARDO suppeditarit satis exputare non possum.

Aiunt Dnum *Marchionem* HOSPITALIUM, in posthumo Opere *de Sectionibus Conicis*, & constructionibus per loca, omnia quæ in hoc genere hactenus publicata sunt obumbrare. Quæstio tamen an materiam perfecerit. Sane si loca plana & Solida Veterum spectes a PAPPO enumerata, velles perspicere principium, quo Veteribus ita venere in mentem. Nam FERMATIUS, & alii, & novissime VIVIANUS, qui loca illa Veterum explicuerunt & demonstrarunt, veritatem quidem comprobarunt, sed principium inventionis non dedere. Quod superest, Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 15. Aprilis 1706. Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

EPIS.

(1) 1706. Fevr. pag. 212.

EPISTOLA CLXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ſuis occupationibus. De motu radente errorem ſuum agnoſcit. De lite SAURINUM *inter &* ROLLIUM. *De* LAHIRIO *ejuſque Tabulis Aſtronomicis. De* FLAMSTEDIO. *De* VERZALIA, *&* GRANDIO. *Varia.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1706. Jul. MULTA incidere, quibus valde diſtractus ſum. Res *Anglicæ* inprimis; cum & expectaretur Legatio nova extraordinaria, & poſtea præſens me quoque non perfunctorie occuparet. Supervenit & Rex *Boruſſorum*, cujus Filio deſponſa eſt Filia Electoris; iſque intra paucas ſeptimanas cum Filio huc redibit, ad nuptiarum apparatum. Sed ordinarii quoque labores mei & cogitationes de multis antiquis collectaneis meditationibuſque conſervandis, ne quid de Litteris amicorum & converſatione, Aulaque dicam, ita ſæpe dividunt, ut non ſemper mihi aliiſque ſatisfacere poſſim.

Pergrata ſunt quæ de cautionibus Solutionis meæ mones, peteremque ut ipſam aliquando Analyſin communicares, niſi moleſtus eſſe vererer.

Vereor ne jure quædam in mea motus radentis explicatione deſideres; cum enim nuper tandem nonnihil animum adverterem, ſtatim deprehendere mihi videbar, curva aliam curvam mere radente omnino mutari paralleliſmum rectarum, & niſi fallor, punc-
TA. XVIII tum (*Fig.* 104.) quodvis determinatum rectæ AB ad ambas BB, & CBD normalis in mobilis curvæ CBD plano ductæ & cum eo procedentis, deſcribere lineam AA Baſi BB æquidiſtantem. De
TA. XVIII linea autem (*Fig.* 105.) LL, quæ a puncto certo L plani mobilis LMN deſcribitur cum Curva LNM in hoc plano poſita, ſuper baſi immota BB ita incedit, ut recta quævis ejus Plani,

ut

ut LM, ſibi maneat Parallela, quem motum, ni fallor, repen- 1706.
tem vocas; viſus mihi ſum reperire hanc lineam 1 L 2 L ita deſ- Jul.
criptam æquari aggregato ex 1 B 2 B arcu percurſo baſis, & 1 N 1 B, & arcu percurſo curvæ mobilis & omnes a diverſis punctis deſcriptæ æquabuntur. Hæc meditanti breviter occurrerunt, dum ad diſtinctas delineationes venire non vacat, itaque malo Tuo examini rem ſubmittere, quam diutius reſponſionem differre; neque omittam aliquando rem retractare in *Actis*.

SAURINUM in GALLOSII & LA HIRII arbitrium conſenſiſſe arbitror, quod *Abbatis* BIGNONII voluntatem intellexiſſet. Hic enim Judex ſibi cæteros, velut conſiliarios, adhibuit. Si vera ſunt quæ referuntur, Judicium magis morale quam mathematicum fuit. Putaveram LA HIRIUM id quod a Te circa Cycloïdem per curvaturas radii prodeuntem inventum erat, demonſtrare voluiſſe. Ita fortaſſe ipſi res melius ſucceſſiſſet: aliena enim inventa non ſemel ſuis demonſtrationibus dedit; quamvis neſciam an ſemper rectis. Sed cum aliquid per ſe aſſequi voluit ſuper Analyſeos propriæ captum, non miror ſi longiſſime a Janua aberrarit: Speroque Dnum. HERMANNUM non tantum veram Solutionem ad *Acta* miſiſſe, ſed etiam de falſa admonuiſſe, ut LA HIRIUS errorem ſuum agnoſcat (1).

Quoniam LIEUTAUDIUS Pariſini Calendarii annuus Calculator rem non bene aſſecutus eſt, fortaſſe nec Tabulæ *Hirianæ* adeo exactæ ſunt quam creduntur; eas enim ſecutum puto. Nullas vult admittere hypotheſes HIRIUS, & ex ſolis Obſervationibus conſtrui Tabulas; ſed ego putarem ſimul cogitandum de hypotheſibus perficiendis, ope obſervationum. Puto eum in Tabulis condendis tantum continuaſſe quæ a multis annis in Pariſino Obſervatorio notata ſunt: ſed hæc methodus, etſi utilis, non-niſi in paucos annos prodeſſe poteſt.

FLAMTEDIUS, homo paulo moroſior, NEWTONO obſervationes ſuas negaverat, tunc cum is de perficienda Lunæ Theoria cogitaret: ſi noviſſem, ſuppeditaſſem *Kirchianas* etiam dili-

(1) *Diſquiſitio Dioptrica de curvatura radiorum viſivorum Atmoſphæram ſtringentium &c. Aut.* J. HERMMANNO *Act. Erud.* 1706. Jun. p. 256.

1706. Jul. genter factas, & a multis annis. Nunc FLAMSTEDIUS, ſumtibus Amiralii *Angliæ* ſuas triginta annorum obſervationes edet. Sed NEWTONUS negat ſibi animum eſſe redeundi ad hos labores. Cum Eclipſis (1) in ſummo eſſet, Venus etiam in his oris paſſim viſa eſt (2), tametſi Eclipſis totalis non eſſet. Certe *Berolini* conſpectam ad me relatum eſt.

Facile judicabam Tibi non probari, quæ BERNARDUS, neſcio unde accepta, Diario ſuo de Calculo noſtro inſeruit, itaque hominem admonebo ut corrigat. Non conſtat mihi de *Joſepho* VERZALIA *Bononienſi*, ejuſdem Analyſeos non experto. Alius quidam ex *Italia* Monachus Benedictinus (3), (ſi bene memini) *Guido* GRANDIUS nomine, aliquando ad me ſcripſit de eodem argumento, & Libellum a ſe editum (4) miſit, ubi quædam noſtra aſſecutus non male videbatur; nihil tamen dederat quod non ex illis prompte flueret. Si qua ex *Gallia* intelligis ad rem litterariam ſpectantia communica quæſo. MOIVRÆI ad me Litteras attulit aliquis qui cum Legato nuper huc venit. Nuntiat HALLÆUM edere libellum APOLLONII ex Arabico verſum *de Sectione rationis*, ſimulque partem jam publicam mittit. A Dno HERMANNO diu eſt quod nihil accepi; ſpero omnia jam confecta. Gaudeo eſſe Tibi, ex alio licet Fratre, Nepotem (5), quem Fraternarum laudum heredem ſperare fas ſit. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 15. Julii 1706.

Deditiſſimus G. G. LEIBNITIUS.

EPIS.

(1) *Solis, quæ totalis obſervata in multis Europæ locis* a. d. 12 Maii 1706.
(2) *Vid. Epiſt præced.*
(3) *Imo Camaldulenſis.*
(4) *Geometrica Demonſtratio Theorematum Hugenianorum, circa Logiſticam &c. Auctore D.* Guidone GRANDI &c. Florent. 1701. 4°.
(5) Nicolaum BERNOULLI Nicolai *Filium.*

Fig. 102.

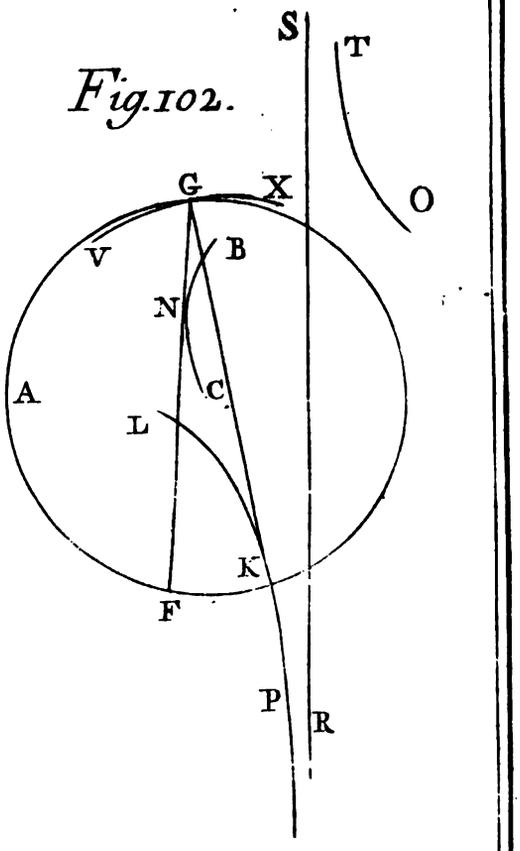
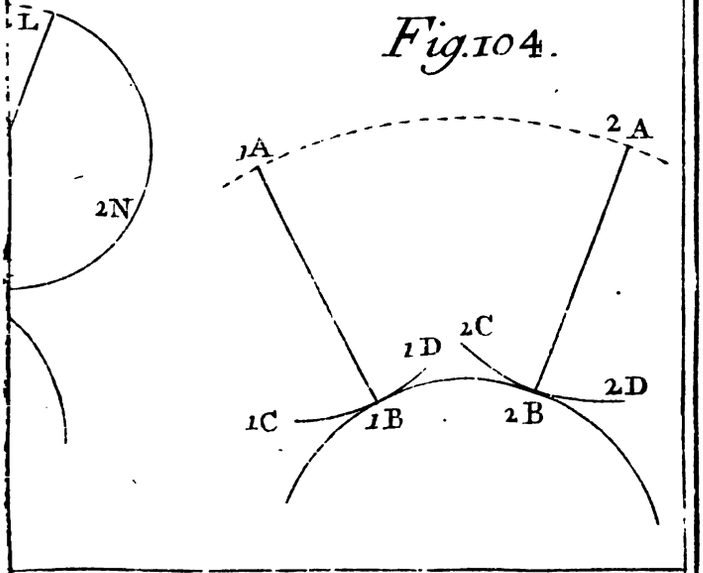


Fig. 104.



EPISTOLA CLXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Mittit Annotationem in BERNARDI *Novellas Reip. litt. de inventione Calculi differentialis.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

LITTERAS meas acceperis, quibus quædam notavi de lineis, motu, quem repentem vocas, deſcriptis, de quibus judicium Tuum expecto. 1706? Auguſti

Nunc mitto Tibi quæ Dno BERNARDO *Novellarum Litterariarum* Autori deſtino, ubi prius a Te approbata fuerint (1). Si quid eſt quod monere velis, facies ut mature intelligam. Non optima fide contexta fuit narratio, quam BERNARDUS Collectionibus ſuis inſeruit, nec mihi tantum, ſed & Tibi parum æqua videtur; cum non attingatur, quod veriſſimum eſt, Te ante Dnum. Fratrem in difficilis Problematis Catenarii interiora penetraſſe, eumque hac in re non parum Tibi debuiſſe. Id ego non plane diſſimulandum putavi, ut cuique ſuum tribuatur. Interea me ad priores refero. Vale & me ama.

Dabam *Hanoverae* 20. Auguſti 1706.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Ea habentur in* Novel. Reip. litter. 1706. Nov. Act. 3. p. 121.

EPISTOLA CLXIV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio, ad penultimam.

Demonſtratio Theorematis Catoptrici. De limitanda Solutione Probl. transformationis Curvarum; ope Speculi Sphærici. Varia.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1706. Septem. NUPER redux ex Thermis reſponſionem jam paro ad poſtremas Tuas 15 Julii datas. Gaudeo Te tandem animadvertere paroroma tuum circa motum radentem; videtur ortum habere ex eo quod motum illum cum motu meo repente quodammodo confuderis. Veriſſima nunc ſunt, quæ de hoc altero motu aſſeris, ſed ipſiſſima etiam, quæ jam in *Actis* Auguſti ſuperioris (1) a me fuſe ſunt explicata, quæque fundamentum faciunt Solutionum mearum Problematis de curvarum transformatione: cujus rei vero memoriam Tibi elapſam eſſe facile ſuſpicor.

Analyſin quam deſideras, pro determinandis cautionibus ſolutionis Tuæ ejuſdem Problematis communicare non detrecto. Primo qui invenerim Theorema illud, quod Tibi non diſplicuit
TA. XIX. pro longitudine radii reflexi, ita habe. Eſto (*Fig.* 106.) curva quæcunque VGX, radius incidens NG, reflexus GK, puncta corradiantia N & K: Jam concipe in puncto G, circulum oſculatorem, GFH, radios illos, ſi opus productos, ſecantem in F & H: Concipe etiam duos alios radios quam proximos, incidentem Ng, & reflexum gK, occurrentes circulo in f & h. His ita poſitis, habebis arcus æquales GF, GH, ut & gf, gh, adeoque arc. GF. — arc. gf, hoc eſt, Gg — Ff = arc. GH — arc. gh,

(1) *Motus reptorius*, &c. Act. Erud. 1705. Aug. p. 347. vel Opp. Tom. I. N°. LXXIV. pag. 408.

gh, hoc est Hh — Gg : unde sequitur Hh + Ff = 2 Gg. 1706.
Porro ob similitudinem triangulorum NgG, NFf, ut & KGg, Septemb.
KhH; habes GN : Nf (NF) = Gg : Ff (= Gg × NF : GN);
deinde etiam GK : Kh (KH) = Gg : Hh (= Gg × KH :
GK;] quoniam itaque summa Elementorum Hh + Ff = Ele-
mento Gg bis sumto, erit, substitutis valoribus inventis, Gg ×
KH : GK + Gg × NF : GN = 2 Gg : unde, elemento Gg
utrobique per divisionem destructo, emergit æquatio in terminis
finitis seu ordinariis KH × GN + NF × GK = 2 GN × GK, quæ,
quia KH = GF — GK, & NF = GF — GN, mutatur in
hanc GF × GN = 4 GN × GK — GF × GK; adeoque GK =
$\frac{GN \times GF}{4GN - GF}$, quod ipsum est Theorema, quod Tibi perscripse-
ram, ob simplicitatem expressionis non parum utile futurum in
Catopticis ad Catacausticas sine magno labore inveniendas: cum
alias formula ordinaria exprimens radium reflexum, ope radii cir-
culi osculatoris, multo magis sit composita, quippe in cujus ter-
minis reperies solida & plana, si non ulteriores dimensiones;
quando nostra continet dumtaxat planum & lineas. Alii præterea
mihi sunt modi non minus elegantes, ad prædictam nostram for-
mulam perveniendi, quorum unus petitur ex hac jam nota pro-
prietate, quod summa angulorum binis radiis incidentibus pro-
ximis, binisque item reflexis contentorum æquatur suo respective
angulo ad centrum circuli osculatoris bis sumto, scilicet NK =
2 D, hoc est, quod tres anguli N, D, K, sunt Arithmetice con-
tinue proportionales. Ex quo, vel in transitu, concludere potes,
radium reflexum GK pro diversitate horum angulorum tribus mo-
dis variare posse : angulus enim N, aut minor est bis angulo D,
quo casu GK erit finita & affirmans, id est, versus concavam
Speculi partem sumenda; aut N æqualis est 2 D, & tum GK
abit in infinitum; aut N major est quam 2 D, id quod reddit
GK finitam, sed negativam, hoc est, sumendam versus conve-
xam Speculi partem. Ex hisce tribus casibus, primus tantum est,
quem admittit Solutio Tua, quam reliqui duo inutilem & irri-

1706. Septem. tam reddunt, ob rationem quam ex præcedentibus meis Litteris nosti.

Ut vero hanc cautionem quo pacto distincte determinaverim, nunc porro, quoniam petis, edoceam; consideres velim meam formulam $GK = GN \times GF : (4GN - GF)$ patebit utique oportere $4GN$ majorem esse quam GF, si velimus ut GK fiat affirmans & finita; alioquin certe aut negans, aut infinita evaderet: unde jam constat Speculum Sphæricum, ut pro transformatione curvæ alicujus in se redeuntis utiliter adhiberi queat, tantæ magnitudinis esse debere, ut ex quocunque curvæ datæ puncto N ducatur tangens, utrimque terminata in G & F; pars ejus NG, quæ pro radio incidente sumitur, semper major sit quam $\frac{1}{4}GF$: secus enim curvam datam in se redeuntem in aliam, quæ duas habebit partes in infinitum protensas mutares, quod absonum esset. Ex his sequitur, Speculum Sphæricum tantæ magnitudinis esse debere respectu Curvæ transformandæ, ut minime ex omnibus rationibus, quam habere possunt GN ad GF, tamen adhuc major sit quam subquadrupla: cui conditioni ut satisfiat, considero primo radium circuli Specularis tanquam datum, & postea quæro generalem expressionem pro $\frac{GN}{GF}$, quæ more Solito differentiata, & nihilo adæquata, dabit casum pro $\frac{GN}{GF}$ minima: hanc deinde porro æquando cum $\frac{1}{4}$ obtinebis æquationem, ex qua elicies valorem radii circuli specularis pro limite quæsito, citra quem radium illum diminuere non licet, sed ultra quem auctus, multum parumve, semper utiliter adhiberi potest. Sit (*Fig.* 107.) curva data transformanda exempli gratia, circulus CNB, transiens per centrum *c* Circuli Specularis AGD cujus diameter ACD transeat per centrum O circuli minoris, ex cujus puncto quovis indeterminato N ducta concipiatur tangens FG, & utrimque producta ad majoris circuli peripheriam. Si nunc ex centro C demissa perpendicularis CL ad tangentem FG vocetur x; radius CD, a; & radius OC: r; repe-

ti

rietur $\frac{GN}{GF} = \frac{1}{2} - \frac{r}{2}\sqrt{\frac{2rx - xx}{aa - xx}}$; ut igitur $\frac{GN}{GF}$ evadat mini- 1706. Septem.
ma, inventa hæc quantitas, vel ejus loco tantum $(2rx - xx) : (aa - xx)$, differentietur, neglecto ſcilicet, quod conſtans eſt, $\frac{1}{2}$, ut & ſigno radicali, res enim eodem recidit; invenieturque $x = (aa \pm a\sqrt{(aa - 4rr)}) : 2r$, & ideo in hoc caſu $\frac{GN}{GF} = \frac{r}{2} - \frac{r}{2}\sqrt{\frac{-a^4 + 4a^2r^2 (\mp a^3 \pm 2ar^2)\sqrt{(a^2 - 4r^2)}}{-a^4 + 4a^2r^2 \mp a^3\sqrt{(a^2 - 4r^2)}}}$.
hoc ſi æquetur ipſi $\frac{r}{4}$, prodibit $a = \frac{r}{4}r\sqrt{3}$ = lateri trianguli æquilateri cujus altitudo eſt CB: eo igitur latere, tanquam radio, deſcriptus circulus eſt ultimus eorum omnium qui inutiles ſunt, quilibet quippe circulus eo minor, vel ei æqualis, reddit catacauſticam circuli CNB infinitam, & aſymptoticam, per conſequens inutilem: quilibet vero circulus, eodem illo termino major, dabit circulo dato CNB æqualem catacauſticam finitam, & clauſam, talem qualis in Problemate poſtulatur *Q. E. F.*

Hæc non nihil fuſius, quam par eſt, explicata dedi; quod non feciſſem, niſi Tu ita deſideraſſes. Nunc ad reliqua Litterarum Tuarum Capita pergo. LA HIRII errorem, circa curvaturam radii, optime refutatum a Dno. HERMANNO, cum hujus vera ſolutione ſubſtituta, non dubito Tibi nunc viſum, ut-pote jam ab aliquo tempore in *Actis* (1) editum. . . . . Et ego quoque accepi nuper litteras a MOIVRÆO, una cum incluſis litteris Halleæ: nuntiant mihi Te ad me miſiſſe faſciculum aliquem continentem APPOLLONII *Pergæi* libellum *de ſectione rationis*, ab HALLÆO editum; tum etiam NEWTONI Tractatus *de Coloribus* Latinam verſionem, ut & tandem CHEYNÆI Reſponſionem ad MOYVRÆI libellum. Faſciculus autem iſte ad me nondum pervenit. *Quidnis* GRANDII nomen in *Actis* jam aliquoties occurrit . . . . .

Accepi binas Diſſertationes WOLFII, quas ipſemet Author mihi miſit, cum Epiſtola humanitate plena. . . . . Ante paucos dies Litteras accepi a VARIGNONIO; ex quibus eum reducem intellexi ex Thermis, ſummo cum fructu melioris valetudinis.

(1) 1706 *Jun. p.* 256.

dinis. Significat mihi, HAMELIUM Secretarium in Academia Scientiarum Regia diem ſuum obiiſſe; eique ſucceſſiſſe aliquem nomine D'ALEMBE, Mechanicum; atque hunc receptum eſſe inter veteranos, qui novam conſtituunt Academicorum ſupernumerariorum claſſem, & qui non ita ſtricte tenentur intereſſe congregationibus . . . . . Vale & Fave.

Baſileæ 11 7bris. 1706.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Reſponſio ad præcedentem.

De transformatione Curvarum & motu reptorio. De Calculo Integrali, ejuſque inventione. De Curvarum apicibus.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1706. Octob. GRATIAS ago, quod labore me ſublevaſti inquirendi in meæ conſtructionis limites, per quam datæ curvæ quotlibet æquales exhibere doceo. Cum alia peragenda magis magiſque urgeant, fit ut talia vix poſſim tractare, qua vellem attentione. Nuper cum Epiſtola Tua excitatus conſiderarem motum repentem, contentus fui primariam eruiſſe proprietatem dimenſionis. Tua autem tunc ad manum non erant. Quod ſi in Schediaſmate ad *Acta* olim miſſo, hinc clare duxiſti Tuam conſtructionem arcus dato æqualis, bene habet. Sin minus cogar eam a Te petere.

petere. Et optarem aliquod exhiberi exemplum, velut pro curva elliptica. . . . . 1706. Octobr.

Quem Integralem Calculum appellas, ego Summatorium dicere Solitus ſum, & Integralem appellabam eum, qui docet Problemata Arithmetica in integris ſolvere, quando id fieri poteſt. Semper autem oppoſui differentias & ſummas, d & s, ita ut $s\,dx$ ſit x, & $ds\,x\,dx$ ſit $x\,dx$. Ita s & d conjuncta ſe mutuo tollunt. Imo ſummæ me differentialis Calculi admonuere, eaque Methodi meæ clavis fuit; cum in ſeriebus numericis hanc reciprocationem deprehendiſſem, eaque arte ſummaſſem multas ſeries antea non ſummatas. Re igitur ad lineas ſeu ſeries inaſſignabiliter differentes traducta; animadverti tangentes reſpondere differentiis, quadraturas ſummis, & quod in numericis feceram, multo magis in Geometricis faciebam, ut de variis regrediendi ſeu ſummandi artibus cogitarem; Non ſine multiplici jam tum ſucceſſu, ut ſpecimina etiam comprobarunt. Et quod de rationalibus Quadraturis nuper edidi, jam tum habui; reductione enim fractionum compoſitarum ad ſimplices pro ſeriebus numericis inventa, pronum fuit idem adhibere figurarum quadraturis. Eaque omnia jam triginta annorum ætatem habent.

Si qua in ſummando vel integrando artificia detexiſti, quæ me fugerint, gratus agnoſcam pro eo candore quem ſemper oſtendi.

Apollonianum Fragmentum ab HALLEIO Editum nondum accepi totum. . . . . .

Quidam nuper ad me ſcripſit, noſtram Methodum maximæ & minimæ non pertinere ad caſum talem. Sit (*Fig* 108. & 109.) Curva ABCD, quæ a C reflectatur, ſitque CE portionum tangens communis. Hinc ille non putabat hic locum habere, ut BF exiſtente y, quæratur GC, ubi $dy = 0$. Reſpondi etiam hoc locum habiturum, ſi concipias curvam, quaſi ſaccum regreſſu faciat, qui in hoc caſu evaneſcat in punctum. Vale. TA. XIX.

Dabam *Hanoverae* 3 Octobr. 1706.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CLXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

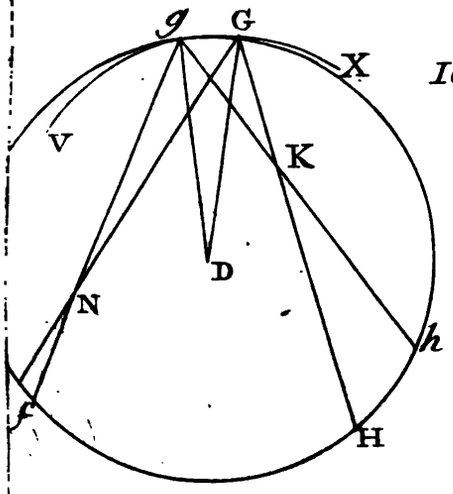
De ſua valetudine infirma. De Ellipſi in curvam multigibbam transformanda per motum reptorium. De Elliptica peripheria ad Circularem reducenda per approximationem celerrimam. De curvarum apicibus. De ROLLIO & DUTALIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1707. Jan. NON eſt quod gratias agas pro tenui labore, quo Te ſublevavi, inquirendi in Tuæ conſtructionis limites, per quam datæ curvæ quotlibet æquales exhibere doces: certe enim fuit labor tenuis; mihi tamen, qui dubia ſemper valetudine utor, ſatis moleſtus, ut neſciam an aliena Tua negotia Te magis quam corporis mei infirmitas me excuſet, quominus talia pertractem debita attentione. Id ſaltem rogare Te auſim, ut ne imponas mihi in poſterum aliquid oneris, ad quod ubi reſponſionem dedero, quantum per vires licuit, eam tamen poſtea attente perlegere & examinare vix Tibi vacet. Cui enim bono ut impleam litteras longis calculis [hoc præſertim valetudinis meæ ſtatu] quas ſi Tu non legis, nemo mortalium unquam leget. Poſſum ſubinde colligere, ignoſces candide loquenti, ex iis quæ a me petis, quod litteras meas olim ad Te datas, vel plane non, vel admodum perfunctorie legeris, vel ſaltem lectarum facile nimis obliviſcaris: nam quandoque petis quæ jam dudum dedi. Petis, Exempli gratia, conſtructionem meam arcus dato æqualis, ex Schediaſmate meo ad *Acta* olim miſſo ductam; quam tamen, ex iis omnibus quæ Tecum, per aliquot annos, circa hanc materiam communicavi, jam perſpectiſſimam eſſe nullus dubitavi.

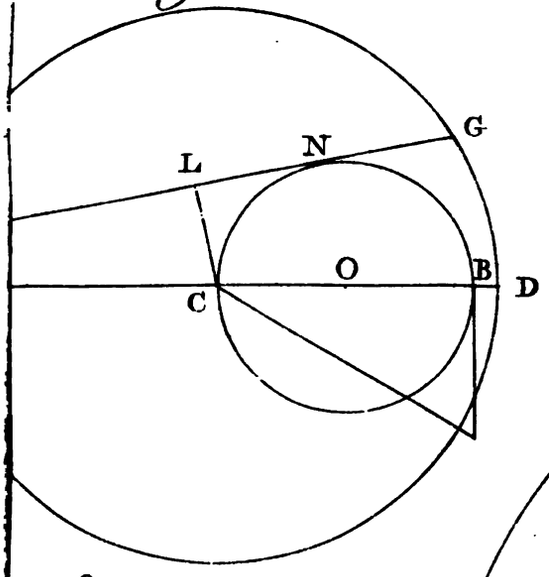
Sed

Epist. 164-165. Tom. II. pag. 162.



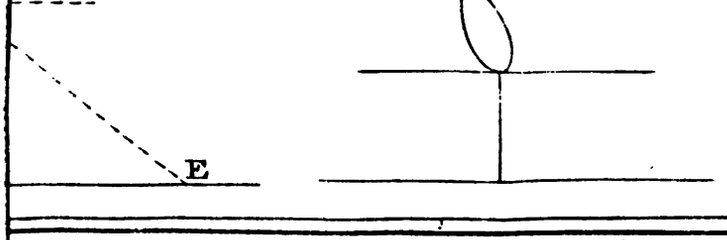
106.

Fig. 107.



108.

Fig. 109.



Sed quomodo eam nunc clarius exhiberem quam in *Actis* habetur? Impende, quæso, ſemiquadrantem horæ, ubi vacaverit, lectioni attentæ illius Schediaſmatis: extat in *Menſe Aug.* 1705. forte nec temporis, nec operæ pœnitebit. HERMANNUS noſter legit & examinavit illud ſerio, lectumque impenſe probavit & laudavit. 1707. Jan.

Ut tamen Tibi morem geram petenti, exemplum pro Curva Elliptica in aliam æqualem tranſmutanda dabo. Sit (*Fig.* 110.) Ellipſis data ABDE, cujus axes conjugati AD & BE: Fac igitur aliam Ellipſin datæ æqualem NPMQ; tangantque primo duæ illæ Ellipſes ſe mutuo in verticibus conjugatis A & P; ita nempe, ut in directum cadat axis major AD cum minore PQ. Hoc in poſitu repere facias PMQN, hoc eſt, moveas eam motu parallelo ſuper immobili ABDE, ſervato interim ſemper contactu mutuo Ellipſium, quo fiet ut Ellipſis PMQN transferatur poſt primum circumlationis quadrantem in ſitum P1 M1 Q1 N1, poſt ſecundum in P2 M2 Q2 N2, poſt tertium P3 M3 Q3 N3, & poſt quartum redeat in primum PMQN; atque interim vertices quatuor A, B, D, E, ſucceſſive excipiant ſuos reſpective conjugatos P, N, Q, M. Hoc motu, punctum quodvis in plano curvæ repentis, exempli gratia, centrum O deſcribit curvam OGO1 HO2 JO3 KO, quæ, ſecundum ea quæ demonſtravi in *Actis*, erit dupla curvæ Ellipticæ ABDE, adeoque illius dimidia OGO1 HO2 erit æqualis propoſitæ curvæ Ellipticæ. Quod ſi magis deſideres, ut integra deſcripta Ellipſi datæ ſit æqualis; oportet prius aſſumere loco Ellipſis datæ aliam Ellipſin ſimilem, habentem axes conjugatos datorum dimidios: Ita enim ambæ Ellipſes ABDE & PMQN ſimul ſumtæ æquant propoſitam, huicque adeo æqualis erit integra curva deſcripta GHIK. Habes ergo (ut deſideraſti) conſtructionem per motum continuum. certe non minus geometricam quam ea eſt, qua per motum circini deſcribitur circulus. Forte tamen ei non acquieſces, ſed petes æquationem algebraïcam pro determinanda natura Curvæ, ejuſque punctis inveniendis; Talem exhibere æquatio- TA. XIX.

1707. Jan. nem, si intelligis per *constructionem dare*, etiam in hoc me obsequentem habebis.

Sit igitur semiaxis major $AC = a$, semiaxis $BC = b$, Abscissa indeterminata in Ellipsi $CR = x$, adeoque applicata in eadem $RS = \frac{b}{a}\sqrt{(aa - xx)} =$ (brevitatis gratia $by : a$; ex his fiant ordinatæ CT, TF hac conditione, ut abscissa CT sit $= x + b^3 x : \sqrt{(a^4 y^2 + b^4 x^2)}$, & ordinatæ $TF = by : a + a^3 y : \sqrt{(a^4 y^2 + b^4 x^2)}$. Dico Curvam hoc modo determinatam fore quæsitam, nempe illam ipsam quæ per motum repentem puncti O fuit delineata. Notes hic obiter puncta F & S ita sibi respondere, ut ubi O processit in F mutuus Ellipsium contactus tunc semper celebretur in S; quæ omnia demonstratu sunt facilia.

Sed ad aliud nunc progredior, quod moneri alicujus operæ pretium duco, quanquam alias, ut videtur, haud adeo magni meum inventum æstimaveris. Idque hoc est, quod hæc mea Methodus transformandi curvas simul doceat lineas Ellipticas, cæterasque Ellipticarum formam habentes, imo omnes curvas comprehendere intra limites pro arbitrio coarctandos duorum circulorum, quorum unus majorem, alter minorem circumferentiam habeat, quam data curva Elliptica; quod quantum usum habere possit in praxi ipse perpendas; licet tale quid nemo hucusque præstiterit; nemo enim huc-usque, sine serie, in terminis finitis & geometrice reduxit, exempli gratia, Ellipsin ordinariam intra duas circumferentias circulares, quæ vel tantum centesima, nedum millesima, vel minori adhuc sui parte, altera alteram excedat; hoc tamen est quod mea Methodus feliciter exequitur, en qua ratione.

Vides curvam rependo descriptam, quæ Ellipsi æqualis, habere quatuor sua puncta Cardinalia O, O 1, O 2, O 3, æqualiter distantia à centro C; sed & demonstrare possum inter 4 ista puncta, dari 4 alia exacte intermedia G, H, I, K, itidem æqualiter distantia a centro C; sed hoc discrimine, quod illorum intervalla a centro C sint minima, horum vero maxima; id quod

curvæ

curvæ noſtræ peculiarem hanc formam conciliat, ut nempe habeat quatuor gibbos valde quidem obtuſos in G, H, I, K, alternatim protuberantes inter quatuor puncta Cardinalia O, O 1, O 2, O 3, ubi curva quatuor veluti compreſſiones patitur; unde clarum eſt circulos duos ex centro C, & radiis CO, CG, deſcriptos, tangere curvam in quatuor punctis, & unum quidem interne in O, O, O 2, O 3, & alterum externe in G, H, I, K; adeoque illum tanquam circumſcriptum eadem eſſe majorem. Eſt autem radius inſcripti CO = CA + CB = $a+b$, & radium circumſcripti CG invenio = AB $\sqrt{2}$ = $\sqrt{(2aa+2bb)}$. Hinc ergo concludo curvam noſtram OGO 1, HO 2 JO 3 KO, hoc eſt, Ellipſin, cujus axes conjugati ſunt $4a$ & $4b$, nempe duplo majores quam AD & BE, eſſe majorem quam ambitus Circuli cujus radius $a+b$, ſed minorem quam alium, cujus radius $\sqrt{(2aa+2bb)}$. Sumamus exemplum hujus adjectæ figuræ, ubi tali Ellipſi ſum uſus, in qua ſemiaxes conjugati AC & BC, ſunt ut 5 & 4, unde radius circuli minoris erit 9 vel $\sqrt{81}$, & radius circuli majoris erit $\sqrt{82}$; affero igitur longitudinem Ellipſis, cujus ſemiaxes conjugati habent partes 10 & 8, eſſe inter duas circumferentias circulares radiorum $\sqrt{81}$ & $\sqrt{82}$, qui numeri ſibi propius accedunt quam hi rationales 9 & $9\frac{1}{18}$, hoc eſt, quam 162 & 163, ideoque minor a majori minus differt quam centeſima ſexageſima ſecunda ſui parte. Hac occaſione memini me legere apud nonnullos Practicos, quod pro comparandis perimetris Ellipſium cum circularibus, jubeant deſcribere circulum radio æquali medio Arithmetico inter ſemiaxes conjugatos Ellipſis propoſitæ, cui aſſerunt æqualem fore circuitum circuli ita deſcripti. Revera hic circulus, cujus circuitum haud dubie ex ſola ſenſuum æſtimatione æqualem judicant lineæ Ellipticæ, eſt ipſiſſimus minor ex limitibus a me hic aſſignatis; ſed cum illi eum non-niſi circiter æqualem æſtiment, incerti tamen utrum, rem accurate ſumendo, ſit juſto major aut minor; ego veritatem ſcientifice aſſecutus, oſtendi nonnihil juſto minorem eſſe; ſed hæc de limitibus primis. Nunc limites ſecundos, multo quam primi propinquiores, & poſtea tertios propinquiores

1706. Jan.

1707. Jan. adhuc, & ita porro invenio hac ratione :· Finge ſcilicet curvam noſtram prima operatione inventam GHIK ſe ipſam ob repere, & ita quidem ut ab initio vertex gibboſitatis G tangat verticem compreſſitatis O, hoc eſt, ut recta longiſſima GC in curva mobili cadat in directum cum recta breviſſima OC in curva immobili, plane ut factum eſt in ipſa Ellipſi, ubi ab initio vertices conjugati A & P qui ſane nihil aliud ſunt quam id quod ibi voco Vertices gibboſitatis & compreſſitatis] ſe tangunt, & maxima minimaque diſtantia ACPO, in directum ponuntur. Hoc intellecto, levi attentione adhibita percipies, ſecundo hoc motu reptitio, centrum C curvæ mobilis, vel quodvis aliud ejus plani deſcribere curvam novam *Octigibbam*, hoc eſt quæ habebit octo gibbos tantillulum prominentes alternatim, inter totidem compreſſuras, & quorum vertices octo æquabiliter a centro diſtabunt; curvamque ipſam octigibbam longitudine duplam eſſe curvæ generantis quadrigibbæ, uti hæc ipſa dupla eſt Ellipticæ, ex qua fuit generata. Attendas igitur ad mirabilem generationem harum curvarum. Ellipſis, quæ reapſe eſt curva *bigibba*, generat ſui duplam *quadrigibbam*; *quadrigibba* producit ſui duplam *octigibbam*; & hæc, ſimili motu & conditione, gignet etiam ſui duplam *ſedecigibbam*, & ita porro in infinitum. Sed quemadmodum Curva quadrigibba propius ad rotunditatem circuli accedit, quam bigibba, ſeu Ellipſis; ita quoque octigibba propius accedit ad eam quam quadrigibba, ſedecigibba propius quam octigibba, &c. adinſtar polygonorum, quæ quo plures habent angulos, eo magis circulo aſſimilantur : magno tamen diſcrimine appropinquationis nam per multiplicationem angulorum in polygonis diu multumque procedendum eſt, antequam perveniatur ad limites a *Ludolpho* VAN COLLEN conſtitutos, ſed Curvæ noſtræ multigibbæ incredibili adeo celeritate ad circulum convergunt, ut, quemadmodum ex indiciis quibuſdam mihi patet, inſtitutis quinque operationibus jam perveniatur ad limites *Ludolphinis* arctiores; reperta nempe curva tantum 64 gibborum; loco quod ARCHIMEDI opus fuerit Polygono 96 angulorum ad rationem ſuam a ad 22 diametri ad circumferentiam inveniendam, quæ tamen 7

vera

vera multum adeo adhuc abludit. Veritatem hujus aliquo modo percipies ex limitibus nunc tradendis, quos mihi ſuppeditavit curva octigibba. 1707. Jan.

Hos ut inveniam, facile colligere eſt ex dictis, neceſſe eſſe ut quæram illius Curvæ diſtantias a centro maximam & minimam: circulus enim, radio maximi intervalli deſcriptus, tanget curvam exterius in octo punctis, & erit per conſequens longitudine major quam curva; ſed circulus, deſcriptus radio minimi intervalli, tanget curvam interius in octo punctis, adeoque longitudine minor erit quam curva. Quantum ad diſtantiam minimam, invenitur facile; eſt enim æqualis ſummæ diſtantiarum minimæ & maximæ curvæ quadrigibbæ genitricis, quod per ſe patet; ſed quod ſpectat ad diſtantiam maximam, demonſtrare poſſum quod ſit illa æqualis perpendiculari CZ bis ſumtæ, quæ demittitur ex centro C in rectam VX tangentem curvam quadrigibbam generatricem in V, quæ tangens ſupponitur facere cum CO & CG prolongatis, baſin Trianguli iſoſcelis VCX; Et quidem pari modo diſtantiæ minimæ & maximæ in ſequentibus curvis multigibbis inveniuntur: Semper enim diſtantia minima æquatur diſtantiis duabus, minimæ & maximæ ſimul ſumptis in præcedente multigibba generatrice; & diſtantia maxima æqualis eſt altitudini bis ſumtæ trianguli Iſoſcelis formati per prolongationem diſtantiarum præcedentium maximæ & minimæ, uſque ad tangentem tanquam baſin ejus trianguli. Ex hoc generali fundamento, ſi nunc lubeat eruere limites ſecundos, quos nempe ſuppeditat curva octigibba, advertendum primo eſt, cum octigibba ſit dupla quadrigibbæ, & quadrigibba dupla bigibbæ, ſeu Ellipſis; fore curbam octigibbam, longitudine quadruplam Ellipſeos; adeoque ut illa fiat æqualis Ellipſi propoſitæ, aſſumendam eſſe pro prima genitrice aliam Ellipſin ſimilem, cujus axes conjugati ſint ſubquadrupli conjugatorum propoſitæ. Sint igitur iterum, (ut ante) axes conjugati Ellipſeos propoſitæ $4a$ & $4b$, adeoque nunc $AD = a$, $ABC = b$: Inveni pro limitibus ſecundis, nempe radium circuli curvæ octigibbæ inſcripti $= (a+b-\sqrt{(2aa+2bb)}) : 2$ & radium circuli eidem circumſcripti $= \frac{1}{2}\sqrt{(2aa$

$+2$

1707. Jan. $+2bb+(aa-bb)\sqrt{2})+\frac{1}{2}\sqrt{(aa+2bb-(aa-bb)\sqrt{2})}$; vel quod tantundem est $\sqrt{(aa+bb+\frac{1}{2}\sqrt{(2a^4+12aabb+2b^4)})}$ Ut applicationem faciamus ad Exemplum noſtrum, ubi ſemiaxes conjugati Ellipſis propoſitæ ſunt partium 10 & 8, hoc eſt ubi $a=5$, & $b=4$; invenietur pro radio circuli minoris $(9+\sqrt{82}):2$, & pro radio circuli majoris $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, qui numeri ſibi magis appropinquant quam hi rationales $9\frac{8}{289}$ & $9\frac{391}{14000}$. Etenim $9\frac{8}{289}$ tantillo minor quam $(9+\sqrt{82}):2$, & $9\frac{391}{14000}$ tantillo major quam $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$. Atqui numeri $9\frac{8}{289}$, & $9\frac{391}{14000}$ paulò adhuc propius ad rationem æqualitatis accedunt, quam hi numeri integri 36562 & 36563; ergo a priori ratio inter limites inventos $(9+\sqrt{82}):2$, & $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$ magis convergit ad rationem æqualitatis, quam quæ eſt inter 36562, & 36563. Determinavi igitur hac ſecunda operatione duas circumferentias circulares, unam propoſita Ellipſi majorem, alteram eadem Ellipſi minorem, quæ tamen circumferentiæ tam parum ab æqualitate recedunt, ut in pluſquam triginta ſex millibus partium, nequidem parte unica a ſe differant. Nunc quæſo, perpende, ſi limites primos 162 & 163 excipiant ſtatim limites ſecundi, enormi adeo modo ſibi propinquiores, quid fieret ſi inſtitueremus nunc tertiam operationem, poſtea quartam, imo & quintam? Haud dubitabis, credo, de eo quod dixi, paucis iſtis operationibus poſſe, pro Ellipſibus coæquandis perimetris circulorum, perveniri ad limites anguſtiores, quam quos *Ludolphus* operationibus multis concatenatis invenit pro ipſo circulo rectificando. Fateor equidem ulteriores operationes noſtras nonnihil difficiles eſſe, & longas evadere propter complicationem ſignorum radicalium, quæ in expreſſionibus limitum magis magiſque coacervantur. Sed qui hiſce delectatur operæ pretium faceret, ſi inquireret num qua certa lege limites progrediantur; quo caſu, ſine calculo, pro lubitu continuari poſſent: uti certe jam factum

eſt

eſt pro definiendo limite minori, quippe qui, ut ſuprà monui, ſemper eſt æqualis medio arithmetico inter limites præcedentes: modo nunc pari facilitate limes major ex præcedentibus erui poſſet, haberemus quod volumus. Interim quamvis nondum id laboris mihi dederim, ut, inſtituta tertia operatione, tertium limitem majorem definierim; poteſt tamen, conferendo tertium limitem minorem, qui tam facile invenitur, cum præcedente ſecundo majore, perveniri ad rationem magis æqualitati accedentem, quam quæ habetur ex utroque limite ſecundo. Ita in præſenti exemplo, ubi limites ſecundi ſunt $(9+\sqrt{82}):2$ & $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, quorum ratio continetur intra 36562 ad 36563, nunc habebitur pro limite minore $(9+\sqrt{82}):4+\frac{1}{2}\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, & pro majore $\sqrt{(41+\frac{1}{2}\sqrt{6562})}$: hos limites reperio contineri intra terminos hujus rationis 56717 ad 56718, quos vides nunc tantum unitate differre. Ellipſis igitur noſtra, cujus axes conjugati ſunt ut 5 ad 4, eo jam proximitatis ad perimetrum Circuli reducta eſt, ut exhiberi poſſint duæ circumferentiæ circulares, una Ellipſi major, altera eadem minor pluſquam quinquaginta ſex millibus partium, ne una quidem a quæ tamen in ſe differunt. An talia jam ab alio quopiam ante me fuerint tradita, nihil ſane vidi unquam, neque quemquam de hiſce vel ſomniaſſe tantum arbitror. Petiiſti tantum ut methodum meam transformandi curvas, quam ſine dubio inapplicabilem credideras, ad Ellipſin applicarem, quod feci; Sed dedi inſuper, ut cernis, quæ a me non expectaveras; occaſionem forte datura excitandi tuam curioſitatem, deque methodo illa mea paulo benignius quam prius ſentiendi. Poſſem hic attingere alia, quæ ea, pro fœcunditate ſua, mihi ſuppeditavit in ipſis Cyclometricis valde profutura, ſed juſtos litterarum fines jam dudum egreſſus, ad finem properare jubeor. 1707. Jan.

Ut cætera Epiſtolæ Tuæ capita breviſſime perſtringam; memini jam olim me quædam mea in ſummando vel integrando artificia Tecum communicaſſe, ut adeo non vacet ea in Adverſariis meis hinc inde diſperſa denuo recolligere & exhibere, nihil enim eſt quod magis fatidiam quam operam eamdem bis peragere;

1707. Januar. præſertim ſi nulla hinc Tibi naſcitur commoditas, niſi quod litteras meas olim ad Te datas paululum perluſtrandi labore leveris. Conceptus quem habes de curvis, ut voco, bicornibus, quod nimirum quaſi ſaccum regreſſu faciant, etiam mihi ante complures annos fuit familiaris, & de ea re multis litteris egi cum *Marchione* HOSPITALIO; cui in Exemplis quibuſdam curvarum, tam algebraïcarum quam tranſcendentium, oſtendi per calculum, in ſacculo illo ſeu puncto reverſionis (*point de rebrouſſement*) revera omnes directiones reperiri; hoc eſt quamlibet rectam per illud punctum ductam, eſſe in numero tangentium, quod conceptum iſtum meum mirifice confirmabat. Cl. HERMANNUS, cui monſtravi litteras, de rei veritate teſtari poterit.

Forte adhuc neſcis communem noſtrum Adverſarium ROLLIUM ad bonam frugem rediiſſe, & tandem veritatem agnoviſſe: Converſionem ſuam, coram VARIGNONIO, MALLEBRANCHIO, FONTENELLIO, aliiſque palam teſtatus, edixit ſe ex inſtigatione quorumdam malevolorum ſcripſiſſe contra Calculum infinite parvorum. Scire etiam convenit aliquem DU TAL, & alium POLINIERE Pariſinos, tandem didiciſſe imitari me in conficiendo meo Phoſphoro ex mercurio, & quidem ex eo ipſo cum quo HOMBERGIUS aliique Academici fruſtra laboraverant. Prior ille DU TAL etiam in mei defenſionem publice edidit aliquod Scriptum, quod vidi in Menſtruis BERNARDI, præteriti Septembri (1). Sic tandem bona cauſa ſemper triumphat. Vale & tranſige novum hunc pluresque ſecuturos annos ex animi ſententia.

Baſilea 15. Januar. 1707.

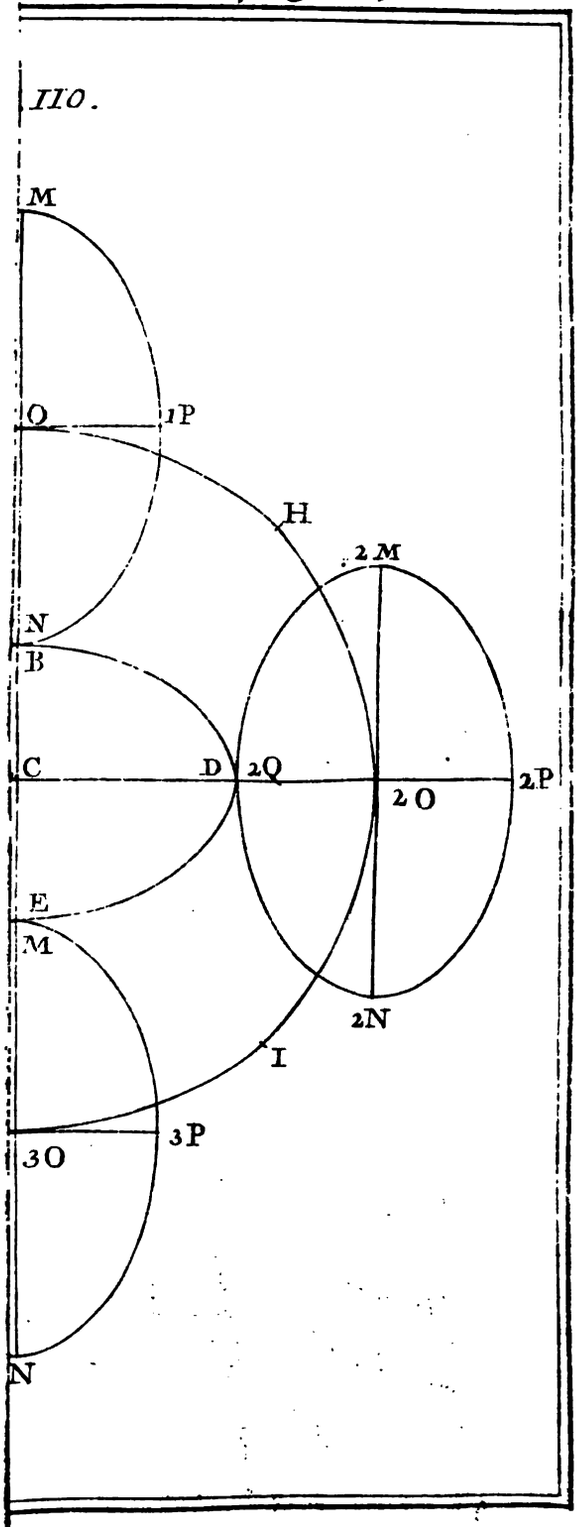
Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

EPISTO-

(1) *Art. I pag. 243.*

110.



EPISTOLA CLXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De curvis multigibbis. De ROLLIO, DU TALIO, LA HIRIO & PARENTIO. *De Circuli rectificatione per approximationem. De Miſcellaneis Berolinenſibus edendis.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

NON mediocriter turbaverunt me litteræ *Hermannianæ*, & mox Tuæ, quæ valetudine Te parum firma uti ſignificant. Itaque valde ſuadeo ut eam cures diligenter, & laboribus animi maxime abſtineas, inter quos Calculi non ſunt poſtremi. Potes ingenio prodeſſe, etſi non profis labore. Neque gravius hæc ſtudia damnum ſentire poſſent, quam a jactura Tua, quæ adhuc Fratrem Tuum deplorant. Gaudeo interim alterius Fratris Filium veſtigia veſtra premere. Hunc poteris excitare, ut juvet meditationes Tuas, hereditariamque vobis laudem in poſteros ſervet. 1707. Februar.

Nolim me Tuorum inventorum negligentem, aut parcum æſtimatorem putes, etſi præjudicio, neſcio quo, feſtinus circa repentem motum Te lapſum putarim: Quanquam Tu quoque [patere ut hanc vicem reddam] meam Problematis Tui Solutionem initio negligentius tractaveris, quæ res fecerat ut neſcio quas Tibi perplexitates fingeres, ubi nullæ erant.

Scimus, & hanc veniam petimuſque damuſque viciſſim.

Cæterum etſi pro pœnitentia injunxeris, ut Tuas *Gibbo-compreſſas* [ſic enim credo apte vocabimus] attentius legerem; legiſſe non pœnituit. Pulcherrima enim viſa profecto Tua meditatio de Circulis duobus, uno extimo altero intimo, circa curvam ad eaſdem partes cavam, adeoque uno majore altero mino-

1707. Februar. re. Ita per curvas plus ſemper multigibbas eidem æquales indefinite huic acceditur per Circuli circumferentias. Nec dubito quin poſſis hoc artificio aliquo ad ipſius applicare dimenſionem circumferentiæ, & facili negotio ſuperare *Ludolphum*.

De Sacco in curvæ cornu evaneſcente Te non minus quam me dudum cogitaſſe facile credo: monui tantum amicum; ut objectioni ſatisfacerem, quæ hic regulas noſtras maximo-minimorum locum non habere volebat.

Plus gaudii eſt in Cœlo noſtro geometrico ex uno peccatore converſo, quam ex decem juſtis: itaque ROLLIUM ad bonam frugem rediiſſe impenſe lætor. Qui vero illi malevoli inſtigatores? Binos ex illis non difficulter divinare poſſe mihi videor; ſed patiamur eos Heautontimorumenos eſſe.

DU TALIUS ille, quem memoras, Scapham Scapham appellavit, quantum ex *Bernardinis* vidi.

Aliquoties notavi ..... nonnullos ſua tantum curare, aliena negligenter ..... Nonnulli id habent, ut aliena, quantum poſſunt ſibi vindicent. Ita LA HIRIUS peſſime ROMERUM inventorem diſſimulavit; PARENTIUS in Præfatione ſuorum *Elementorum* jactat, ſe quæ VARIGNONIUS de compoſitione motuum, imo etiam quædam, quæ HUGENIUS dudum dederat, per ſe inveniſſe, ne lectis quidem eorum ſcriptis, quæ in omnium manibus verſantur. Nunc *Memorias Academicas* ſuis quibuſdam Calculis mechanicis (neſcio quam bonis) implet; jactatque ſe primum de frictionum æſtimatione cogitaſſe: Sed quantum video, ſemper in abſtractionibus ſubſiſtit; nunquam ad uſum rerum venit, quod in Mechanicis inprimis deſiderabatur.

Cogitavi inter ſcribendum, an tua per circulum appropinquandi ad curvam Ellipſeos Methodus applicari recte appropinquationi ad circumferentiam poſſit. Sit (*Fig.* III.) linea Epicycloïdalis A B C D E, deſcripta revolutione circuli cujuſdam mobilis ſuper circulo immobilis A E F. Sit B D chorda maxima in dicta Epicycloïdali, per quam abſcindetur ſegmentum B C D, huic adjungatur aliud per omnia congruum B K D, & ita formabitur linea Ellipſiformis B C D K B rectificabi-

TA. XXI.

lis

lis per viam communem. Hæc tractetur, ut Tu tractasti Ellipsin, & habebis curvas ei æquales, vel in ratione ad eam data ad circulum in infinitum accedentes, adeoque lineam rectificabilem in infinitum magis magisque admovendo ad circulum, viciſſim circumferentiam ejus magis magisque mensurationi admovebis. Supono autem Epicycloïdalem esse eam, cujus quævis puncta per Geometriam definiri possunt. Quod superest, Vale & Fave. 1707. Februar.

Dabam *Berolini* 1. Februar. 1707.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Dum hic sum, id ago ut aliqua sub approbatione Societatis Scientiarum nostræ edantur *Miscellanea*. Observationes Astronomicas habemus non contemnendas; & non paucæ, quæ factæ sunt a *Parisinis* Anno 1704, nuperque editæ, poterunt conferri cum nostris, quas edi curabo. Si quid submittere nobis voles generis cujuscunque, libenter adjicietur. Etiam quæ Dnus HERMANNUS forte dare volet, grata erunt; nam non contemnenda erunt quæ ab ipso proficiscentur, & nos undecunque submissa, quæ digna erunt publico, non negligemus. Iterum Vale.

EPISTOLA CLXVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Curvis quibuslibet ad circuli peripheriam reducendis per approximationem. De Circuli rectificatione & Quadratrice describenda. De Miscellaneis Berolinensibus.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1707. Mart. TE nunc liberatum a præjudicio illo, quo me lapsum putasti circa motum repentem, valde lætor; sed magis adhuc quod quæ hinc meditatus fui de curvis multigibbis, pro appropinquatione ad curvas Ellipticas per circulares, legisse Te non pœnituerit: nihil enim magis in votis habeo, quam ut aliquid Tua attentione dignum præstare possim. Rectissime enim cogitasti methodum istam appropinquandi per circulum ad curvam Ellipseos applicari etiam posse lineæ rectæ: sed pro hoc ideo non opus est linea Epicycloïdali, quæ pro calculo nimis esset composita; quælibet alia linea rectificabilis huic fini inservire potest, etsi Ellipseos formam non habeat: hac de causa, jam in præcedentibus meis [nam tum de hac re jam cogitaveram] scripsi methodum meam non tantum ad Ellipses sed ad omnes curvas omninò extendi. Sit enim (*Fig.* 112.) BA arcus curvæ cujuscunque, exempli gratia, parabolæ: adjungatur ad B, versus partem alteram, arcus alius priori per omnia similis, & æqualis BD, ita quidem ut in B [quanquam nec hoc absolute sit necessarium] habeant communem tangentem, hoc est, ut forment curvaturam continuam; jam duobus istis arcubus BA, BD, adaptentur duo alii prorsus similes & æquales EA, ED, ut hinc oriatur figura clausa Ellipsiformis BAED, cujus tota circumferentia æquatur

TA. XXI.

arcui

arcui BA quater ſumpto, neque obſtat quod in A & D arcus in angulos coëant, non vero, ut in B & E, abeant in curvam continuam. Jam ſi huic figuræ BAED, alia per totum congruens PNQM admoveatur, & altera alteram obrepat, ut feci in Ellipſi; deſcribet punctum O curvam quampiam quadrigibbam, quæ erit arcus BA Octupla, hæc quadrigibba poſtea mutabitur in Octigibbam, & ita porro. Fateor equidem curvas illas *multigibbas* non eſſe uniformis naturæ, ut ſunt illæ quæ generantur ex Ellipſibus; conſtant enim ex arcubus diverſis, qui tamen in continuam ubique abeunt curvitatem, & hoc jam ſufficit pro approximatione ad circulum. 1707. Mart.

Vides itaque quomodo nunc Parabolæ arcus, & quæ ab eo dependet area Hyperbolæ per circulum quantumvis prope menſurari poſſit; quod ſane hactenus nemo feliciter executus eſt. Hac enim methodo intra paucas horas pro illis arctiores limites inveniretur, quam Tibi miſi pro Ellipſibus. Interim, ut & hoc moneam, non neceſſe eſt ut arcus BA quater ſumatur, ad formandam figuram clauſam Ellipſiformem, BAED; niſi eum omnino ad integram circumferentiam reducere velimus, nam quilibet arcus ſolus cujuſvis curvæ, per obreptionem ſubcontrariam continuo repetitam in infinitum, tandem abit ſaltem in arcum circuli. Voco autem obreptionem ſubcontrariam, quando arcus aliquis ſe ipſum obrepit inverſe, hoc eſt, quando in reptionis initio extremitates appoſitæ ſe mutuo tangunt: hoc enim modo arcus propoſitus per reptionem primam mutabitur in alium ejuſdem, ut voco, amplitudinis, ſed qui conſtabit ex duobus arcubus & ſimilibus & æqualibus, qui ſi nunc porro ſubcontrarie ſe mutuo obrepant, orietur arcus, conſtans quatuor arcubus ſimilibus & æqualibus, adeoque ad rotunditatem arcus circularis magis accedens; per obreptionem tertiam ſubcontrariam, formabimus arcum habentem arcus octo ſimiles & æquales, & ſic magis & magis ad ipſum arcum circuli, ejuſdem cum præcedentibus ſingulis amplitudinis, deveniemus. Hoc unicum adhuc addam, pro applicanda methodo ad rectæ appropinquationem ad circulum, ſumi poſſe Ellipſin cujus axis minor ſit indefinite parvæ

1707. Mart. væ longitudinis, quæ utique nihil aliud erit quam linea recta duplicata. Hanc si more Ellipsium per reptionem moveas, habebis loco curvæ quadrigibbæ quatuor latera quadrati; postea loco octigibbæ ambitum octogoni, ita scilicet, Ellipsi abeunte in rectam lineam, curvæ multigibbæ quoque abeunt in Polygona regularia, & hæc tandem in Circulum. Id quod mihi suppeditavit modum hunc facilem, exhibendi, per constructionem continuo & celeriter appropinquantem, arcum circuli æqualem lineæ rectæ datæ.

TA. XXI. Esto (*Fig.* 113.) data recta BG perpendicularis ad aliam rectam AC, ducatur ad arbitrium recta BA, & angulo A fiat æqualis angulus ABC, ut habeatur triangulum Isosceles BCA. Jam ducatur perpendicularis CD in AB, & ipsi CD capiatur æqualis CL; jungatur DL, in quam agatur perpendicularis CE, cui æqualis abscindatur CM. Jungatur EM, & ducatur perpendicularis CF, hocque continuetur in infinitum; & sit CR illarum perpendicularium ultima: dico arcum circuli RS, radio CR descriptum fore æqualem rectæ propositæ BG, atque hoc est ad quod respiciebam, quando in præcedentibus meis dixi me quædam, ex occasione illâ, invenisse in Cyclometris profutura; quanquam postea viderim puncta B, D, E, F &c. esse in Quadratice DINOSTRATI; quod quidem facile demonstrari potest, adeoque hoc nomine nihil novi me præstitisse, quatenus diu jam cognitum est rectificationem Circuli dependere a determinatione intersectionis Quadratricis & ejus diametri; in eo tamen aliquid singulare hic factum cernis, quod hic puncta in quadratrice D, E, F, &c. ob perpendicularitatem CD, CE, CF, certius designentur, adeoque punctum ultimum R multo accuratius determinetur, quam per modum vulgarem, quo, propter sectiones magis magisque obliquas, puncta in Quadratrice tandem valde incerta evadunt. Cæterum vero, quidquid de eo sit, elegans mihi videtur & minime contemnendum, quod hoc, quod ab aliis jam pridem inventum, & ut singulare quid venditatum, idem tamen hoc nostræ inventionis non-nisi minimum tantum sit Corollarium.

Binos

Binos illos ex malevolis ROLLII inſtigatoribus, quos Tu divinabis, & ego divinabo; niſi enim vehementer fallor, in mente habes GALOISIUM & LA HIRIUM, Calculi differentialis acerrimos hoſtes. ..... Neſciveram ROMERUM eſſe verum authorem inventorum dentium Epicycloïdalium, quorum LA HIRIUS ſe inventorem prædicavit. . . . . 1707. Mart.

. . . . . .

Gratiſſimum fuit intelligere Te curaturum, ut quædam, ſub nomine Societatis Scientiarum veſtræ, edantur *Miſcellanea*. Sic enim Rempublicam Litterariam, quam multis adeo modis jam demeruiſti, de novo inſigniter Tibi obſtringes. Eoque magis gaudebit, quod quæ Tuis auſpiciis eduntur, nihil, niſi bonum & ſelectum, continere ſibi perſuadebit: ſecus ac fieri ſolet in aliis ejuſmodi Ephemeridibus, in quibus plerumque multa ſunt mala mixta bonis. Si quæ a me proficiſcuntur publico digna judicas, exempli gratia quæ de curvarum comparatione & reductione ad circulos ope multigibbarum meditatus, aliaque quæ ad Te ſcripſi in litteris privatis, & alia publice communicavi, libenter patiar ut edas: Tuo enim arbitrio ea relinquo. Interim dum aliquando vacabit diſcutiam Adverſaria mea, & quæ invenero alicujus momenti Tibi ſubmittam. Significavi Dno. HERMANNO Tuum propoſitum, eumque hortatus, ut mittat quoque, ſi quid edendum habeat, quod ſe facturum promiſit: Miror vero quod ipſe nondum in hanc Societatem ſit cooptatus, cum tamen alii forte minus Tibi noti in eam jam ſint recepti. De cætero libenter a Te ſcirem *Theodorum* ZWINGERUM in hac Academia Medicinæ Profeſſorem in numerum Sociorum. . . . . fuiſſe relatum, & ſi ſit, ex quo tempore. Vale & Fave.

Baſileæ 23. Martii 1707.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Abbate GALLOSIO. *Varia.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

1707. Jun. CUM nuperas ad Clarissimum HERMANNUM scriberem, vix domum redux, nec Tuæ nec ipsius novissimæ mihi redditæ erant. Gaudeo valere Te ex sententia, & ut valetudinem cures suadeo.

GALLOSIUM obiisse ex *Gallia* scribitur; erat in Viro eruditio non vulgaris, sed aderat tamen & philautia, & nescia cedere veritati pertinacia, quam impugnatione Calculi nostri omnibus patefecit. Ego Virum olim noveram familiariter, cum COLBERTI favore floreret. Forte agebam ipse apud COLBERTUM, Comes generoso CHEVREUSIO *Duci*. Offendi GALLOSIUM, cum altero COLBERTO, cognomine CROISSIO, ad Tractatus pacis habendos profecturo, loquentem, atque id quærentem ut risum nugosis verbis excitaret: miratus sum non mediocriter hominem haud incelebrem gratiam Magnatum pene scurrilibus dicteriis captare. Sed ajebant, COLBERTUM majorem hominis dicacitate delectari, quum a laboribus ministerii animum relaxat.

ROMERUM esse verum dentium Epicycloïdalium inventorem pro certo habeto. Nam ipse mihi monstravit *Parisiis* Theorema suum, ac simul demonstrationem; cum prius rem HUGENIUS mihi narrasset. Qua autem audacia HIRIUS viventi & sentienti inventum suum tantum non surripiat, mirari satis non possum.

Elegantissima sunt quæ de curvis multigibbis reptorioque motu

tu habes. Inprimis conſenſus cum DINOSTRATI Quadratrice Si quid vel de his, vel de aliis in ordinem redigere velis, ut *Miſcellaneis Berolinenſibus* adjici poſſit, rem gratam facies, & a me curabitur libenter. Quæ HERMANNUS noſter de ſtationibus Planetariis ſummiſit, etiam locum illic invenient. 1707. Jun.

Dominum ZWINGERUM veſtrum, in noſtram Societatem commendantibus virum amicis, quibus *Berolini* innotuerat, recipi memini; quam mature aut tarde non memini, neque apud nos quicquam refert. Ut HERMANNUS recipiatur, haud dubie curabo.

Videris in *Bernardi Diario litterario* apud Batavos novas quaſdam de Phoſphoro Tuo Mercuriali obſervationes *Pariſiis* inſtitutas.

FONTENELLUS per amicum mihi ſignificat, quæ idem *Diarium* retulerit, tanquam a ſe dicta, circa Hiſtoriam calculi noſtri, quæque refutanda mihi viſa ſunt, male relata fuiſſe ab Auditore forte aliquo imperito. (1)

PARENTIUM intelligo mire ſua neſcio quæ in Mechanicis inventa jactare. Ego nihil animadverto, ſaltem circa res alicujus momenti, quod attulerit novum. Nec vacat excutere ratiocinia ejus, quæ ſeſe obſcuritate tuentur. Vereor autem ne accuratius inſpecta erroribus ſcatere deprehendantur. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* 24. Junii 1707.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. OZANAMUM & SAURINUM noſtrum in numerum Academicorum Regiorum Pariſiis receptos intelligo, quod perplacet. OZANAMUS in *Diophantaeis* maxime calculis excellit.

(1) Vide Epiſt. CLXI. & CLXIII.

EPISTOLA CLXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De HERMANNO. *De* HOSPITALII *Sectionibus Conicis. De Obſervationibus* FLAMSTEDII. *De* ZUMBACHIO. *De Imperatore Sinenſi.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1707. Octobr. GAUDEO Dni. HERMANNI res bene procedere, ut tum ipſe, tum Dnus. FARDELLA ad me ſcripſere. Hic certe ſpem ſuam aliorumque ab eo ſuperatam teſtatur. Parabat ſe tunc ad ſtationem habendam, aliaque novo officio obeundo neceſſaria; itaque aliquandiu a meditationibus divertetur.

Audio Dni. *Marchionis* HOSPITALII librum *De Sectionibus Conicis* & Conſtructionibus inde deductis prodiiſſe. Credo virum egregium hunc laborem non fuiſſe tractaturum, niſi aliquid ſingularis quod diceret habuiſſet. Videbo an, quod ſæpe fieri deſideravi, non tantum ordinatas parallelas, ſed & convergentes pro locis exprimendis adhibuerit. Id enim plurimum ad variandas perficiendaſque Conſtructiones conferre notavi. Neſcio an Dnus. *Marchio* HOSPITALIUS protulerit cogitationem ad altiores gradus. Velim noſſe, an Tibi aliquando vacaverit examinare, quæ de iis Dnus. NEWTONUS dedit. Si regula ejus generalis de Diametris (1) vera eſt, oportet ut non difficili calculo deprehendi poſſit. Puto Dni. REYNAU *Algebram* vel *Analyſin* (2) tandem prodiiſſe. Hæc tibi Gallis viciniori omnia innoteſcent. Itaque ſi quid intelligis de rebus litterariis ex *Gallia* mecum ſubinde communicari peto. Ex *Anglia* mihi ſcribitur primum Tomum Obſervationum Aſtronomicarum FLAMSTEDII eſſe ſub prelo. Vidi aliquando conſilium ejus talia edendi peculiari

(1) In *Enumeratione linearum Tertii Ordinis*, Art. H. §. 1.
(2) *Analyſe démontrée*, &c. Paris 4°. 1708.

liari ſcheda expreſſum, quod non exiguam ſpem fecit augendæ huius Scientiæ. 1707. Octob.

Dnus. SCHEUCHZERUS in Alpium deſcriptione apud vos utiliter eſt occupatus. (1) Vivitne adhuc Dnus. HOLLANDERUS, qui præclara quædam excogitaverat, etiam in ſtudiis noſtris; pergere poſſet utiliter, niſi negotiis impediretur.

De Te nobis in dies magis magiſque præclara promitto; ita *tamen* ut nolim id valetudinis Tuæ incommodo fieri; eam ſpero *nunc* fore ex ſententia.

Ego animi gratia, cum Sereniſſima Electrice *Guelfebytum* excurri, & inde *Caſſellas* ad ſereniſſimum Landgravium, qui rerum Mathematicarum & Mechanicarum eſt curioſiſſimus, & nunc ZUMBACHIUM in Aulam ſuam accivit (cujus *Planetolabium* (2) Tibi notum eſſe puto] ut Mathematicum habeat, [poſtquam Dominus PAPINUS diſceſſit] & ab eo etiam *Algebram* diſcat.

Ante aliquot dies locutus ſum cum Miſſionario ex *China* reduce, qui Medicum illic utcunque egit. Is mihi, inter alia, dixit Imperatorem Sinenſem etiam *Algebræ* rudimenta a Patre VERBIESTIO didiciſſe, eaque re fuiſſe inprimis delectatum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 12. Octobris 1707.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

(1) Joh. Jac. SCHEUCHZERI ΟΥΡΕΣΙΦΟΙΤΗΣ *helveticus, ſive Itinera alpinania.* Lond. 1708. 4°. *Aucta multum* Lugd. Bat. 1723. 4°.
(2) Editum Amſtelod. 1700. 4°.

EPISTOLA CLXXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Arithmetica universali NEWTONI. *De Botanica. Varia. De curvis multigibbis. De* Genevensium *ad Regem* Borussiæ *consilio laudando.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1708. Mart. EX litteris Tuis 19. Novembris Anni superioris datis libenter admodum intellexi Te valere, & ab aquarum potu bene valentem domum rediisse. Litteras a Te exinde accipere non memini satis.

Liber *Newtonianus* sub titulo *Arithmeticæ Universalis* (1) *Cantabrigiæ* hoc ipso anno editus, ex *Anglia* ad me missus est. NEWTONI nomen nuspiam memoratur. Credo quod ipse ex sua dignitate non putavit profiteri se Authorem libri ante triginta annos conscripti, cum Prælectiones publicas *Cantabrigiæ* haberet, ex quibus est concinnatus; quanquam imperfectum ipse Editor profiteatur. Percurri festina lectione, & quædam deprehendi non spernenda, præsertim in Exemplis. Unum placuit, quod pro Te exscribi jussi, (2) ut si vacat, consideres & examines: etsi enim non magnopere ad praxin facere videatur, videtur tamen speculationis causa dignum consideratu, præsertim si processus in infinitum haberetur, pro divisore gradus cujuscunque.

Quæ Dnus. HERMANNUS mihi summisit de statione Planetarum, *Berolini* sunt, ibique edentur; (3) non puto Tuam solutionem

(1) *Arithmetica Universalis, sive de compositione & resolutione Arithmetica, Liber.* Cantab. 1707. 8°. *Atque iterum* Lond. 1722. 8°. &c. Lugd. Bat. 1723. 4°.

(2) *Articulum nempe*, De inventione divisorum.

(3) *Miscel. Berol.* Tom. I. P. III. N°. 7. pag. 197. atque Tom. II. p. II. N°. 1. p. 59.

tionem esse adjectam, sed nec *Fatianam*. . . . . 1708.
. . . . . Mart.

Gaudeo Dnum. SCHEUCHZERUM Juniorem (1) apud Te Geometriam altiorem cum Physica conjungere velle : ea sane verissima proficiendi ratio est.

Laudandos puto Botanicorum conatus in digerendis Speciebus, & Methodos quibus RAIUS, TOURNEFORTIUS, aliique utuntur, petitas ex florum figura, utilem Tyronibus puto, sed tamen ad perfectionem Scientiæ non suffecturam judico. Et e re arbitror ex diversis Capitibus diversas institui plantarum comparationes, veluti a seminibus, radicibus, truncis vel scapis, corticibus, ramis, foliis, floribus, medullis, succis, viribus seu usibus, ratione propagandi, &c. quovis Capite ita tractato, tanquam ex hoc solo instituenda esset plantarum in species digestio; etsi unum caput alio sit aptius. Video enim dum nimis uni considerationi inhæretur, exsuccam reddi doctrinam, nec satis ad usum Agriculturæ, Mechanices, & Medicinæ adaptari. Pene me ipsum in vertiginem dedisti, narrato itinere tuo pedestri usque adeo periculoso.

Clarissimus PAPINUS discedens *Cassellis Angliam* se ire dictitabat; sed credo eum adhuc hærere in Batavis : sane ex quo *Cassellis* discessit, nihil ab ipso vidi. ZUMBACHIUS *Cassellas* accessit, & credo Observationibus Astronomicis dabit operam. An *Marpurgensibus* datus sit novus Professor Mathematicus nondum scio. Quis ille est gallus F. C. D. Abb. Vall. qui calculum nostrum attentat subinde, & quædam Martio & Novembr. Anni superioris *Actis Lipsiensibus* (2) inseri curavit?

Excerpta ex Tuis Elegantissimis Epistolis binis de Curvis illis multigibbis *Berolinum* misi, ut *Miscellaneis* Societatis inserantur. Ad rigorem tamen demonstrationis opus esset ostendere Circuli circumf-

(1) *Joh.* SCHEUCHZERUM M. Doct.

(2) *De Curva descensus ex accelerato retardati*, &c. Act. Erud. 1708. Mart. p. 133.

De notanda æqualitate inter curvas citissimorum descensuum & curvaturas continuarum refractionum per diversa Media &c. Ibid. Nov. p. 517. & Dec. 536.

1708. Mart. circumſcripti circumferentiam debere eſſe majorem ſemper circumferentia curvæ multigibbæ quam tangit, quoniam enim hæc curva non eſt ad eaſdem ubique partes cava, non habet locum ARCHIMEDIS poſtulatum, quod linea circumſcripta ſit major inſcripta. Si de area, non de circumferentia ageretur, demonſtratione hujuſmodi opus non foret; vel ſi ſaltem oſtendi poſſet hoc loco circumferentiæ minoritatem ipſius areæ eſſe connexam.

Scripſerat ad me ante menſes complures Clariſſimus TURRETINUS; ei reſpondi, ſed non ſatis memini an ad Te incluſerim reſponſum Communicaverat mecum, quæ apud Potentiſſimum Regem *Boruſſorum* Academia *Genevenſis* egerat in Religionis cauſa: laudanda utique, ſed niſi magis in rem veniatur, *parum* profutura. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 15. Martii. 1708.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Quo ſit loco valetudo Tua, & quid bono Scientiarum altiorum moliare, ſemper diſcere gratum erit.

EPISTOLA

EPISTOLA CLXXII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De infirma ſua valetudine. De NEWTONI *Regula pro inveniendis diviſoribus. De curvis multigibbis ſine flexu contrario.* MOIVRÆI *commendatio.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

METUEBAM ſane vehementer Te vel morbo, vel morte impediri, quominus mihi reſponderes, cum longo adeo tempore, ne γρὺ quidem litterarum abs Te accepiſſem. Quod autem vivas & valeas ex Tuis tandem noviſſimis libenter intellexi. Meam quod attinet valetudinem, ſperabam firmo nunc niti talo, poſt uſum aquarum *Fabarienſium*; præſertim peracta maxima hiemis parte ſatis feliciter: Ecce me tamen nunc rurſus, a quatuor fere menſibus, de novo vexatum ab horribili illa & pertinaciſſima tuſſi, quæ per totam præcedentem hiemem miſerandum in modum me cruciaverat: aufert illa mihi ſomnum, quo tamen alias, ut noſti, tam modice fruor; appetitum profternit, & ſæpiſſime pauxillum quod edi per vomitum reddere cogit; ubi enim ſævire incipit carnifex mea, certe nulla non corporis pars inde concutitur. Nondum equidem video finem plagarum mearum, ſed tamen, quod non-nihil ſolatii affert, non augentur ex quo utor ſucco plantarum aliquarum Maialium; quid de meliori ſucceſſu ſperandum, id tempus docebit. 1708. Mai.

Arithmeticam univerſalem NEWTONI nec nunc quidem accepi; qui tamen liber jam fere ultra ſeſquiannum *Amſtelodami* hæret, mihi deſtinatus. Quod pro me exſcribi juſſiſti, ea, qua licuit

1708. Mai. licuit in hoc valetudinis ſtatu, attentione perlegi: ubi non tantùm ſtatim fundamentum detexi inventi *Newtoniani* pro dividendis æquationibus per alias ſimpliciores; ſed etiam regulam quam habet pro inveniendâ æquatione duarum dimenſionum, quæ propoſitam dividat, reddidi ſimpliciorem, intelligibiliorem, & ad praxim magis accommodatam. Interim facile vidi poſſe haberi proceſſum in infinitum pro diviſore gradus cujuſcunque, ſi quis vellet incæptum attentè perſequi. Nec mea me fefellit opinio; Agnatus enim meus, Senatoris fratris mei ſecundi filius (1), juvenis vix 20 annorum, cui id curæ commiſeram, mox omnia feliciſſime executus eſt, uti ex hoc ſcripto, quod eum in finem ipſe concinnavit, pleniùs videbis; Imo non tantum proceſſus oſtenditur in infinitum, ſed ipſa traditur Regula generalis pro invenienda æquatione dividente cujuſcunque gradus. Forte non indignum judicabis hoc Schediaſma, quod *Actis* veſtris *Berolinenſibus* inſeratur: quibus ſi & ſolutionem meam de ſtatione planetarum inſertam cuperes, eam ab ipſo HERMANNO petere deberes, ut-pote cui eam tradidi, nullo mihi relicto apographo.....

SCHEUCHZERUS Junior, *Baſileam* adire volens, mutavit ſententiam, ex quo ipſi ſpes facta eſt vocationis alicujus in Academiam Patavinam. Ad alterum SCHEUCHZERUM curavi litteras, quas ad me direxiſti, eum eas accepiſſe intellexi.

Quis ille ſit Gallus *F. C. D. Abb. Vall.* qui in *Actis Lipſienſibus* comparuit, Calculum differentialem attentans, nondum exploravi; Fortaſſis VARIGNONIUS, quem interrogavi, noverit hominem, & mihi in reſponſione quam in dies expecto, nominabit. Forte is ROLLIUS eſt.

Epiſtolas meas binas, de curvis multigibbis tractantibus, dignas Tibi viſas fuiſſe ex quibus excerpta ad *Acta Berolinenſia* mitteres, gratum fuit intelligere; ubi merito quidem mones ad rigorem demonſtrationis opus eſſe oſtendere, Circuli circumſcripti circumferentiam debere eſſe majorem ſemper circumferentia curvæ multigibbæ quam tangit. Si quis enim eſſet in ea opinione, in

(1) *Is eſt Celeb.* Nicolaus BERNOULLI Nic. F.

in qua Tu esse videris, curvam multigibbam non esse ad easdem ubique partes cavam, summo certe jure dubitare posset, an hic locum haberet ARCHIMEDIS postulatum quod linea circumscripta sit major inscriptâ. Sed satis mirari non possum, [ignosce libere loquenti] Te putantem curvas multigibbas non esse ad easdem ubique partes cavas, quasi gibbositates in curvis adesse non possent citra flexus contrarios; cum tamen, ex ipso statim reptorii motus natura, tam evidenter pateat curvam ex illo motu genitam, vel descriptam, semper eodem modo cavam esse debere, quo cava est curva immobilis, hoc est curva illa quæ obrepitur. Sit enim (*Fig.* 114.) curva immobilis ABC, quam obrepat, sive super qua moveatur motu parallelo curva DBG, in cujus plano punctum quodvis datum O describat curvam reptoriam POQ; dico hanc ad eandem ubique partem cavam esse, si ABC & DBG utraque ad eamdem ubique partem cavæ sint. Si enim, in quocunque puncto reptorio O, fingatur tangens OM, erit hæc, ut in *Actis Lipsi.* ostendi, semper parallela Tangenti BE, quæ ducitur ex puncto B in quo duæ curvæ ABC, DBG, quando punctum describens est in O, se mutuo contingunt: qualis igitur est directio curvitatis in B, talis etiam esse debet in O, & sic ubique, ita ut si nulla sit flexura nec in ABC, nec in DBG, etiam necessario nulla esse queat in POQ: hinc manifestius est, quam ut moneri opus sit, curvas meas multigibbas, ut - pote ex motu repente Ellipseos, vel Ellipsiformis, super alia Ellipsi vel Ellipsiformi, hoc est curvæ ad eamdem partem cavæ super alia ad eamdem partem cava, genitas, nunquam habere posse flexus in contrarium; id est ad easdem ubique partes cavas fore; adeoque Circulorum ipsis circum-scriptorum circumferentias secundum postulatum *Archimedeum*, iisdem multigibbis necessario majores esse. *Q. E. D.*

1708. Mai.

TA. XXI.

Si *Marpurgensibus* nullus est adhuc novus Professor Mathematicus loco PAPINI, possum commendare MOIVRÆUM in Anglia degentem ..... qui me perquam instanter rogavit, ut sibi quæram aliquam stationem publicam, ut nonnihil commodius vivere queat, & unde habeat aliquid fixi salarii ..... pro-

1708. Mai. miſi me Tibi ipſum commendaturum; ſpemque animumque addidi, rem optato ſucceſſu non carituram. Te enim jam aliquoties, & nuper admodum in vocatione HERMANNI, oſtendiſſe quantum Academiæ Tuæ commendationi deferant. Habeas ergo, quod rogo, commendatum Virum, & ingenio & induſtria pollentem, atque de quo ſpondere auſim beneficium quovis modo agniturum. Interim Vale & Fave.

Baſileæ, ad d.... Maii 1708.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Pater meus cariſſimus ante duos circiter menſes animam ſuam placide expiravit, & Deo reddidit, annum 85um. agens.

REGULA

REGULA GENERALIS

Inveniendi diviſores rationales compoſitos quantitatis Algebraïcæ $a+bx+cxx+dx^3+ex^4$. &c.

In quâ coefficientes a, b, c, d, e, &c. ſignificant numeros quoſcunque datos, A. N. B.

AUCTORE

NICOLAO BERNOULLIO,

Nunc Profeſſ. Jur. Baſil.

PRO x ſubſtitue ſucceſſivè tot ad minimum numeros hujus progreſſionis Arithmeticæ — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, 4, utrimque ad libitum continuandæ, quot unitates habet numerus dimenſionum, ad quem altiſſimum terminum Diviſoris quæſiti aſcendere exiſtimas, binario auctus, numeroſque prodeuntes ſibi invicem ſubſcribe, dein ſingulis ad latus adjunge omnes ipſorum diviſores; quo facto, ſi quantitas propoſita per aliam diviſibilis eſt, inter hos diviſores debent neceſſariò aliqui inveniri, qui (ſumendo unum ex ſingulorum numerorum per ſubſtitutionem prodeuntium diviſoribus) talem progreſſionem conſtituunt, ut vel ipſorum differentiæ, vel differentiarum differentiæ bifariam diviſæ, vel harum differentiæ per 3 diviſæ, vel iterùm harum per 4 diviſæ, & ità porrò, ſint & inter ſe, & uni ex diviſoribus coefficientis altiſſimi termini propoſitæ quantitatis æquales: quod ſi igitur poſt aliquot differentiationes perveneris ad ejuſmodi aliquam differentiam conſtantem, erit hæc ultima differentia coefficiens altiſſimi termini tentandi, per quem diviſio eo certiùs ſuccedet, quo plures numeri pro x ſubſtituti fuerunt; ipſe verò integer diviſor, qui tot dimenſiones habebit, quot differentiationes peractæ ſunt, ſic determinabitur.

Ex ſerie diviſorum, quorum differentiæ aliquæ ultimæ inventæ ſunt æquales alicui diviſori coefficientis altiſſimi termini propoſitæ

positæ quantitatis, ut & ex qualibet serie differentiarum respectivè per 1, 2, 3, 4, &c. divisarum excerpe primos terminos, qui numeri respectivè vocentur d^0, d^1, d^2, d^3, d^4, &c; Vocetur etiam — n primus numerus progressionis arithmeticæ — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, &c. qui pro x in substitutione adhibitus fuit, eritque divisor quæsitus $= d^0 + \overline{x+n}.\, d^1 + \overline{x+n.x+n-1}.\, d^2 + \overline{x+n.x+n-1.x+n-2}.\, d^3 + \overline{x+n.x+n-1.x+n-2.x+n-3}.\, d^4$ &c.

DEMONSTRATIO.

Fingamus quantitatis propositæ $a + bx + cxx + dx^3 +$ &c. divisorem quæsitum esse $p + qx + rxx + sx^3 + tx^4 + ux^5 +$ &c, pro x substituamus successivè — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, &c. & habebimus

loco propositæ	loco divisoris
$a - 3b + 9c - 27d +$ &c.	$p - 3q + 9r - 27s + 81t - 243u +$ &c.
$a - 2b + 4c - 8d +$ &c.	$p - 2q + 4r - 8s + 16t - 32u +$ &c.
$a - b + c - d +$ &c.	$p - q + r - s + t - u +$ &c.
a	p
$a + b + c + d +$ &c.	$p + q + r + s + t + u +$ &c.
$a + 2b + 4c + 8d +$ &c.	$p + 2q + 4r + 8s + 16t + 32u +$ &c.
$a + 3b + 9c + 27d +$ &c.	$p + 3q + 9r + 27s + 81t + 243u +$ &c.

Quia igitur $a + bx + cxx +$ &c. ponitur esse divisibilis per $p + qx + rxx + sx^3 +$ &c. oportet p esse unum ex divisoribus ipsius a, & $p - q + r - s + t$ &c. unum ex divisoribus $a - b + c - d +$ &c, ut & $p - 2q + 4r - 8s +$ &c. unum ex divisoribus ipsius $a - 2b + 4c - 8d +$ &c, & ita porrò respectivè. Progrediuntur autem horum divisorum differentiæ sequenti modo, subtrahendo superiores ab inferioribus.

differentiæ

differentiæ 1æ.	diff. 2æ. per 2. diviſæ	diff. 3æ. per 3 diviſæ
$q - 5r + 19s - 65t + 211u -$ &c.	$r - 6s + 25t - 90u +$ &c.	$s - 6t + 25u -$ &c.
$q - 3r + 7s - 15t + 31u -$ &c.	$r - 3s + 7t - 15u +$ &c.	$s - 2t + 5u -$ &c.
$q - r + s - t + u -$ &c.	$r + t +$ &c.	$s + 2t + 5u +$ &c.
$q + r + s + t + u -$ &c.	$r + 3s + 7t + 15u +$ &c.	$s + 6t + 25u +$ &c.
$q + 3r + 7s + 15t + 31u +$ &c.	$r + 6s + 25t + 90u +$ &c.	
$q + 5r + 19s + 65t + 211u +$ &c.		

differentiæ 4æ. per 4 diviſæ	differentiæ 5æ. per 5 diviſæ
$t - 5u +$ &c.	$u -$ &c.
$t +$ &c.	$u +$ &c.
$t + 5u +$ &c.	

Unde apparet, quod ſingulæ primæ differentiæ futuræ ſint $= q$, ſi diviſor quæſitus ad unam tantum dimenſionem aſcendat, id eſt, ſi $r, s, t, u,$ &c. $= 0$, & ſingulæ differentiæ ſecundæ per 2. diviſæ $= r$, ſi diviſor ad duas dimenſiones aſcendat, id eſt, ſi $s, t, u,$ &c $= 0$ & ſingulæ differentiæ tertiæ per 3. diviſæ $= s$, ſi diviſor ad tres dimenſiones aſcendat, i. e, ſi $t, u,$ &c. $= 0$, & ita porro. Si jam dentur generaliter primi termini in qualibet ſerie diviſorum, & differentiarum, qui vocentur reſpectivè $d^0, d^1, d^2, d^3,$ &c. invenientur per additionem contrariam illi ſubſtractioni, per quam differentiæ modò inventæ ſunt, reliqui termini in ſerie diviſorum, exiſtente nempè primo $= d^0$, erit ſecundus $= d^0 + d^1$, tertius $= d^0 + 2d^1 + 2d^2$, quartus $= d^0 + 3d^1 + 6d^2 + 6d^3$, quintus $= d^0 + 4d^1 + 12d^2 + 24d^3 + 24d^4$, ſextus $= d^0 + 5d^1 + 20d^2 + 60d^3 + 120d^4 + 120d^5$, & generaliter ille, cujus ordo ſit numerus $m = d^0 + \overline{m-1}\,d^1 + \overline{m-1 \cdot m-2}\,d^2 + \overline{m-1 \cdot m-2 \cdot m-3}\,d^3 + \overline{m-1 \cdot m-2 \cdot m-3 \cdot m-4}\,d^4 +$ &c.

Poſito autem $-n$ pro primo numero progreſſionis -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, &c; qui pro x in ſubſtitutione adhibitus fuit, termini in ſerie diviſorum etiam hoc modo exprimen-

primentur; primus nempè erit $= p - qn + rnn - sn^3 + tn^4$ &c., ſecundus $= p - q.\overline{n-1} + r.\overline{n-1}^2 - s.\overline{n-1}^3 + t.\overline{n-1}^4$ &c. tertius $= p - q.\overline{n-2} + r.\overline{n-2}^2 - s.\overline{n-2}^3 + t.\overline{n-2}^4$ &c., quartus $= p - q.\overline{n-3} + r.\overline{n-3}^2 - s.\overline{n-3}^3 + t.\overline{n-3}^4$ &c, & ille demùm cujus ordo eſt m, $= p - q.\overline{n-m+1} + r.\overline{n-m+1}^2 - s.\overline{n-m+1}^3 + t.\overline{n-m+1}^4$ &c, hinc $d^0 + \overline{m-1}.d^1 + \overline{m-1}.\overline{m-2}d^2 + \overline{m-1}.\overline{m-2}.\overline{m-3}d^3$ + & $p - q.\overline{n-m+1} + r.\overline{n-m+1}^2 - s.\overline{n-m+1}^3$ + &c., & poſito $m = x+n+1$, ſive $n-m+1 = -x$; erit $d^0 + \overline{x+n}d^1 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}d^2 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}.\overline{x+n-2}d^3$. &c. $= p + qx + rxx + sx^3 + tx^4 + ux^5$ &c. $=$ diviſori quæſito. *Q. E. D.*

SCHOLION I.

Ex hac demonſtratione patet quod eadem expreſſio $d^0 + \overline{x+n}d^1 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}d^2 + \overline{x+n}.\overline{x+n-1}+\overline{x+n-2}d^3$ &c. det diviſorem quæſitum, ſi per $-n$ intelligatur ſecundus numerus eorum qui pro x ſubſtituti fuerunt, & per d^0, d^1, d^2, d^3, &c. denotentur termini ſecundi reſpectivè in qualibet ſerie diviſorum, & differentiarum, vel etiam, ſi per $-n$ intelligatur tertius numerus eorum, qui pro x ſubſtituti fuerunt, & per d^0, d^1, d^2, d^3 &c. termini tertii in ſerie diviſorum, & differentiarum, & ita porrò.

SCHOLION II.

In ſerie diviſorum d^0, $d^0 + d^1$, $d^0 + 2d^1 + 2d^2$, $d^0 + 3d^1 + 6d^2 + 6d^3$, $d^0 + 4d^1 + 12d^2 + 24d^3 + 24d^4$ &c. differentia inter primum, & tertium, ſecundum, & quartum, tertium & quintum, &c. ſemper eſt diviſibilis per 2; & differentia inter primum, & quartum, ſecundum & quintum, tertium & ſextum &c. ſemper eſt diviſibilis per 3; item differentia inter primum & quintum, ſecundum & ſextum &c. ſemper eſt diviſibilis per 4; & ita porro.

Hinc

Hinc in investigatione divisorum, quorum ultimæ aliquæ differentiæ sint æquales, statim rejici possunt illi divisores, quorum differentiæ non sunt prædicto modo per 2, 3, 4, &c. divisibiles.

Exemplum.

1. Proponantur inveniendi divisores hujus quantitatis $3x^3 - 4xx - 6x + 15$, quæ, si divisibilis est, necessariò dividi poterit per aliquam unius dimensionis, & per aliam duarum dimensionum. Pro illa invenienda substitue in locum ipsius x, -1, 0, 1, & prodibunt hi numeri 14, 15, 8, quos cum suis divisoribus sibi invicem subscribe in hunc modum.

14	1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14.
15	1. 3. 5. 15. — 1. — 3. — 5. — 15.
8	1. 2. 4. 8. — 1. — 2. — 4. — 8.

Quia igitur divisor quæsitus unam habet tantùm dimensionem, debet aliqua series divisorum inveniri, quorum primæ statim differentiæ sint æquales alicui divisori Coefficientis altissimi termini propositæ quantitatis; ideòque illi tantùm ex divisoribus sunt excerpendi, qui constituunt progressionem Arithmeticam, in quâ differentia terminorum est vel 1, vel 3; tales progressiones tres inveniuntur 2, 3, 4; 2, 5, 8; 2, -1, -4, posito igitur $-n = -1 =$ primo numero, qui pro x substitutus fuit, erit divisor tentandus $= d^0. + \overline{x+n}.\ d^1 = d^0. + \overline{x+1}\ d^1$. Sed in primâ progressione $d^1 = 1$. in secundâ $d^1 = 3$, in tertiâ $d^1 = -3$, in singulis verò tribus est $d^0 = 2$, undè exsurgunt tres divisores tentandi $2 + x + 1$, $2 + 3x + 3$, $2 - 3x - 3$, sive $x + 3$, $3x + 5$, $-3x - 1$, per quorum medium $3x + 5$ divisio succedit, existente quotiente $= xx - 3x + 3$. Si posuissem $-n = 0 =$ secundo numero qui pro x substitutus fuit; d^0 fuisset respectivè $= 3, 5, -1$, & $d^1 = 1, 3, -3$, atque ipse divisor quæsitus $d^0 + \overline{x+n}.d^1 = d^0. + d^1. + x =$ respectivè $x + 3$, $3x + 5$, $-3x - 1$. ut antè.

Reperiuntur quidem in prædictis diviſoribus adhuc tres aliæ progreſſiones Arithmeticæ, in quibus differentia terminorum eſt vel 1, vel 3., nempe — 2. — 3. — 4., — 2. — 5. — 8., — 2. 1. 4; Sed hæ cùm non differant à prioribus niſi in ſignis + & —, eoſdem præbent diviſores tentandos, ſignis tantùm mutatis, nempe — x — 3, — 3 x — 5, & 3 x + 1.

Præterea notandum eſt, quod examen per inutiles illos diviſores x + 3, & — 3 x — 1, ſive 3 x + 1, vitare potuiſſem, ſi pro x ſubſtituiſſem non tantùm — 1, 0, 1, ſed & — 2, & + 2, undè ſequentes numeri cum ſuis diviſoribus provemiſſent, in quibus unica hæc occurrit progreſſio Arithmetica 1. — 2. — 5. — 8. — 11, vel, ſignis mutatis, — 1. 2. 5. 8. 11., quæ pro diviſore tentando dediſſet — 3 x — 5, vel 3 x + 5.

— 13	1. 13. — 1. — 13.
14	1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14
15	1. 3. 5. 15. — 1. — 3. — 5. — 15
8	1. 2. 4. 8. — 1. — 2. — 4. — 8
11	1. 11. — 1. — 11.

2. Oporteat invenire diviſores hujus quantitatis x^4 — x^3 — 5 $x x$ + 12 x — 6. Pro x ſubſtituo — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, &c. prodeuntes numeri cum ſuis diviſoribus ſibi invicem ſubſcribantur ſequenti modo.

— 26	1. 2. 13. 26. — 1. — 2. — 13. — 26
— 21	1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21
— 6	1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6
1	1. — 1.
6	1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6
39	1. 3. 13. 39. — 1. — 3. — 13. — 39

Si jam iſta quantitas diviſibilis eſt per aliam unius dimenſionis, debet in his diviſoribus aliqua progreſſio arithmetica inveniri, cujus termini differant tantùm unitate, qui unicus eſt diviſor coëfficien-

coëfficientis altiſſimi termini propoſitæ quantitatis; quia verò ſtatim apparet nullam hic reperiri talem progreſſionem, quærenda eſt pro diviſore quæſito quantitas duarum dimenſionum, adeòque inveſtigari debet aliqua progreſſio, in quâ terminorum differentiæ ſecundæ bifariam diviſæ ſint vel 1, vel — 1, id eſt, ipſæ differentiæ ſecundæ = 2, vel — 2. In hunc finem aſſumo primum ex diviſoribus primi numeri 26 nempe 1, & tento quinam ex reliquorum numerorum diviſoribus, cum iſto adhibeti poſſint, & primò quidem per Scholion 2, invenio experimentum in ſequentibus tantùm diviſoribus fieri debere; ex his quærendi ſunt aliqui quorum differentia ſecunda = 2, vel — 2.

1.
1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21
1. 3. — 1. — 3.
1.
1 — 3.
1 — 39.

Fingo progreſſionem quæſitam diviſorum eſſe 1. y. z. 1. &c. ita ut y denotet numerum aliquem ſecundæ ſeriei 1. 3. 7. 21. &c. & z numerum aliquem tertiæ 1. 3. — 1. — 3. hoc modo differentiæ primæ erunt $y - 1$, $z - y$, $1 - z$, differentiæ ſecundæ $z - 2y + 1$, &c. $y - 2z + 1$, quæ cùm debeant eſſe $= \pm 2$, habebuntur hæ æquationes $z - 2y + 1 = y - 2 + 1 = \pm 2$., undè $y = z = 3$, vel $y = z = -1$, qui valores exhibent has duas progreſſiones 1. 3. 3. 1. & 1. — 1. — 1. 1, quæ deorſum continuatæ evadunt 1. 3. 3. 1. — 3 — 9. & 1. — 1. 1. 5. 11; ſed quia — 9 non reperitur inter numeros 1 — 39 ultimæ ſeriei diviſorum, nec 5 & 11, in quintâ & ſextâ ſerie reſpectivè, ſequitur ex primi numeri 26 diviſoribus non adhiberi poſſe 1, tranſeo igitur ad ſequentem 2, cum hoc numero per Scholion 2 adhiberi tantùm poſſunt ſequentes diviſores.

2.
1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21
2. 6. — 2. — 6.
— 1.
2. 6. — 2. — 6.
— 3. — 13.

Fingo jam progreſſionem quæſitam diviſorum eſſe $z. y. z. - 1.$ eruntque differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $- 1 - z$, differentiæ verò ſecundæ $z - 2y + 2$, & $y - 2z - 1$, quas ponendo $= \pm 2$, erit $y = z + 1 = 3$, vel $- 1$, undè oriuntur duæ progreſſiones 2. 3. 2. — 1, & 2. — 1. — 2. — 1., quæ deorſùm continuatæ evàdunt 2. 3. 2. — 1. — 6. — 13., & 2. — 1. — 2. — 1. 2. 7; cùm igitur duo poſtremi numeri prioris progreſſionis — 6, & — 13, reperiantur reſpectivè inter numeros quintæ, & ſextæ ſeriei diviſorum, ſuſpicio eſt per hanc progreſſionem diviſorem quæſitum inveniri poſſe; hujus progreſſionis differentiæ primæ ſunt $1 - 1 - 3 - 5 - 7$, & ſingulæ differentiæ ſecundæ per 2 diviſæ $= - 1$. Ergo per Regulam noſtram ſi ponamus $- n = - 2$, erit $d^0 = 2$, $d^1 = 1$, $d^2 = - 1$, & diviſor quæſitus $2 + x + 2.1 + x + 2.x + 1. - 1 = - xx - 2x + 2$, qui iterùm proveniſſet ſi poſuiſſem $- n = 0$, $d^0 = 2$, $d^1 = - 3$, $d^2 = - 1$, vel etiam ſi feciſſem $- n = - 1$, $d^0 = 3$, $d^1 = - 1$, $d^2 = - 1$. &c. ſuccedit autem diviſio per $- xx - 2x + 2$, quoto exiſtente $- xx + 3x - 3$. Item diviſor ſignis mutatis $xx + 2x - 2$ inventus fuiſſet per ſimilem diviſorum ſeriem — 2. — 3. — 2. 16. 13. in quà itidem ſigna mutata ſunt.

Alter diviſor $- xx + 3x - 3$, ſive $x^2 - 3x + 3$ qui modò fuit quotus, per regulam etiam inveſtigari poteſt. In hunc finem aſſumo tertium ex diviſoribus primi numeri 26, nempe 13, cum hoc numero per Schol. 2. adhiberi poſſunt tantùm ſequentes diviſores:

Finge

13

1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21

1. 3. — 1. — 3.

1.

1. — 3.

3. 13.

Fingo progreſſionem quæſitam eſſe $13. y. z. 1.$, eruntque differentiæ primæ $y - 13. z - y, 1 - z$, differentiæ ſecundæ $z - 2y + 13 = y - 2z + 1 = \pm 2$, hinc $y = z + 4 = 11$, vel 7, primum valorem $y = 11$ ſtatim rejicio; quia hic numerus in ſecundâ ſerie diviſorum 1. 3. 7. 21. &c. non reperitur; poſterior $y = 7$ dat $z = 3$, undè hæc oritur progreſſio 13. 7. 3. 1. quæ deorſùm continuata evadit 13. 7. 3. 1. 1. 3, cujus poſtremi termini 1. 3. reperiuntur in duabus poſtremis diviſorum ſeriebus; poſito igitur $- n = - 2$, erit $d^0 = 13$, $d^1 = - 6$, $d^2 = 1$, undè per Regulam diviſor quæſitus $13 + x + 2. - 6 + x + 2. x + 1. 1 = xx - 3x + 3$.

3. Proponatur quantitas $3x^5 - 6x^4 + x^3 - 8xx - 14x + 14$, ſubſtitutis pro x; $- 1, 0, 1, 2, 3$, prodeunt numeri 10. 14. — 10. — 38. 170, quorum diviſores ſunt hi, in quibus cum nulla occurrat progreſſio Arithmetica, in quâ differentia eſt vel 1, vel 3, qui ſunt diviſores coëfficientis altiſſimi $3x^5$, concludendum eſt quantitatem propoſitam nullum admittere diviſorem unius dimenſionis. Quærendum eſt ergo an non reperiatur aliqua progreſſio, in quâ terminorum differentiæ ſecundæ per 2 diviſæ ſint, vel 1 vel — 1, vel 3, vel — 3. adeoque

10	1. 2. 5. 10. — 1. — 2. — 5. — 10
14	1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14
— 10	1. 2. 5. 10. — 1. — 2. — 5. — 10
— 38	1. 2. 19. 38. — 1. — 2. — 19. — 38
170	1. 2. 5. 10. 17. 34. 85. 170. — 1. &c.

ipſæ differentiæ ſecundæ vel ± 2, vel ± 6. In hunc finem aſſumo primum ex diviſoribus primi numeri 10. nempe 1, cùm

1.
1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14
1. 5. — 1. — 5.
1. 19. — 2. — 38.
1. 5. 17. 85.

hoc per Schol. 2, adhiberi poſſunt ſequentes reliquorum numerorum diviſores. Fingamus progreſſionem quæſitam eſſe 1. y. z. 1. eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $1 - z$, *differentiæ* ſecundæ $z - 2y + 1 = y - 2z + 1$, hinc $y = z$; ſed ſecunda ſeries 1. 2. 7. 14. &c, & tertia 1. 5. — 1. — 5 nullos habent diviſores æquales præter 1, & — 1; jam poſito $y = z = 1$ differentia ſecunda evadit $= 0$, quod non ſatisfacit; ſed poſito $y = z = -1$ differentia ſecunda evadit 2, oriturque progreſſio 1. — 1. — 1. 1. quæ deorſùm continuatur per numerum 5 in ultimâ ſerie 1. 5. 17. 85. reperiundum. Spes igitur eſt per hanc progreſſionem 1. — 1. — 1. 1. 5. diviſorem quæſitum obtineri poſſe; facto autem $-n = -1$, erit $d^0 = 1$, $d^1 = -2$, $d^2 = 1$. & diviſor tentandus per regulam $1. + x + 1. - 2 + \overline{x+1}. x. 1 = xx - x - 1$, ſed quia cùm hoc diviſore res non ſuccedit, fingo progreſſionem quæſitam eſſe 1. y. z. 19. &c., eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $19 - z$, & differentiæ ſecundæ $z - 2y + 1 = y - 2z + 19$, hinc $z = y + 6$; jam in tertiâ ſerie 1. 5. — 1. — 5. reperiuntur hi ſoli numeri 5 & — 1, qui ſenario excedunt reſpectivè numeros — 1. & — 7. ſecundæ ſeriei; verumtamen, ſi fiat $y = -1$, & $z = 5$, differentia ſecunda erit $= 8$. Sin autem, ponatur $y = -7$. & $z = -1$. differentia ſecunda evadet $= 14$. quarum neutra ſatisfacit; Fingo itaque progreſſionem quæſitam eſſe 1. y. z. — 2. eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $-2 - z$, ſecundæ $z - 2y + 1 = y - 2z - 2$, hinc $y = z + 1$. Eſt autem in ſecundâ ſerie diviſorum unicus numerus

merus 2 qui unitate excedit numerum 1 tertiæ seriei: factis igitur $y = 2$, $z = 1$ oritur progressio 1. 2. 1. — 2. quæ quidem pro differentiâ secundâ habet — 2, sed quæ deorsùm non continuatur; quia in quintâ serie divisorum non reperitur numerus — 7: Pergo igitur, & fingo progressionem quæsitam esse 1. y. z. — 38, cujus differentiæ primæ sunt $y - 1$, $z - y$, $-38 - z$, secundæ $z - 2y + 1 = y - 2z - 38$, hinc $y = z + 13$, posito igitur $y = 14$ (qui numerus solus in secundâ serie præcedenti æquationi applicari potest) & $z = 1$. fit differentia secunda $= -26$, quod non satisfacit. Quia igitur nullus numerus quartæ seriei cum unitate, sive primo divisore primæ seriei adhiberi potest, transeo ad secundum ex divisoribus primi numeri 10, nempe 2, cum quo per Sch. 2. examinari debent sequentes divisores: Fingo jam progressionem quæsitam esse 2. y. z. 2. eruntque differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $2 - z$, secundæ $z - 2y + 2 = y - 2z + 2$, hinc $y = z$,

		z.					
1.	2.	7.	14.	— 1.	— 2.	— 7.	14.
2.	10.	— 2.	— 10.				
2.	38.	— 1.	— 19.				
2.	10.	34.	170.	— 2.	— 10.	— 34.	— 170.

sed secunda, & tertia series nullos habent divisores æquales, præter 2 & — 2; factis igitur $y = z = 2$ differentia secunda est $= 0$, & si $y = z = -2$ differentia secunda est $= 4$, quarum rursùs neutra satisfacit; hinc porro pro quæsitâ progressione 2. y. z. 38; cujus differentiæ primæ sunt $y - 2$, $z - y$, $38 - z$; secundæ $z - 2y + 2 = y - 2z + 38$, hinc $z = y + 12$. adeoque ex secundâ serie solùm tentari debet — 2 & — 14, positis igitur $y = -2$, & $z = 10$, fit differentia secunda $= 16$, & positis $y = -14$, $z = -2$ fit eadem $= 28$, quæ iterùm non satisfaciunt; pergo jam ad tertium numerum quartæ seriei — 1, & pono pro quæsitâ progressione 2. y. z. — 1, cujus differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $-1 - z$, secundæ

$z - 2$

$z - 2y + 2 = y - 2z - 1$, hinc $y = z + 1$; at verò in ſecundâ ſerie ſolus numerus -1 huic æquationi applicari poteſt; factis igitur $y = -1$, $z = -2$ erit differentia ſecunda $= 2$, quæ deorſùm continuatur per numerum 2 quintæ ſeriei; in iſtâ igitur progreſſione diviſorum 2. — 1. — 2. — 1. 2. poſito $-n = -1$ eſt $d^0 = 2$, $d^1 = -3$, $d^2 = 1$, adeoque diviſor tentandus $2 + x + 1. - 3 + x + 1. x. 1 = xx - 2x - 1$, per quem verò diviſio non ſuccedit; proindè aſſumo hanc progreſſionem 2. y. z. — 19, cujus differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $-19 - z$; ſecundæ $z - 2y + 2 = y - 2z - 19$, undè $y = z + 7$; ſed nulli ſunt numeri in ſecundâ, & tertiâ ſerie qui huic æquationi *ſatisfaciunt*. Rejecto igitur etiam binario tranſeo ad tertium ex diviſoribus primi numeri 10, nempe 5; cum quo per Scholion 2

5.
1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14
1. 5. — 1. — 5.
2. 38. — 1. — 19.
1. 5. + 17. 85.

ſequentes examinari debent: Fingo igitur primam hanc progreſſionem 5. y. z. 2, cujus differentiæ primæ $y - 5$. $z - y$. $2 - z$, ſecundæ vero $z - 2y + 5 = y - 2z + 1$, undè $y = z + 1$, cui æquationi ſatisfacit 2 in ſecundâ ſerie, *poſitis* igitur $y = 2$, $z = 1$ oritur progreſſio 5. 2. 1. 2. in quâ differentia ſecunda 2 deorſùm continuatur per numerum 5 quintæ ſeriei; proindè per regulam poſito $-n = -1$, eſt $d^0 = 5$, $d^1 = -3$, $d^2 = 1$. & diviſor tentandus $5 + x + 1. - 3 + x + 1. x. 1 = xx - 2x + 2$, per quem verò iterùm diviſio non ſuccedit; hinc fingo hanc progreſſionem 5. y. z. 38. cujus differentiæ primæ $y - 5$, $z - y$, $38 - z$, ſecundæ $z - 2y + 5 = y - 2z + 38$, undè $z = y + 11$, cui æquationi nulli numeri in ſecundâ, & tertiâ ſerie ſatisfaciunt; pergo itaque, & fingo progreſſionem 5, y, z, — 1, in qua differentiæ primæ

primæ $y-5$, $z-y$, $-1-z$, secundæ $z-2y+5 = y-2z-1$, unde $y = z+2$, quæ æquatio duobus numeris in secunda, & tertia serie convenit, nempe $y=1$, $z=-1$, & $y=7$, $z=5$; per posteriorem valorem fit differentia secunda -4, quæ non satisfacit, per priorem fit differentia secunda 2, quæ deorsum continuatur per numerum 1 in quinta serie; excerpta igitur progressione 5. 1. — 1. 1. & posito $-n=-1$ habetur differentia $=5.d^1=-4.d^2=1$, & divisor tentandus $5+\overline{x+1}.-4+\overline{x+1}.x\ 1=xx-3x+1$; sed hic quoque non succedit; quare fingo progressionem 5. y z. — 19., in quâ differentiæ primæ $y-5$, $z-y$, $-19-z$; secundæ $z-2y+5=y-2z-19$, hinc $y=z+8$, cui æquationi satisfacit $y=7$, $z=-1$, sed in hac progressione 5. 7. — 1. — 9 differentia secunda -10 non quadrat. Rejecto igitur etiam numero 5 in primâ serie divisorum, assumo sequentem 10 cum quo per Scholion 2. sequentes tenta-

	10.						
1.	2.	7.	14.	—1.	—2.	—7.	—14.
2.	10.	—2.	—10.				
1.	19.	—2.	—38.				
2.	10.	34.	170.	—2.	—10.	—34.	—170.

ri possunt; ex quibus primùm formo hanc progressionem 10 y. z. —1, in quâ differentiæ primæ sunt $y-10$, $z-y$, $1-z$; secundæ $z-2y+10=y-2z+1$, hinc $y=z+3$, quæ æquatio duobus numeris in secunda, & tertia serie convenit, nempe $y=1$, $z=-2$, & $y=-7$, $z=-10$; posterior valor dat pro differentia secunda 14, quæ non quadrat; at prior dat pro differentia secunda 6, quæ deorsum continuatur per numerum 10 in quinta serie; in ista igitur progressione 10. 1. —2. 1 10. posito $-n=1$, erit $d^0=10$, $d^1=-9$, $d^2=3$, adeoque divisor tentandus $10+\overline{x+1}.-9+\overline{x+1}.x.3.=3xx-6x+1$, per quem res iterum non succedit; pergo igitur, & fingo quæsitam progressionem esse 10. y. z. 19, hujus

differentiæ primæ ſunt $y-10$, $z-y$, $19-z$, ſecundæ $z-2y+10=y-2z+19$, hinc $z=y+3$, cui æquationi ſatisfaciunt $y=7$, $z=10$, & $y=-1$, $z=2$, poſterior valor præbet pro differentia ſecunda 14, quæ eſt inutilis; prior autem dat pro differentia ſecunda 6, quæ deorſum continuatur per numerum 34 in quinta ſerie; poſito igitur $-n=-1$, habetur $d^0=10$, $d^1=-3$, $d^2=3$, unde diviſor tentandus $10+\overline{x+1}.-3+\overline{x+1}.x.3.=3xx+7$, per quem diviſio tandem ſuccedit, prodeunte in quoto $x^3-2xx-2x+2$.

Scholion III.

Si in progreſſione aliqua, cujus differentiæ ſecundæ ſunt æquales, ſumantur quatuor termini continui, erit ſemper differentia inter primum & quartum, tripla differentiæ inter ſecundum & tertium. Sint enim illi 4 termini continui a, b, c, d, erunt differentiæ primæ $b-a$, $c-b$, $d-c$, ſecundæ $c-2b+a$, $d-2c+b$; quæ ſi ponantur æquales; & utrinque, $a+b-2c$ ſubtrahatur, dabunt $3c-3b=d-a$. Q. E. D. Hinc ſi dentur duo termini (primus, ex. gr., & quartus) ejuſmodi progreſſionis; facile ſciri poteſt, an in ſeriebus diviſorum reperiantur reliqui termini, ad eamdem progreſſionem pertinentes; ita ut, non neceſſe ſit fingere pro intermediis terminis y, & z, ut ſupra fecimus. Sic in exemplo præcedenti ſi aſſumatur 10 ex prima ſerie; & 1, ex quarta ſerie diviſorum, quorum numerorum differentia eſt 9; tales numeri in ſecunda, & tertia ſerie diviſorum inveſtigandi ſunt, quorum differentia ſit -3; tales ſunt 1, & -2; item -7, & -10. Sic ſi ad numerum 10 primæ ſeriei aſſumatur numerus 19 ex quarta ſerie, quorum differentia eſt 9; debent in ſecunda, & tertia ſerie tales inveniri quorum differentia eſt 3; tales ſunt 7 & 10; -1 & 2; ſic etiam ſi ad numerum 5 primæ ſeriei aſſumatur 2 ex quarta ſerie, quorum differentia eſt -1; ad quam progreſſionem 5. 2. 1. 2; ex quintâ ſerie accedere debet numerus 5, ut differentia

rentia inter ſecundum, & quintum $5 - 2 = 3$, ſimiliter poſſit eſſe tripla differentiæ inter tertium, & quartum $9 - 1 = 1$. Et ſic porro in reliquis.

SCHOLION IV.

Si in progreſſione aliqua, cujus differentiæ tertiæ ſint æquales dato numero t, ſumantur quatuor termini continui: erit ſemper differentia inter primum & quartum, æqualis triplæ differentiæ inter ſecundum & tertium, unà cum dato numero t. Si enim illi quatuor termini continui vocentur a, b, c, d; erit differentia tertia $d - 3c + 3b - a = t$; hinc $d - a = 3c - 3b + t$, ſive etiam $\frac{d-a-t}{3} = c - b$; quod præbet compendium pro inveſtigandis diviſoribus trium dimenſionum.

Proponatur dividenda quantitas $2x^7 + 2x^6 - 16x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 22xx - 32x - 4$. Subſtitutis pro x ſucceſſivè -2, -1, 0, 1, 2, 3; prodeunt numeri $-9.\ 7.\ -9.\ -3.\ 7.\ 2091$ qui ſequentes habent diviſores. In his

$-9.$	$1.\ 3.\ 9.\ -1.\ -3.\ -9$
$7.$	$1.\ 7.\ -1.\ -7.$
$-9.$	$1.\ 3.\ 9.\ -1.\ -3.\ -9$
$-3.$	$1.\ 3.\ -1.\ -3.$
$7.$	$1.\ 7.\ -1.\ -7.$
$2091.$	$1.\ 3.\ 17.\ 41.\ 51.\ 123.\ 697.\ 2091.$ &c.

cum nulla occurrat progreſſio Arithmetica, cujus termini differant vel unitate, vel binario, qui numeri ſunt diviſores Coefficientis altiſſimi termini $2x^7$, quærenda eſt aliqua progreſſio, in qua vel differentiæ ſecundæ per 2 diviſæ, vel harum differentiæ per 3 diviſæ ſint ± 1, vel ± 2; ut diviſor obtineatur vel duarum, vel trium dimenſionum; quærendæ ſunt igitur progreſſiones, in quibus ipſæ differentiæ ſecundæ ſint $+2$, vel ± 4,

aut ipſæ differentiæ tertiæ ± 6, vel ± 12. Incipiendo igitur a primo diviſore primi numeri nempe 1, invenio per Scholion 2. cum illo combinari poſſe ſequentes diviſores. Jam quia in quarta ſerie reperitur unicus diviſor 1. erit ſemper differentia inter

1.
1. 7. — 1. — 7.
1. 3. 9. — 1. — 3. — 9.
1.
1. — 7.
1. 41. 51. 2091.

primum, & quartum terminum progreſſionis quærendæ $= 0$; adeoque per Scholion 3. ſi differentiæ ſecundæ deberent eſſe æquales, ex ſecunda, & tertia ſerie aſſumi debent illi numeri quorum differentia etiam æquat nihilum; tales ſunt dumtaxat 1 & — 1; ſi ex utraque ſerie ſecunda, & tertia aſſumatur 1, differentia ſecunda hujus progreſſionis 1. 1. 1. 1. evadit $= 0$; quod non ſatisfacit; ſed ſi aſſumatur — 1, progreſſio hæc 1. — 1. — 1. 1. pro differentia ſecunda quidem habet 2; ſed non deorſum continuatur, quia in quinta ſerie non reperitur numerus 5, qui deberet adeſſe, ut differentia inter ſecundum — 1, & quintum 5 per Schol. 3. eſſet tripla differentiæ inter tertium — 1, & quartum 1. Tento igitur an differentia tertia poſſit eſſe ± 6, vel ± 12.; in hunc finem aſſumo ex Scholio 4. hanc æquationem $c - b = \frac{d-a-t}{3}$, in qua pono $d = 1$, $t = \pm 6$, vel $= \pm 12$; quæ ſubſtitutis præbet $c - b = \pm 2$, vel $= \mp 4$, quod oſtendit ex ſecunda, & tertia ſerie ſeligendos eſſe ſolummodo eos numeros, qui inter ſe differunt vel binario, vel quaternario; unde ſequentes habebuntur progreſſiones 1. 1. 3. 1; 1. 1. — 1. 1; 1. 1, — 3. 1; 1. 7. 3. 1; 1. 7. 9. 1; 1. — 1. 1. 1.; 1. — 1. 3. 1; 1. — 1. — 3. 1.; 1. — 7. — 3. 1; 1. — 7. — 9. 1. ex quibus tantum hæ duæ 1. — 1. 1, 1;

&

& 1. — 7. — 3. 1., in quinta quidem ſerie per numerum — 7; non autem in ſexta continuantur. Rejecta igitur unitate tranſeo ad ſecundum ex diviſoribus primi numeri, nempe 3, cum quo per Schol. 2. ſequentes combinari debent: Si in quarta ſerie

5.
1. 7. — 1. — 7.
1. 3. 9. — 1. — 3. 9.
3. — 3.
7. — 1.
3. 123. — 17. — 697.

aſſumatur numerus 3, & differentiæ ſecundæ ponantur æquales; per Schol. 3. ex ſecunda, & tertia ſerie iterum ſeligi debent numeri æquales 1 & — 1; unde duæ naſcuntur progreſſiones 3. 1 1. 3, & 3. — 1. — 1. 3., quarum prior tantum in quintâ ſerie per numerum 7; non autem alterius in ſextâ ſerie per numerum 13. continuatur; ſin autem differentia tertia ponatur $= \mp 6$, vel ∓ 12, iterùm ſequetur per Schol. 4. fore $c - b = \mp 2$, vel ∓ 4; quare tentandæ erunt hæ progreſſiones 3. 1. 3. 3., 3. 1. — 1. 3, 3. 1. — 3. 3., 3. 7. 3. 3., 3. 7. 9. 3; 3. — 1. 1. 3.; 3. — 1. 3. 3; 3. — 1., — 3. 3; 3. — 7. — 3. 3.; 3. — 7. — 9. 3; ex quibus iſta ſola 3. — 1. 1. 3. in quintâ, & ſexta ſerie per numeros — 1, — 17 continuatur, differentia tertia exiſtente — 6; poſito $-n = -2$ hæc progreſſio præbet $d^0 = 3$, $d^1 = -4$, $d^2 = 3$, $d^3 = -1$; unde per regulam diviſor tentandus $3 + x + 2. - 4 + x + 2.x + 1. 3 + x + 2.x + 1. x. - 1 = -x^3 + 3x + 1$; per quem diviſio non ſuccedit. Hinc rejecto numero 3 quartæ ſeriei aſſumo ſequentem — 3; cum differentia inter hunc, & primum 3 ſit — 6; ſi differentiæ ſecundæ ponantur æquales per Sch. 3. ex ſecunda, & tertiâ ſerie ſeligi debent numeri quorum differentia eſt $-\frac{6}{3} = -2$; hinc oriuntur progreſſiones tentandæ 3. 1. — 1. — 3; 3. — 1. — 3. — 3; 3. — 7. — 9. — 3; quarum ſola media congruam habet differentiam ſecundam 2, quæ in quinta, & ſexta ſerie con-

tinuatur per numeros — 1, 3; & per regulam pro divisore tentando præbet $3 + x + 2. - 4 + x + 2. x + 1. 1 = xx - x + 3$; per quem divisio non succedit; si vero differentia tertia ponatur $= \pm 6$, vel ± 12, erit per Schol. 4. $c - b = \frac{d - a - t}{3} = 0$, vel -4, vel $+2$, vel -6; hinc progressiones tentandæ 3. 1. 1. — 3; 3. 1. 3. — 3; 3. 1. — 3. — 3; 3. 7. 1. — 3; 3. 7. 3. — 3; 3. 7. 9. — 3; 3. — 1. 1. — 3; 3. — 1. — 1. — 3.; quarum quidem duæ 3. 1. — 3. — 3; & 3. 7. 1. — 3., in quinta, sed nulla in sexta serie continuatur. Rejecto etiam numero 3 primæ seriei, transeo ad tertium ex divisoribus primi numeri, nempè 9, cum quo per Schol. 2. sequentes tentari possunt; si in quartâ serie assumatur numerus 3, & differentiæ secundæ ponantur æquales per Sch. 3. in secundâ, & tertiâ serie quæri debent numeri quorum differentia est $\frac{3 - 9}{3} = -2$ tales sunt 1. — 1; — 1. — 3; & — 7. — 9; undè oriuntur progressiones 9. 1. — 1. 3; 9. — 1. — 3. 3; 9. — 7. — 9. — 3, quarum nulla pro differentia secundâ habet ± 2, vel ± 4; proinde pono differentiam tertiam $= \pm 6$, vel ± 12: & erit per Schol. 4. $c - b = \frac{d - a - t}{3} = 0$, vel -4, vel 2, vel -6; adeòque progressiones tentandæ 9. 1. 1. 3; 9. 1. 3. 3; 9. 1. — 3. 3; 9. 7. 1. 3; 9. 7. 3. 3; 9. 7. 9. 3; 9. — 1. 1. 3; 9. — 1 — 1. 3; quarum una deorsum continuatur in quintâ, & sextâ serie, nempe 9. — 1. 1. 3, per numeros — 7. — 41, præbens per Regulam pro divisore tentando $9 + x + 2. -$

9.
1. 7. — 1. — 7.
1. 3. 9. — 1. — 3, — 9.
3. — 3.
1. — 7.
— 1. — 41. — 51. — 2091.

10.

$10 + \overline{x+2}.\overline{x+1}.6 + \overline{x+2}.\overline{x+1}.x. - 2 = -2x^3 + 4x + 1$; vel signis mutatis $2x^3 - 4x - 1$: per quem divisio succedit, prodeunte in quoto $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$. Si suspicio sit posse hunc quotum $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$, adeoque etiam quantitatem propositam $2x^7 + 2x6 - 16x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 22xx - 32x + 9$ adhuc dividi per aliquam duarum dimensionum (divisorem enim unius dimensionis hanc quantitatem non admittere, supra observatum est) continuari debet examen, & numero 9 primæ seriei adjungi numerus — 3 quartæ seriei, quorum numerorum differentia cum sit — 12, per Schol. 3. ex secundâ, & tertiâ serie seligi debent numeri, 1 — 3, & 7. 3, quorum differentia est $-\frac{12}{3} = -4$; hinc tentandæ progressiones 9. 1. — 3. — 3; & 9. 7. 3. — 3; quarum illa pro differentiâ secundâ habet 4; hæc verò 2; sed neutra deorsùm continuatur; undè concludo quantitatem propositam nullum alium admittere divisorem, quam inventos $2x^3 - 4x - 1$, & $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$; etenim necesse non est examen continuare in numeris negativis primæ seriei — 1. — 3. — 9, per quos eidem divisores inveniuntur, qui per affirmativos 1. 3. 9, obtinentur; signis + & — tantùm commutatis.

Scholion 5.

Qui examen per inutiles divisores vitare vult, debet in quantitate propositâ plures numeros pro x substituere, ut in exemplo tertio adhuc — 2, & — 3, qui numeri dedissent 190, & 1264, inter quorum divisores non reperiuntur simul duo termini novi progressionum inutilium 1. — 1. — 1. 1. 5; 2. — 1. — 2. — 1. 2; 5. 2. 1. 2. 5; 5. 1. — 1. — 1. 1; 10. 1. — 2. 1. 10, sursùm continuatarum. Sic in ex. 4. progressiones inutiles 3. + 1. 1. 3. — 1. — 17; 3. — 1. — 3. — 3. — 1. 3. sursùm continuantur per numeros 19, & 9, qui non dividunt numerum 903 ortum ex substitutione — 3 pro x in quantitate $2x^7 + 2x^6 - 16x^5 - 13x^4 +$ &c. Sed progressio utilis 9. — 1. 1. 3. — 7. — 41. sursùm continuatur per numerum 43 qui est divisio numi 903.

Scho-

SCHOLION VI.

Inventio divisoris duarum dimensionum potest reduci ad inventionem quantitatis, unam dimensionem, atque adeò primas differentias æquales habentis, minuendo singulos divisores numerorum ex substitutione — 2, — 1, 0, 1, 2, 3 &c. pro x resultantium; divisore aliquo coefficientis altissimi termini quantitatis propositæ, multiplicato per quadratum ejus numeri, qui pro x substitutus fuit, & quærendo in numeris residuis progressionem aliquam Arithmeticam, quâ inventâ erit numerus ille, quo, per quadratum multiplicato, singuli divisores minuti fuerunt, coefficiens altissimi termini divisoris tentandi, & vocatis d^0, d^1, d^2, d^3 &c. primis terminis ex serie divisorum prædictâ ratione minutorum, & ipsorum differentiarum primarum, secundarum, tertiarum, &c. respectivè per 1, 2, 3, &c. divisarum, erunt reliqui termini divisoris tentandi $= d^0 + \overline{x+n}.\, d^1$. Nam si à divisore duarum dimensionum $p+qx+rxx$ subtrahatur terminus rxx; remanet quantitas $p+qx = d^0.+\overline{x+n}.\, d^1$. Sic quoque inventio divisoris tres dimensiones habentis, reduci potest ad inventionem quantitatis duas dimensiones, atque adeo secundas differentias æquales, habentis; si à singulis divisoribus subtrahatur divisor aliquis coëfficientis altissimi termini quantitatis dividendæ, multiplicatus per cubum ejus numeri, qui pro x substitutus fuit, & in residuis quæratur progressio aliqua differentias secundas æquales habens; quâ inventâ, erit divisor ille, qui prædictâ ratione per cubum aliquem multiplicatus, à singulis divisorii bus subtractus fuit, coëfficiens altissimi termini divisoris quæsit. $p+qx+rxx+\int x^3$, id est, erit $= \int$, reliqui verò termini $p+qx+rxx$ erunt $= d^0.+\overline{x+n}.\, d^1.+\overline{x+n}.\overline{x+n}.\, 1\, d^2$. Eadem observatio mutatis mutandis ad divisores altiorum dimensionum extenditur. Ex. gr. si proponantur inveniendi divisores duarum dimensionum quantitatis in exemplo 2. allatæ $x^4 - x^3 - 5xx + 12x - 6$. Si divisores horum numerorum 26 21, 6, 1, 39, minuantur respectivè numeris $-2^2.1$, $-1^2.1$, $0^2.1$, $1^2.1$, $2^2.1$, $3^2.1$, id est, numeris 4, 1, 0, 1, 4, 9. rema-

remanebunt ſequentes numeri, in quibus tantum hæ reperiuntur progreſſiones Arithmeticæ 9. 6. 3. 0. — 3. — 6, & 6. — 4. — 2. 0. 2. 4; per primam eſt $d^0 = 9$, $d' = -3$, adeòque diviſor tentandus $xx + 9 + \overline{x+2} \cdot -3$

— 3. — 2. 9. 22. — 5. — 6. 17. — 30.
0. 2. 6. 20. — 2. — 4. — 8. — 22.
1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6.
0. — 2.
— 3. — 2. — 1. 2. — 5. — 6. — 7. — 10.
— 8. — 6. 4. 30. — 10. — 12. — 22. — 48.

$= xx - 3x + 3$, per alteram eſt $d^0 = -6$, $d' = 2$; adeoque diviſor tentandus $xx - 6 + \overline{x+2} \cdot 2 = xx + 2x - 2$, per quorum utrumque diviſio ſuccedit. Sic in exemplo 4. ſi diviſores numerorum 903, 9, 7, 9, 3, 7, 2091, minuantur numeris $-3^3 \cdot 1$, $-2^3 \cdot 1$, $-1^3 \cdot 1$, $0^3 \cdot 1$, $1^3 \cdot 1$, $2^3 \cdot 1$, $3^3 \cdot 1$, in reſiduis nulla detegitur progreſſio habens differentias ſecundas æquales; ſed ſi iidem diviſores minuantur iiſdem reſpectivè numeris -3^3, -2^3, -1^3, 0^3, 1^3, 2^3, 3^3, ductis in alterum diviſorem coefficientis altiſſimi termini quantitatis propoſitæ nempe 2, id eſt, ſi minuantur numeris — 54, — 16, — 2, 0, 2, 16, 54 remanebunt ſequentes numeri, in quibus per comp Schol. 2, & 3. detegitur progreſſio 11. 7. 3. — 1. —

55. 57. 61. 75. 97. 183. 355. 957. &c.
17. 19. 25. 15. 13. 7.
3. 9. 1. — 5.
1. 3. 9. — 1. — 3. — 9.
— 1. 1. — 3. — 5.
— 15. — 19. — 17. — 23.
— 53. — 51. — 37. — 13. — 3. 69. 643. 2037. — 55. &c.

5. — 9. — 13. habens primas differentias æquales, & ſecundas = 0, & in qua poſito $-n = -3$ eſt $d^0 = 11$, $d' = -4$, $d^2 = 0$, unde per Scholion præſens, diviſor quæſitus trium dimenſionum erit $2x^3 + 11 + \overline{x+3} \cdot -4 + \overline{x+3} \cdot \overline{x+2} \cdot 0 = 2x^3 - 4x - 1$.

EPISTOLA CLXXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De ejus valetudine adversa. De NEWTONI *Regula. De* ROLLIO *&* P. GOUYE. *De Aleæ. calculo. De multigibbis*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1708. Jun. NON raro evenit, ut mihi differenda sint Litterarum commercia, dum valde distineor laboribus plurimum inter se diversis. Resumo tamen, ubi primum licet, & Tecum inter primos. Sed nec plane hac hyeme adversa valetudo abfuit; magis quidem molesta quam periculosa; etsi enim appetitus imminutus esset, alia tamen fere mala aberant. Tuam vero vicem valde doleo, cui somnus inprimis necessarius molesta tussi interrumpitur. Sanguinis acrimoniæ hoc plerique imputabunt, sed fieri tamen etiam potest, ut sit aliquid in partibus, quas solidas vocamus [etsi sint molles admodum, ut pulmones] quod facile irritetur. Novi quibus tussis a juventa in senectam duravit; sed quantum memini, somno fruebantur. Acrimoniam partim obtundentibus infringere, partim diluentibus auferre licet, & posterius tutius arbitror.

Mirifice placet specimen Tui ex Fratre Nepotis; & curabo omnino, ut *Berolinensibus Miscellaneis* inseratur. Tuam solutionem stationis planetariæ a Dño. HERMANNO obtinebo. Quia ingeniosum & felicem juvenem esse video, aliud excerptum ex NEWTONO Tibi mitto, quo si videatur exercere ingenium utiliter poterit. Modus est investigandi numerum radicum impossibilium ex mutatione signorum; qui licet non sit universalis, videtur tamen aliquid habere in recessu, & perfici posse.

Mihi

vist. 167-172. Tom. II. pag. 210.

Fig. III.

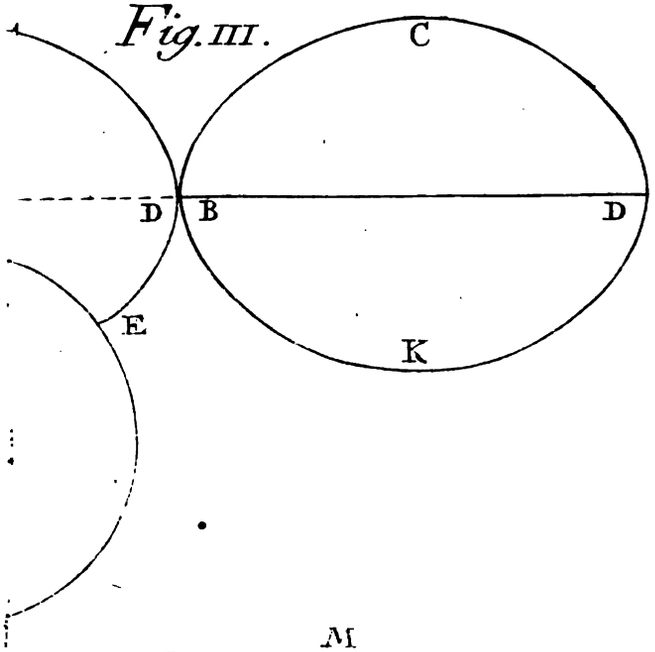


Fig. 112.

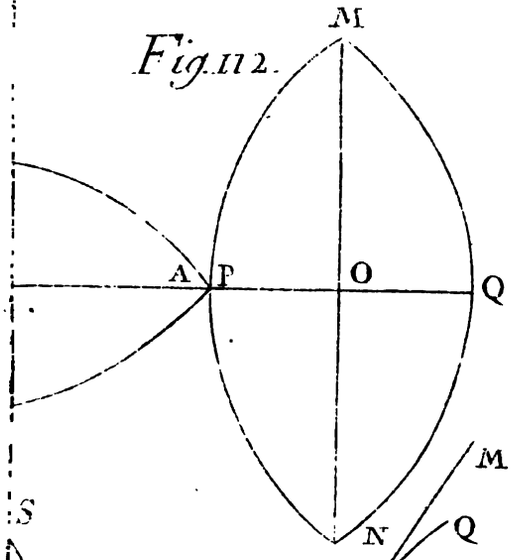
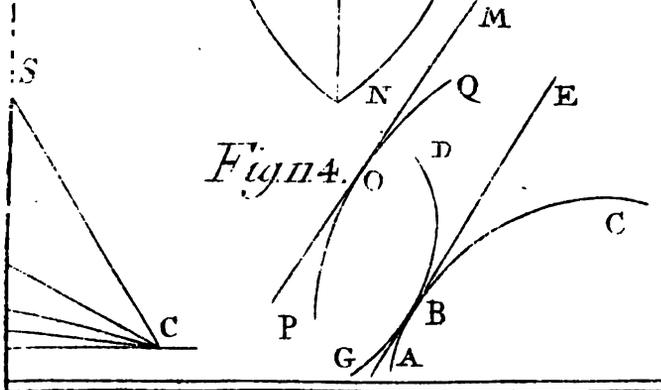


Fig. 114.



Mihi, ut facile judicas, talibus hodie vacare non licet, sed nec Tibi suaserim, ut hujusmodi rebus animum valde intendas. 1708. Jun.

Mihi non fit verisimile ROLLIUM latere sub litteris *F. D. C. Abb. Vall.* quia ille, ut intelligo, constanter alienus est a Calculo nostro; at vero hic de eo non inique judicat: an vero recte usus sit, examinare non vacavit.

Cum ROLLIO olim in Calculo nostro fugillando conspirabat P. GOUYE *Jesuita Claramontanus*, qui etiam effecerat ut in *Memoriis Trevultianis* quædam mordacia, sed revera inepta inserrentur. Isti homines non intelligunt nos in Geometria aut Analysi nostra minime habere opus controversiis metaphysicis de compositione continui; cum sufficiant indefinite parva, id est tam parva ut error fiat minor dato; vel quod eodem redit, observari regulam continuitatis a me aliquando in *Novellis literariis Baylii* propositam, quæ jubet ut casus specialis rei evanescentis contineatur sub regula generali, quod axioma etiam in Physicis utile esse ostendi.

Non memini aliquid audire de MONTMORTIO, qui de ludis fortunæ librum parat. (1) Vellem hoc argumentum bene tractaretur: Sed & Domini *Fratris* Tui, piæ memoriæ, meditationes de talibus vellem non perire. Credo enim aliquid in illis fore non spernendum. Et omnino optarem selecta ex ipso aliquando in lucem proferri. Utilitati enim publicæ consuli omnibus modis velim.

Dantur haud dubie curvæ multigibbæ sine flexu contrario, & tales esse tuas re considerata patet; sed quia alias sæpe inter gibborum convexitates concavitas intercedere solet, ideo ad integritatem demonstrationis hoc ipsum utiliter admonebitur esse cavas ad easdem partes, provocando ad constructionem; alioqui lectori prima fronte suspecta videri potest demonstratio.

Amicus quidam mihi dixit: Te in eo esse, ut ad Belgas

(1) *Essai d'Analyse sur les jeux de hazar. à Paris* 1708. 4°.

redeas, *Lugdunique* ſperari. Gaudebo Te nobis propinquiorem reddi; gaudebunt alii quoque amici. Vale.

Dabam *Brunſvigæ* 27. Junii 1708.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Reſponſio deeſt.

EPISTOLA CLXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De* PARENTIO. *De* MARIOTTI *experimento circa Colores Theoriæ* Newtonianæ *adverſo.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1709. April. DIU eſt quod nihil de Te vidi. Spero tamen valere Te & mei benevole meminiſſe. Conſtitutum eſt tandem, ut *Miſcellanea* quædam Societati Regiæ communicata imprimantur hoc anno, ubi Tua inſerentur de multigibbis, ſane digna quæ non pereant. Cl. HERMANNUS ſuis de ſtatione planetarum Tua, ut par eſt, inſeruit; Sed neſcio an hoc anno ſint edenda: Urgebo tamen, ut fiat. Sed acutiſſimi Juvenis, Tui ex Fratre Nepotis, elegans demonſtratio Regulæ *Newtonianæ* in alium annum differetur. Quid agat Cl. VARIGNONIUS aliique amici in *Gallia* rarius intelligo. Neſcio an videris PARENTII Diſquiſitiones; in quibus, ut audio, CARTESIUM, HUGENIUM Vos quoque Fratres, & me etiam acerbius tractari dicitur, quam deceat. Sed illi conſtitutum eſt laureolam in hoc alios carpendi muſtaceo quærere; & perinde agere, ac ſi nemini quicquam debeat;

beat; quæ ſcribendi ratio vereor, ut approbetur; nam invidiæ & præpoſteræ ambitionis manifeſta eſt. 1709. April.

LA HIRIUS ait ſe præſentem fuiſſe cum MARIOTTUS olim magna diligentia exploravit mutationes colorum, quos radii lucis per refractionem ſubeunt; experirique viſus eſt, colorem refractione ortum rurſus nova refractione mutari: cujus vero eventus contrarium aſſeverat NEWTONUS; cujus tota de coloribus doctrina hoc nititur fundamento; quod radii colorati refractione exeuntes, ſive primigenii [ſaltem quoad ſenſum] & in radiis ordinariis confuſi per refractionem ſeparentur; & poſtea novam coloris mutationem non ſubeant, etſi nova fiat refractio. Vellem ut in Academia Regia accurata hujus rei experimenta ſumerentur; res enim magni eſt momenti. . . . . .

. . . . . .

Quanquam ego arbitrer, ſi hæc experimenta colorum reſumerent examinarentque, multa illis occurſura, quæ hactenus nec MARIOTTUS, nec NEWTONUS notavit, nec proinde ingloriam operam poſiturum, qui hoc argumentum proſequeretur. Nullum nunc MARIOTTUM Academia habet. Quod ſupereſt, vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 25. Aprilis 1709.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Error eſt aliquis in die vel menſe.*

EPISTOLA CLXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De curvis multigibbis.. De CRAIGII *errore. De* PARENTIO *&* LA HIRIO. *De* CLONEMORI *Opere. De Alea. calculo. De* Nic. BERNOULLII *uſu* Artis conjectandi in Jure. *De curva Elliptica ad circularem reducenda.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1709. April. NIsi aliunde, ante acceptas Tuas noviſſimas, de optato valetudinis Tuæ ſtatu certior fuiſſem factus; certe diuturnum Tuum Silentium aliquid ſiniſtri de ea judicandi facile præbuiſſet anſam. Gaudeo vero nunc etiam ex Tuis intelligere Te vivere, & valere. Ubi quædam Miſcellanea, ſub auſpiciis Societatis Regiæ impreſſa, lucem viderint, ſpero & mihi Exemplar unum donatum iri. Facile auguror, Te moderatore, nil niſi quod ſelectum eſt, & quod ſapit, ibi contineri. Siquidem ea quoque inſerenda judices, quæ de Multigibbis fuit meditatus, poſſem ſubminiſtrare nova ad eam materiam ſpectantia: ex eo enim tempore multum eam excolui, & promovi. Detexi enim, citra jactantiam, admiranda Theoremata nequidem Circuli tetragoniſmo cedentia: limites quippe, pro Ellipſibus perimetris ad circulares revocandis, non tantum provexi ulterius, ſed & certam eamque facilem Legem, provehendi quouſque lubuerit, erui: habeoque etiam Theorema geometricum (quod applauſum Tuum merebitur) exhibens duos circulos, quantumvis prope æquales, quorum unius circumferentia major, alterius minor eſt Ellipſi propoſita: Aliud vero longe generalius mihi ſuppetit Theorema, quod ſpectat ad quamvis curvam propoſitam intra duos arcus circulares

culares quantumvis ſibi propinquos commutandam: id quod ope hujus Theorematis e veſtigio exequi licet. Si primi Tomi impreſſionem non retardarent; poſſem ſubmittere inventa hæc mea prioribus meis adnectenda, vel ſaltem ad calcem totius Tomi ſubjungenda, inſtar appendicis. Sin minus, id ſequenti Tomo commodius inſeretur. Hoc ſaltem Te rogo, ut, ſi poſſibile ſit, reſponſionem meam in priori publicandam cures, quam nuper dedi CRAIGIO, motus noſtros, Tuum nempe Tractorium, & meum reptorium ſuggillanti. Videbis eam in excerptis quæ hic Tibi mitto, ex litteris (1) quas ſcripſi ad Illuſtriſſimum BURNETUM Epiſcopi *Salisbur.* Filium, qui ſe GRAIGII diſcipulum dicit, & nuper, per aliquot hebdomades, *Genevæ* veniens, in meis ædibus hoſpitium ſumſit; dein iterum eo reverſus, nunc in *Italiam* profectus, tandem etiam in itinere per *Germaniam* ſuſcipiendo Te ſalutabit. Mitto etiam, quoniam forte non videris, Schediaſma ipſum *Craigianum*, (2) ubi, ex occaſione ſolutionis ſuæ problematis de transformatione curvarum, noſtras methodos per motus reptorium & tractorium, ut ille putat, tanquam minus geometricas, exagitat: Videbis quam . . . . . ille erraverit, & quam ridicula ſit ejus ſolutio, per quam daturus curvam curvæ æqualem, ſed diverſam, ipſe neſcius incidit in eamdem cum data, nec niſi ſolo axis ſitu diverſam. Quæ ſolutio, cum primo intuitu ſpecioſa valde, ſed inventu obvia ſit, ante decem fere annos me ipſum [niſi ſtatim paralogiſmum animadvertiſſem] decepiſſet, quemadmodum revera poſtea MOIVRÆUM, qui in eamdem ante CRAIGIUM incidit, ita faſcinavit, ut etiam vulgaſſet, niſi, ea mihi prius per litteras ſignificata, ex errore ſuo ipſum extricaſſem; pro quo mihi gratias egit. . . . . Itaque CRAIGIUS, qui noſtras ſolutiones, ut minus geometricas, ſuæ criſi ſubjicere voluit, ſuam prodidit nuditatem; atque adeo noſtrum Problema, quod tam facile & ſua appli-

1709. April.

(1) *Vid.* Miſcell. Berol. Tom. I. p. 184. *vel* Joh. BERNOULLII Opp. Tom. I. N°. LXXXII. p. 451.

(2) Joh. BERNOULLI Opp. Tom. I. N°. LXXXI. pag. 449.

1709. April. applicatione quaſi indignum prædicabat, tamen tandem, invitis omnibus ſuis methodis, irreſolutum relinquit. Hinc vides quam infeliciter motum reptorium, & quæ inde deduxi miranda Theoremata, ſua cenſura perſtringere auſus fuerit. Neceſſe itaque eſt, ut veritas contra CRAIGIUM vindicetur, ipſius vero error publice refellatur, ne apud ignaros aliquid ponderis inveniat, quod in præjudicium motus mei reptorii [inventi certe utiliſſimi] præcipitanter nimis, & ut ipſe poſtea in privatis ad BURNETUM litteris faſſus eſt, ſine prævio examine deblateravit. Hoc vero commode fiet, ſi contrahas quæ in reſponſione ad BURNETUM dedi, & poſtea ſubnectas iis quæ de multigibbis communicavi; quæ utique ejuſdem ſunt materiæ, nempe ex *motu reptorio* fluentia.

Diſquiſitiones PARENTII (1) non vidi, ſed ab HERMANNO audivi quam acerbe tractet, non me tantum [quod me non adeo offenderet] ſed & Te, alioſque Viros de re mathematica tam præclare meritos. Tranſmiſit mihi HERMANNUS excerpta quæpiam ex ejus libro, ubi refutare conatur meum quondam ſpecimen Dioptrico-catoptricum. Sunt autem nihil, præter puras putas cavillas; unde quilibet perſpiciet hominem hunc nihil aliud in animo habere, quam ut aliena extenuet, ſua vero extollat. Mihi vero indignus eſt cui meo nomine reſpondeam, ideoque niſi quoſdam obſervatiunculas ad Dnum HERMANNUM, ut, ſi forte inveniat occaſionem, alio ſub nomine publici juris faciat. . . . . .

Quod LA HIRIUS dicit, ſe præſente, a MARIOTTO exploratum eſſe colorem radii lucis prima refractione genitum, mutari in alium refractione ſecunda: vereor ne id . . . . . dictum ſit ad elevandam NEWTONI doctrinam elegantiſſimam de radiorum coloribus.

REMUNDUS DE MONTMORT ſcripſit nuper mihi ſe ad me miſſurum librum ſuum cujus Titulus *Eſſay d'Analyſe ſur les jeux*

(1) *Recherches de Mathematique & de Phyſique, par Mr. Parent* 12° Paris 1705. 2. vol. & *poſtea* ibid. 1713, 3 Vol.

jeux de hazard ..... Fratris mei Filius ad prelum parat Diſſertationem inauguralem Juridicam de ſimili materia, nempe, *De uſu artis conjectandi in jure* (1), ubi tractandas ſuſcipit quæſtiones varias in Jure agitari ſolitas, præcipue circa abſentes pro mortuis habendos, reditus item vitales &c. adeo ut, quam ego olim ad Medicinam, ille nunc ad Juriſprudentiam non inutiliter applicare inſtituat Matheſin noſtram: quod quidem apud Juriſconſultos [qui hunc tractandi modum inſuper habent] aliquid novi & inſoliti erit. Ubi prelum evaſerit hæc Diſſertatio, eam quoque ad Te mittam; modo mihi commodam mittendi viam indices. Spero illam non diſpliciturum. Quod ſupereſt, Vale & Fave. 1709. April.

Baſileæ 15. April. 1709.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

P. S. Ne ſpatium hoc vacuum maneat, ecce quoddam ex Theorematibus de quibus ſupra: quod ſi ita judicaveris, poterit ſpecimini de multigibbis ſubnecti; dum ejus demonſtrationem, cum aliis quæ huc pertinent, commodiori tempore ſim daturus. Eſto (*Fig.* 115.) Semicirculus A 4 B, cujus diameter AB, compoſita ex ſemiaxibus alicujus Ellipſis AC, & BC; Sit ſemicircumferentia biſecta continuo in 2, 4, 8, 16. & quotcunque libuerit partes æquales, atque rectarum ductarum ex puncto C, ad diviſionum puncta imparia 1, 3, 5, 7, capiatur media arithmetica, hoc eſt $(C1+C3+C5+C7):4$, quæ vocetur M: & rectarum ad diviſionum puncta paria, 2, 4, 6, ductarum auctarumque radio R, ſeu $\frac{1}{2}$ AB ſumatur media arithmetica, hoc eſt $(C2+C4+C6+R):4$, quæ vocetur N: dico M & N fore radios duorum circulorum, quorum ille circumferentiam habet majorem, hic minorem quam Ellipſis propoſita. Sunt enim illi duo circuli, circumſcriptus & inſcriptus

(1) *Prodiit Baſileæ* 1709. 4°.

1709. April. curvæ multigibbæ Ellipticam peripheriam æquanti, duplo plurium exiſtenti gibborum quam eſt numerus diviſionum. Unde ſi in 8 partes dividatur circumferentia A 4 B, erunt M & N duo radii duorum circulorum circumſcripti & inſcripti curvæ ſedecigibbæ, quæ ſit Ellypſi æqualis. Eſt vero, ut calculus me docuit, M ad N in minori ratione quam 6000001 ad 6000000, ita ut jam Ellipſis verſetur inter duas circumferentias circulares, quæ inter ſe non differant ſexies-millioneſima ſui parte: Intelligе hoc de Ellipſi, cujus axes inter ſe ſunt ut 5 ad 4. Per diviſionis, ſeu biſectionis continuationem, invenientur limites e veſtigio, incomparabiliter propinquiores. Sunt enim, ſicuti *in* præcedentibus oſtendi, celerrime convergentes. Alia *mirabiliora in* aliam occaſionem refero.

Intercidiſſe videtur aliqua Epiſtola BERNOULLIANA.

EPISTO-

EPISTOLA CLXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Varia. De æſtimandis reditibus ad vitam. De Logica probabilium.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

QUASDAM ad Te litteras meas periiſſe oportet. Nam certum eſt me Tibi hoc anno ſcripſiſſe, & ſignificaſſe reddita mihi Tua nova de Multigibbis & *Miſcellaneis Berolinenſibus* [quæ nunc ſub prelo ſunt] cum prioribus de hoc argumento ſcriptis, inſertum iri. Nunc ex Tuis noviſſimis intelligo, dubitare Te an quæ 15 Aprilis ad me dediſti ſint reddita. Quî factum ſit ut reſponſio mea perierit, judicare non poſſum. Interea nihil magnopere continebat, quod conſervari mereretur, tantumque ſignificabat deſiderio Tuo ſatisfactum iri. Miror Dnum CRAIGIUM bis in eumdem lapidem impegiſſe. Videtur non ſatis attente verſari in his quæ tractat, quemadmodum & CHEYNÆUS. Diu eſt quod de MOIVRÆO quoque nihil intellexi, neque etiam *Anglicas Tranſactiones* vidi. Etiam Dnus HERMANNUS a multo tempore ſilet, etſi Dnus *Abbas* FARDELLA ſubinde ad me ſcripſerit. *Danum*, per quem mihi Diſſertationem Tui ex Fratre nepotis, juvenis ut apparet, Docti & ingenioſi miſiſti, non vidi, nempe quod me domi non inveniſſet. Gratulor veſtræ Familiæ proventum ingeniorum, & velut hereditariam in matheſi præſtantiam. 1709. Septem.

In æſtimandis reditibus ad vitam occupati olim fuere, cum HUGENIO, HUDDENIUS non tantum, ſed & Penſionarius *Johannes* DE WIT, cujus breve ea de re extat Schediaſma Belgico Sermone, ſed in uſum popularium, ut intelligerent rei

1709. Septem. æquitatem. Quæ de *Amſtelodamenſi* æſtimatione refert Tuus ex Fratre nepos, credo ex *Huddenianis* computationibus fuiſſe profecta. Quidam FERGUSONIUS Belga ex Scotis oriundus, qui olim aliquot menſibus *Hanoveræ* egit, & librum quemdam Algebraïcum Belgice edidit, multa mihi de WITTII & HUDDENII in hac diſquiſitione meditationibus memorabat, etſi eorum methodos ratiocinationeſque non teneret. Vellem talia ex ſchedis ipſorum eruerentur, neque enim dubito quin plurima inde diſceremus. VOLDERUS jam & FULLENIUS Viri Egregii obiere, ita non exiguam jacturam res mathematica paſſa eſt. Vivamus ſed amice, noſque amemus, & quamdiu Deo viſum erit, in ſtadio pergamus. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 6. Septembris 1709.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Mereri puto Domini Fratris Tui p. m. librum, qui edatur, idque ſcribenti plus ſemel ſignificavi. Sæpe monui deeſſe nobis partem Logicæ de gradibus verifimilitudinis; æſtimandos autem cenſeo ex gradibus poſſibilitatis, ſeu ex multitudine æqualium poſſibilitatum. Oſtendi olim in ſchediaſmate quodam politico (1) Principis juſſu edito, quaſdam æſtimationes fieri per additionem, quaſdam per multiplicationem.

(1) *Illud quale ſit, non ſatis novi.*

EPIS-

EPISTOLA CLXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De oblata sibi Cathedra Leydensi. *De* Craigio, Scheuchzero & Moivræo. *De Agnato suo. De* Fratris Arte conjectandi. *De* Wolfio, Hermanno, Gullielmino, Fardella & Contio. *De* Newtoni *Principiis. Deque* Hermanni *Phoronomia.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

NON sine aliqua ægritudine video commercium nostrum tam segniter procedere; vereor sane ne tandem prorsus emoriatur. Litteras subinde ad Te dedi, sed raro responsionem accipio: dicis quidem in postremis quas accepi, quasdam alias ad me Tuas periisse, id quod ab aliquot annis jam sæpius contigisse a Te intellexi; secus ac olim, ubi tam accurate litteræ Tuæ mihi tradebantur. 1710. April.

Burnetus, Juvenis egregius, qui novissimas meas ad Te detulit, mihi nuper scripsit *Hagæ*, & Tuam erga se urbanitatem multis deprædicavit, eam præcipue commendationi meæ adscribens: Quod si ita sit, magnas eo nomine ago gratias. Multus est Burnetus, ut mihi persuadeat acceptandam esse vocationem *Leydensem* denuo oblatam: subvidi eum ita scripsisse ex instigatione Illustrissimi Obdamii primi Curatoris Academiæ *Leydensis*; rescripsi vocationem non displicituram, si lautioribus conditionibus offeratur, quæ nimirum mutationis hujus novæ molestias & incommoditates, sane summi momenti, nonnihil compensarent.

An *Miscellanea Berolinensia* vestra nondum evaserunt prelum, sub quo ea sudare dudum est quod dixisti? Quod si in

1710. April. lucem prodierint, rogo ut mihi quoque aliquod Exemplar mittatur. Spero me ibi visurum, quæ contra paralogizantem CRAIGIUM ad Te misi: eadem etiam cum totius litis *Craigianæ* narrationem MOIVRÆO transmisi, per SCHEUCHZERUM Juniorem Medicum *Tigurinum* in Orbe erudito non obscurum, qui nuper iter aggressus est in *Belgium*, *Angliam* & *Galliam*, forte in transitu per *Germaniam* Tui videndi copiam quæret; hunc enim cum-primis scopum istius itineris habet, ut Viris Eruditis & Celebribus innotescat: quamobrem me rogavit, ut quum ad Te scripturus essem, sui etiam mentionem injicere, & se Tibi in antecessum commendare vellem. Anhelat vir bonus aliquam honestam stationem & Professionem sibi convenientem; qualem si Tu ipsi conciliare posses, maxime *Tibi foret devinctus*, æque ac Dominus MOIVRÆUS, insignis certe Geometra, qui haud dubie adhuc hæret Londini.....

Habet Agnatus meus de quo sibi gratuletur, quod Dissertatio a se conscripta Tibi non displicuerit. Discessit nuper in *Galliam* abiturus, postquam aliquandiu *Genevæ* commoratus fuerit. *Parisiis* inveniet occasionem studia nostra ulterius prosequendi; videbit MONT-MORTIUM, qui de simili fere materia, nempe de ludis a fortuna pendentibus non ita pridem Librum edidit, in quo autem nihil valde singulare deprehendi..... Observationes meas in hunc Librum Authori transmisi (1), quoniam Judicium meum de eo à me petiit. Fratris mei Opus posthumum, si ultimam manum vidisset, & lucem publicam aspiceret, foret, haud dubie, omnium, quæ circa hanc materiam prodierunt absolutissimum: sed dubito an unquam proditurum sit, per nescio quam ..... heredum suspicionem. Vidit manuscriptum HERMANNUS, cum, rogante vidua, statim post obitum mariti, hujus schedas & chartas in ordinem redigeret.....

Audeo ad Te mittere Epistolam hanc adjectam, & inscriptam Cl. WOLFIO; rogo ut illam ipsi transmittas, per tutissimam viam: Reliqui eam apertam, sub sigillo, quod vocant, volante, quod,

(1) *Opp.* Tom. I. N°. LXXXIV. pag. 453-468.

quod, lectione peracta, obſerabis: invenies ibi quædam etiam ad Te pertinentia, circa æſtimationem virium....., Illius *Aëro-meiriam* Tibi quoque viſam non dubito..... 1710. April.

Ab HERMANNO noſtro interdum accipio Litteras; noviſſimæ, quas ab eo habeo, datæ ſunt 15. Februar: hujus anni. Statio *Lugdunenſis* ipſi ſalivam movet, cum qua libenter *Patavinam*, in qua nunc eſt, commutaret: hoc equidem *Lugdunenſibus* indicavi, me ipſis commendaturum aliquem virum, qui me deficientem facile reſarciat: Interim in hunc uſque diem a me non deſiſtunt, neſcio qua de me opinione occupati. Rumor quidem erat KEILIUM ex Anglia illuc vocatum iri, quod vix credo.

GUILLELMINUM, relicta ſua Cathedra, acceptaſſe munus Archiatri apud *Magnum Etruriæ Ducem*, cum annexo ſalario annuo 1600 Piaſtrarum Florentinarum, forte jam audiveris; ſed & FARDELLA GUILLELMINI exemplum imitatus, in Catalauniam ſe contuliſſe dicitur, quid ibi facturus neſcio.

De..... *Abbate* CONTI Nobili *Veneto* mihi multa narrat HERMANNUS, & de ejus peritia in reconditiore Geometria. Cæterum vero multos jam in *Italia* eſſe, qui in hac ſcientia excellant, non audivi: in *Gallia* non-nihil excolitur, ſed non eo ſucceſſu quo vellem: Floret felicius, ut videtur, in *Anglia* & *Scotia*: quantum valeat in *Germania* noſtra mihi ignotum eſt.

An ſecunda Editio *Principiorum Philoſophi orum* NEWTONI comparuerit, utpote quam ſub prelo eſſe jam diu intellexi, fortaſſe Tibi innoteſcit; aut eam omnino jam vidiſti: cujus videndi & ego magno deſiderio teneor. MOIVRÆUS enim, jam ante annum, mira mihi de ea jactitabat. Curioſus ſum videndi num Author in hac ſecunda Editione correxerit quoſdam errores..... quos ego in prima animadverti.

HERMANNUS ſcribit, quod & ad Te ſcriptum non dubito, ſe parare aliquod Opuſculum ſub titulo *Mechanicæ fluidorum* (1); quod

(1) *Hæc eſt ejus* Phoronomia, *quæ demum* A°. 1716. *Amſtelodami prodiit in* 4°, *in qua non de fluidorum modo, ſed & ſolidorum viribus & motibus agit.*

quod erit Collectio eorum quæ de hac materia in variis operibus disperſa ſunt. Quod ſupereſt, Vale, vir ampliſſime, & Fave.

Baſileæ 26. Aprilis 1710.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſuis occupationibus. De BURNETO, *&* SCHEUCHZERO. *De Logica probabilium. De* HERMANNO. *De* WOLFII *Aërometria. De* NEWTONI *Principiis Philoſophiæ. De ſtudio Mathematico.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor & Amice Honoratiſſime!

1710. Jun. QUOD non ita crebro inter nos commeant litteræ, faciunt potiſſimum diſtractiones meæ, tam multiplices, ut vix illis ſufficiam. Potiſſimam efficiunt Hiſtorici labores, quos Principes exigunt, in quibus nunc magna cum contentione verſor, ut aliquando illis defungi poſſim; ſed & poſcunt me ſubinde negotia Aulæ, ipſi Principes, *Berolinum*, *Gueſfebytum*. Accedunt litteræ ex multis locis, de rebus non tantum mathematicis & philoſophicis, ſed & de pertinentibus ad jus publicum, ad res ſacras, ad Hiſtoriam, ad antiquitates, litteraſque elegantiores. Etiam nummi & inſcriptiones interdum mecum communicantur. Multum etiam temporis detrahunt allocutiones peregrinantium, qui ſubinde ad me adeunt, nec honeſte repelli poſſunt.

Subinde

ſubinde etiam in chartam conjicio novas, quæ forte incidunt cogitationes, ne plane pereant; ſed vix aliquid elaborare potero in alio genere, antequam Hiſtoricis laboribus fuero defunctus, quod intra biennium fiet, Deo volente; modo ſcilicet valetudo & vita eo-uſque durent. Sane valetudine nunc iterum percommoda utor, etſi hac hyeme Arthriticos aſſultus, aliaque incommoda ſenſerim. 1710. Jun.

Dominus BURNETUS per aliquot ſeptimanas apud nos egit, & humanitatem Tuam, communicandique facilitatem, ut cæteras dotes taceam, pro merito laudavit. Mecum ſubinde egit, ſed non tam crebro licuit ac voluiſſem. Certe de variis locuti ſumus. Diſcedens, litteris *Hanovera Guelfebytum* ſcriptis, a me hiſtoricas quaſdam notitias deſideravit. Reſcripſi ut tunc quidem poteram, ſed an reſponſum meum acceperit, neſcio; nam ex quo *Hanovera* diſceſſit, nihil ejus vidi, & quæ in *Batavis* agat pro parte ex Tuis intelligo. Facit recte, & pro gratitudine quam Tibi debet, quod rem Tuam apud illos curat. Ego de negotio tali conſilium dare non audeo. Tibi lætiſſima omnia ex animo opto. Excerpta Epiſtolarum tuarum in *Miſcellaneis Berolinenſibus* prodiere (1), etiam quæ ad *Craigianam* controverſiam pertinent. Exemplaria apud Bibliopolas vidi, ſed nullum hactenus *Berolino* accepi: expecto tamen, nec dubito etiam Tibi Exemplum miſſum iri; ita enim dudum conſtitutum eſt, me ſuadente.

Gratiſſima mihi erit etiam junioris Dni SCHEUCHZERI notitia. Utinam egregiis ingeniis ſemper ſubveniri poſſet; ſed ſcis multa hic in caſu, ſive fortuna ſita eſſe.....

Si Dominus Agnatus Tuus, juri dans operam, urgeat & perficiat cæpta Fratris Tui Domini *Jacobi* BERNOULLI circa æſtimationes probabilitatum, faciet rem utiliſſimam. Ego jam a puero hoc argumentum verſavi, tunc imprimis cum juri darem operam, & de conjecturis, indiciis, præſumptionibus, & gradibus probationum minus plenarum, ſemi-plenarum, plenarum,

(1) Tom. I. pag. 173-185. *vel* Opp. Tom. I. Nis. LXXVII. LXXIX, LXXX, LXXXII, pag. 437-452.

1710. Jun. similibuſque agerem. Nemo enim hoc argumentum melius excoluit quam Jure-Conſulti; ſed illi non ſatis ad certa principia methodumve revocarunt.

Dnus HERMANNUS mihi non ſignificat conſilium ſibi eſſe mutandi *Patavinam* ſtationem: non tamen mirarer, ſi alia non inferiore oblata hoc faceret, cum ad Miniſterium Eccleſiaſticum ordinatus ſit, cujus functiones illo in loco exercere non poteſt. Idem nihil ad me de GULIELMINI mutatione ſcripſit.

Monita Tua ad Aërometriam WOLFII, quæ ipſi tranſmiſi, merentur aliquando ab eo in uſum verti, cum Opuſculum, cætera elegans, incudi reddet. Non legi, ſed volutavi, & cum animadverterem Machinæ, qua vim venti æſtimare *inſtituit*, *aliquid* deeſſe, id eum olim monui. Nempe ille venti *fluxum* continuum concipit, qualis eſt fluminis; ſed revera ventus agit per ſuccuſſiones, ut ſic dicam, [Galli dicerent *par bonds*] quæ quo ſunt crebriores, inter idem temporis ſpatium, eo validior eſt ventus, adeoque eſt vis ejus æſtimanda non tantum impetu, ſed & impetuum repetitorum multitudine. Videmus hanc venti indolem, quando in aſſerem ſuſpenſum agit, eumque nunc attollit, nunc non-nihil remittit, cum aquæ jactus aut fluminis eum in eadem obliquitate conſervare poſſit.

Nondum intellexi ſecundam Editionem *Principiorum Mathematicorum* NEWTONI (1) prodiiſſe. Velim diſcere, quos in priore paralogiſmos notaris, *ſcilicet hanc veniam petimuſque damuſque viciſſim. Optimus ille eſt qui minimis urgetur.* Egregia adhuc ab eo præſtari poſſe non dubitem. In *Germania* noſtra nemo fere profundiorem Geometriam ſatis intelligit. WOLFIUS..... cæteris præſtat. Plerique, qui in *Germania* ſtudiis dant operam, vix ad neceſſaria ſufficiunt, ægreque animum attollunt ad ſublimiora; quia ſcilicet per ſtudia non niſi vitæ ſubſidia quærunt. At in illis regionibus, ubi homines locupletes dant

(1) *Ea demum* A°. 1713. *prodiit Cantabrig.* 4°.

dant ſtudiis operam, meliora præſtari poſſunt. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Guelfebyti* 6. Junii 1710.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CLXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Optat videre ipſius Iconem. De vocatione Leydenſi. *De* SCHEUCHZERI *meritis. De* POLENI *Miſcellaneis. De* WOLFIO. *Obſervationes in* NEWTONI *Principia Philoſophiæ. De Problemate virium centralium inverſo. De motu Corporum in medio reſiſtente.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON opus erat tanta apud me excuſatione; novi enim dudum multitudinem negotiorum Tuorum, & miror qui omnibus ſufficere poſſis: alium certe, præter Te, tot tantiſque laboribus defungendis parem non facile inveniam. Succumberem ego, ſi eodem tempore diverſis adeo ſtudiis implicarer, & ſimul negotiis Aulicis aliiſque obruerer. Quod humeri Tui id ferre valeant, hac præſertim qua es ætate, mirabundus gratulor; ac voveo ut valetudine percommoda, qua nunc uti dicis, porro per longam annorum ſeriem frui poſſis, non ſine ingenti communium noſtrorum ſtudiorum, imo univerſæ Rei Litterariæ bono, Tuorumque omnium amicorum & cultorum, quos inter me primum profiteor, gaudio & delectamento. Unum eſt quod abs 1710. Auguſt.

1710. Augusti. Te jam-dudum desideravi, & quod hac occasione non possum non aperire, scilicet cum Tui videndi spes jam omnis mihi videatur præcisa, & hactenus non-nisi mentis & ingenii Tui vastissimi ideam habeam, vultus vero Tui nullam; summopere me beares, si effigiem Tuam, vivis, ut aiunt, coloribus pictam transmitteres mihi; sumtus in eam rem quam-lubentissime erogaturo, qua cum & aliis Iconibus Virorum quorumdam Illustrium, & meorum Fautorum, partim jam comparatis, partim adhuc comparandis, Musæum meum exornabo.

Ex litteris nuperis Domini BURNETI *Haga* missis, intelligo ipsum propediem in *Anglian* trajecturum; dicit quidem Illustrem OBDAMUM omnem moturum lapidem, ut me *potiri* possint, melioribus quam hucusque oblatis *conditionibus*, *sed* expectanda esse quoque meliora tempora.

Cura, quæso, ut *Miscellanea Berolinensia* prompte mihi mittantur.

Ut desiderio meo satisfiat SCHEUCHZERUS senior [Junior nunc in *Galliis* forte versatur] sub prelo habet Physicam, ut mihi scribit, Tibi dedicandam, quam, more *geometrico*, ad mentem scilicet Modernorum concinnaverit, inventis rarioribus Physico-Mathematicis ex optimis Authoribus congestis: an autem pro hoc Geometriam profundiorem satis possideat, de eo valde dubito. Promittit etiam se editurum Mappam, quam jam tradiderit sculptori, *Helvetiæ* universæ; eam fore in 4 partes digestam, ita tamen ut jungi in unum queant, 56 pollices longam & 40 altam; circumcirca, regionum finitimarum loco, observationibus & iconibus selectioribus historico-naturalibus exornatam; continere inprimis observationes & correctiones Geographicas, per 16 annorum itinera congestas. SCHEUCHZERORUM sagacitate, ante annum circiter, inventa est materia in paludibus *Tigurinis*, idonea ad Turfas conficiendas [*Hollandicis*, ut ipse ego expertus, non inferiores], quibus nunc passim utuntur *Tigurini*, summa cum utilitate; viliori enim pretio habentur quam ligna; quo fit ut earum elaboratio & usus magis magis-

giſque increbreſcat, &, quemadmodum ſcribit SCHEUCHZERUS, nunc incipiunt, etiam effodere Carbones foſſiles. 1710. Auguſt.

Agnato meo, qui nunc *Pariſiis* agit, præſcripſi monitum Tuum, de perficiendis cæptis circa æſtimationes probabilitatum. Si Tua quæ de hoc argumento quondam excogitaſti, in lucem ederes; forent haud dubie omnium, quæ hactenus habentur, pro more tuo, curioſiſſima & ingenioſiſſima.

Scribit Dnus HERMANNUS *Marchionem* POLENUM Collegam ſuum edidiſſe nuper opuſculum, de *Barometris & Thermometris*, de Machina Arithmetica & Gnomonicis (1). Talem Machinam Arithmeticam, ni fallor, Tu quoque adinveniſti.

GUILLELMINUM diem ſuum obiiſſe idem HERMANNUS huc perſcripſit. Noſti ſine dubio FARDELLAM ſtationem aliquam habere in Aula Barinonenſi.

An Dnus WOLFIUS monita mea in *Aërometriam* ſuam acceperit nondum audivi. Scribit Dnus MENKENIUS illum velle proficiſci in *Moſcoviam*, ſuam ibi fortunam experturum; forte quod *Halæ* habeat plurimos oſores.

De ſecunda editione Philoſophiæ *Newtonianæ* nihil equidem amplius inaudivi. Quod paralogiſmos attinet, quos olim in prima editione obſervavi, vix annotavi; quare, quantum nunc ſtatim memoria ſuggerit, non niſi unum vel alterum indicabo (2). Poſtquam pag. 48, demonſtravit vim centripetam tendentem ad centrum Ellipſeos, eſſe directe ut diſtantia Corporis gyrantis a centro; concludit, pag. 49. Coroll. 1°. etiam converſam obtinere, hoc eſt, ſi viciſſim vis centripeta ſit ut diſtantia, moveri neceſſario corpus in Ellipſi: eodem etiam modo, quo pag. 50. 51. 52. 53 & 54, demonſtravit vim centripetam tendentem ad umbilicum ſectionis Conicæ eſſe reciproce in duplicata ratione diſtantiarum, concludit pariter pag. 55, Coroll. 1°. Ergo viciſſim curvam, in qua vires centripetæ ſunt in reciproca ratione duplicata diſtantiarum a centro virium, illam curvam eſſe ſectionem conicam. Ego vero dico non legitime colligi poſſe

(1) J. POLENI Miſcellanea. *Venet.* 1708. 4°.
(2) *Vid.* Opp. BERNOULLI Tom. I. N. LXXXVI. pag. 470.

1710. Auguſt. has converſas, licet harum veritatem, ſingulari quodam calculo, qui alias ad differentias ſecundas deducit haud facile ſeparabiles, compertam habeam. Concluſiones igitur Auctoris vitioſæ ſunt formaliter, quamvis veræ materialiter: demonſtrare enim prius debuiſſet [quod autem non fecit] unicum tantum genus curvarum poſſe datæ legi vis centripetæ ſatisfacere, ſeu eam legem virium ſoli Sectioni conicæ competere, & nulli aliæ curvæ. Noſti enim hujuſmodi Problemata, quæ præſertim definunt in æquationes differentio-differentiales, plerumque admittere diverſa curvarum genera; imo quandoque curvas tranſcendentales quaſdam & alias algebraïcas eidem Problemati poſſe ſatisfacere, quemadmodum alibi oſtendi. Quid opus eſt multis? Habemus *Exemplum apud* ipſum NEWTONUM pag. 47, ubi oſtendit *in Spirali logarithmica*, centrum habente in centro virium, vim centripetam eſſe in triplicata ratione reciproca diſtantiarum: Potuiſſet enim, eodem jure, ex ea concludere converſam, dicendo, unde viciſſim [uti fecit pag. 49, Coroll. 1°.] ſi vis ſit reciproce ut cubus diſtantiæ, movebitur corpus in Spirali logarithmica centrum habente in centro virium. Interim, ita ratiocinando, Auctor non tantum formaliter, ſed & materialiter enormi modo peccaſſet: nam præter logarithmicam Spiralem, reperio aliud genus curvarum, ubi ſimiliter vis centripeta eſt reciproce ut cubus diſtantiæ a centro. Sic, inter alias quam-plurimas quæ ſatisfaciunt, unam, præ cæteris mirabilem, invenio Hyperbolam ſpiralem, cujus *nempe* natura hæc eſt, ut rectæ a centro ad curvam ductæ obineant rationem reciprocam cum angulis quos faciunt cum recta aliqua poſitione data per centrum ducta. Item ſi ad rectam, tanquam ſuper axe, deſcribatur curva algebraïca cujus hæc æquatio $s = (\dot{r}r - 2aa) : \sqrt{(4a^2 - r^2)}$, ſumtis ſcilicet coordinatis s & r ex centro virium; dico etiam hanc curvam algebraïcam hoc præſtare, ut mobile in illa feratur viribus centripetis diſtantiarum cubis reciproce proportionalibus. En ergo jam tres curvas diverſiſſimorum generum, communi tamen hac affectione gaudentes; quæ igitur ſi in aliqua curva reperiatur, ex hoc ſolo nondum concludi poteſt illam curvam eſſe logarithmicam ſpiralem,

lem, potius quam Hyperbolam ſpiralem, aut alteram illam al 1710.
gebraïcam, aut aliam etiam quam exhibere poſſem. Ita quoque Auguſt.
non procedit NEWTONI concluſio ad ſtabiliendas ſuas propoſitiones converſas, etſi veræ ſint; quia prius non demonſtravit leges illas virium centripetarum (quod ſane demonſtratu difficillimum eſt) ſolis ſectionibus conicis competere.

(1) Pag. 260, prop. 10, Problema hoc, quo quæritur, tum medii denſitas in locis ſingulis, quæ faciat ut Corpus quodvis in data quavis linea curva moveatur, tum corporis velocitas in iiſdem locis, ſupponendo reſiſtentiam ſe ſe habere ut medii denſitatem & quadratum velocitatis conjunctim: Hoc Problema, inquam, mihi non recte ab Auctore ſolutum videtur. Quamquam autem multis in locis evidentia deſideratur, Ubi tamen præciſe erratum ſit non facile detegitur. Quidquid ſit, ex ſolutione Auctoris manifeſte contradictorium ſequitur. Nam pag. 265, ubi applicat ſolutionem generalem ad circulum, invenit denſitatem proportionalem tangentis longitudini TC, & velocitatem proportionalem ipſi $\sqrt{BC}$, quod etiam ita eſſe per meam ſolutionem invenio: ſed quando habet reſiſtentiam, eſſe ad gravitatem, ut OB ad circuli ſemidiametrum OK, hoc verum eſſe non poteſt; quod ita facile probo; cum enim vis gravitatis abſoluta ſit ad eam ejus partem, qua ſecundum tangentem curvæ urgetur mobile, (quamque NEWTONUS vim motricem vocat), ut ſinus totus ad ſinum inclinationis tangentis ad horizontem, hoc eſt, ut OC, ſeu OK, ad OB: eſſet itaque gravitas ad reſiſtentiam, ut gravitas ad vim motricem: adeoque reſiſtentia æqualis vi motrici, & ſic quantum de velocitate per reſiſtentiam quolibet momento amitteretur, tantumdem per vim motricem reſarciretur: hinc ergo velocitas foret æquabilis, & tamen dicit decreſcere in ratione ipſius $\sqrt{BC}$; adeoque ſibi contradicit. Ego per meum ſolvendi modum, qui valde naturalis videtur, invenio reſiſtentiam ad gravitatem ut 30 B ad circuli diametrum AK, ex quo ſequitur reſiſten-

(1) *Vid. Opp.* Tom. I. N°. LXXXVIII. pag. 502. & N°. XC. pag. 514. & ſeq.

1710. Auguſt. ſiſtentiam ad vim motricem eſſe ut 3 ad 2, hoc eſt in conſtanti ratione ſeſqui-altera; & ſic reſiſtentia ſemper majori exiſtente vi motrici, velocitas decreſcere debet; quod cum vera ſolutione optime conſiſtit. Cæterum generaliſſima mea ſolutio ita ſe habet. Sit (*Fig.* 116.) ALK curva quæcunque data; vocetur gravitas G, reſiſtentia R, denſitas D; ſit etiam abſciſſa (LO — CB) $= x$, applicata (OB) $= y$; radius evolutæ in C $= r$; velocitas in C $= v$: dico fore $vv = Grdy : ds$; D $= (Gdx - vdv) : Grdy$, & $R = (Gdx - vdv) : ds$. Nota quod per ds intelligo elementum curvæ ſeu $\sqrt{(dx^2+dy^2)}$. Hinc, data curva LCK per æquationem, ratio dy, dx, ds, dv, exprimetur quantitatibus finitis & ordinariis; viciſſim vero determinatur curva, ex data lege denſitatum. Hiſce Vale & me ama.

TA. XXII.

Dabam *Baſileæ* ad d. 12. Auguſti 1710.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimum.

J. BERNOULLI.

EPIS.

EPISTOLA CLXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Promittit ſuam Iconem. De Phyſica mathematice ſcribenda. De POLENI *machina arithmetica. De ejus in* NEWTONUM *Obſervationibus. De* MARIOTTI *experimento circa Colores. Varia. De* NUGUETO. *De ſua cum* STAHLIO *controverſia. De* HARTSOEKERO.

Vir Celeberrime & Nobiliſſime, Fautor Honoratiſſime!

MAGNÆ mihi ſemper voluptati ſunt litteræ Tuæ; adde quod fructum nunquam non afferunt inſignem, & non pœnitenda docent: Utinam vicem Tibi reddere poſſem. Sed ita ſunt res meæ, ut vix amplius cogitationem adhibere ad ea liceat, quæ magna attentione indigent, ut ſolent Analytica & Geometrica noſtra. 1710. Octob.

Multa Tibi debeo, quod benevolentiæ erga me Tuæ ſignificationem eo-uſque porrigis, ut etiam icona vultus habere expectas. Etſi enim parum in ea re momenti ſit, inde tamen intelligo, quam mihi faveas, qui animum etiam ad hæc demittis.

Sereniſſimus Dux ANTONIUS ULRICUS *Guelfebytanas* ditiones regens, juſſit nuper ut pingar, & pictura Bibliothecæ ejus Celebri inſeratur; id ubi fiet, ſimul tabulam exprimi curabo in uſum Tuum.

Spero *Miſcellanea Berolinenſia* tandem ad Te perveniſſe, in quibus maxime diſplicent creberrimi Typorum errores; cætera mediocria ſunt.

Phyſica more Mathematico conſcripta res eſt magna & expetenda. Initium ſimilis operis nuper Vir doctus ex *Batavis* ad me miſit, cujus nomen nunc non ſuccurrit, quia domo abſum,

1710. Octob. sed multa habet circa naturam corporis motusque, quibus minime assentior, quod etiam non dissimulavi. Interim animandi sunt ad urgendum propositum, quicunque talia moliuntur, inprimisque Doctissimus SCHEUCHZERUS noster, a quo plurima egregia expecto. *Honoratus* FABRIUS & *Carolus* RENALDINUS & *Franciscus* LANA, & nuper *Johannes Christophorus* STURMIUS amplis Operibus similia egere; & licet non semper scopum sint assecuti, plerumque tamen nos aliquid docent: *itaque* vellem STURMII Physicam posthumam prodire.

POLENI *Patavini*, Viri, ut apparet, docti ingeniosique, libellus ad me pervenit. Sed Machina ejus Arithmetica *plurimum* differt a mea: nam, ut video, ex ipsius structura, si *365* multiplicare velis per 24, & initio quidem per 4, tunc multiplicabitur per 4 primum 5, deinde 6, tandem 3. sed apud me 365 simul multiplicatur per 4. Imo si adesset 19847365, totum hoc simul per 4 multiplicaretur, ita numerus magnus & parvus, eodem tempore per notam datam multiplicantur. Atque hinc etiam credo Dnus POLENUS Machinam non-nisi ad tres notas produxit.

Gratias ago multiplices, quod Tuas ad *Neutonianum* Opus, sane insigne, animadversiones mecum communicasti; optarem Tibi totum examinare vacaret, quod nec ipsi ingratum futurum scio. In corpore tam pulchro,

——— non ego paucis
Offendar maculis, quas aut incuria fudit,
Aut humana parum cavit natura.

Scis inter ipsum & MARIOTTUM controversiam fuisse circa rem facti. NEWTONUS negat radium per refractionem coloratum rursus nova refractione colorem mutare. Nam in refractione separationem radiorum primitivorum fieri putat. MARIOTTUS in *Tentamine de coloribus* (1) contrarium se expertum ait; &

(1) *Traité sur les Couleurs* Part. I. pag. 226, 228. Ed. 1717. Leyde. 4°.

& alii ex Academia *Pariſina* Regia obſervationibus ejus affuere. Vix tamen auſim credere NEWTONUM hic labi, in re tam capitali, & quam tanto ſtudio excuſſit. Interim apud *Pariſinos* reſumi experimenta ſuaſeram. Sed reſpondit FONTENELLIUS, habere quemque quod agat; quaſi aliquid utilius agere poſſint, quam quo principia maximi momenti conſtituantur. *Berolini* Dnum ANGICOURTIUM *Gallum*, Virum ingenioſum & bene animatum, hortatus ſum, ut experimenta inſtituat, quibus res facti extra dubitationem magis magiſque collocetur (1). 1710. Octob.

Diu eſt quod Dnus HERMANNUS ad me non ſcripſit; ſed & Dnus BURNETUS ex *Batavis*, neque ad me, neque, quantum intelligo, ad alios amicos, quos *Hanoveræ* habuit, litteras dedit; quod negotiis ejus tribuere malo quam oblivioni noſtrum.

Regina Hiſpaniæ per miniſtrum ſtatus *Welfebytanum* Dnum de IM-HOF mihi ſignificari juſſit, affuiſſe Dnum FARDELLAM, & litteras etiam a me attuliſſe, & commendationis noſtræ rationem habitum iri. Plura de ipſo ignoro, neque enim ipſe nobis ex *Hiſpania* ſcripſit, ſed fortaſſe Dnus HERMANNUS plura intellexerit. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Guelfebyti* 15. Octobris 1710.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Hac æſtate *Hanovera* tranſiit *Gallus* quidam Dnus NUGUET, ut ſe appellabat. Is ſe ferebat authorem novi experimenti circa Phoſphorum mercurialem *Pariſiis* a ſe oſtenſi. Exponere id promiſerat, ſed ad me non rediit. Facile, opinor, quid rei ſit *Pariſiis* intelliges. Neſcio an videris ſcripta medica *Georgii Erneſti* STAHLII Profeſſoris *Hallenſis*, qui quamdam, ſuo more, Philoſophiæ & Medicinæ reformationem molitur, miraſque habet ſententias de anima, & contra Philoſophiam me-

(1) *Id per innumera, dehincque inſtituta Experimenta, nunc indubium eſt.*

1710. Octob. chanicam, negans ſpiritus animales, ſpernens utilitatem Anatomiæ exquiſitioris, aliaque Paradoxa defendens, & tamen applauſores invenit. Nobilis quidam Vir, mihi & ipſi amicus, cum coram a me intellexiſſet mihi has ſententias non placere; effecit ut quædam annotata mitterem, quibus Dnus STAHLIUS non ſine ſupercilio reſpondit. In eo ſum ut replicem. Omnia Tibi aliquando occaſione data mittam, qui & ipſe medicus es, & judicium tuum exquiram. Interea rogo, ut *Stabliana* inſpicias, præſertim Theoriam ejus medicam (1) nuper editam, ſi apud vos inveniuntur. Dnus HARTSOEKERUS a me objectiones in ſuas conjecturas petiit. Dedi pauculas, quas inſeruit, [me recte non nominato], & refutavit in ſuis declarationibus, [*Eclairciſſemens* (2)].

(1) G. Er. STAHLII *Negotium Otioſum, ſeu Sciamachia adverſus poſitiones Theoriæ Medicæ veræ a Viro quodam Celeb. intentata*, &c. Halæ 4°. 1720.

(2) *Eclairciſſemens ſur les conjectures Phyſiques* Amſt. 1710. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CLXXXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Gratias agit pro Icone promiſſa. De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De cæruleo* Berolinenſi. *De Phyſica mathematice ſcribenda. Obſervationes aliæ in* NEWTONI Principia. *De* MARIOTTI *experimento circa Colores. De* NUGUETO & STAHLIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

SI quid voluptatis & fructus ex litteris meis percipis, ut quidem dicis, habeo certe de quo mihi gratuler; ita enim ſcopum meum egregie conſecutus mihi videor; Orbi ſcilicet erudito, Tibique præſertim, qui meritis Tuis in eo præ cæteris emines, aliquid gratum & utile præſtare in ſummis votis ſemper habui. Iniquus autem eſſem ſi a Te, hac qua es ætate, exigerem quæ magna attentione indigent, ut ſolent Analytica & Geometrica, poſt tot exantlatos labores, quibus univerſam Rem litterariam æternum Tibi devinxiſti. Scio, & in me ipſo expertus novi, quantum fervor ille & pertinax indagandi ſtudium cum annis juvenilibus paulatim abeat & langueſcat. Marceſcit animi vigor, in corpore debili & longis infirmitatibus attrito, quanquam nondum 44 annum compleverim; quo fit ut neſcio quæ gravis inertia artus meos infeſtet, & hinc animum quaſi ſuffocet, priſtina alacritate privatum. 1710. Decem.

Mirifice me delectabis, & pro inſigni benevolentiæ ſigno habebo, ſi vultus Tui imaginem, ut polliceris, mihi tranſmittere dignaberis, hac quidem tabula, cum aliis Virorum Illuſtrium iconibus, Muſæum meum exornare conſtitui: Paucis ante diebus, accepi in hunc finem *Pariſiis* pictas effigies BIGNONII,

1710. Decem. MALEBRANCHII, & VARIGNONII, sed HOSPITALII, ejusque Uxoris, fœminæ in Mathematicis non parum doctæ, Icones cum aliis dudum habeo, NEWTONI quoque, si potero, mihi comparabo.

Accepi demum nudius tertius, *Miscellanea Berolinensia*, missu *Cl.* JABLONSKI; cui, quæso, data occasione, gratias meo nomine referas, cum cultu meo officiosissimo. Perlustravi, quamvis hucusque obiter; multa inveni elegantia & minime spernenda: facile quidem suspicor Tibi hujus libri curam incubuisse: Dedicatio & Præfatio, quas a Te profectas credo, quantum quidem intelligo, sunt elegantissimæ latinitatis; stilus planus & facilis, sed simul tersus & castus, uniformis & simplex, & tamen sublimis, video Te selectiora tantum edere *voluisse*. *Plurima* de Tuis interspersa observo, utilia sane & curiosa; placet historia de Phosphoro *Brandiano* (1), antea non satis mihi cognita. Quod ea occasione, Phosphori mei mercurialis tam honorificam mentionem injicere voluisti (2), maximas ago gratias. Quæ de symbolismo calculi algebraïci & infinitesimalis, in comparatione potentiarum & differentiarum habes (3), nondum exhauriunt omnia quæ ante hos quindecim annos inter nos fuerunt agitata. Forte oblitus es temporis longinquitate, quod tunc elicuerim modum applicandi hæc, retrogrado ordine, ad summationes perficiendas, dum scilicet d^{-1}, d^{-2}, d^{-3}, aliud nihil est quam $\int^{+1}$, $\int^{+2}$, $\int^{+3}$, &c. unde mihi regula subnata est [si meminisses, nam Tecum communicavi] differentialium summam, vel integrale $\int y\,dx$, universaliter per seriem exprimendi; quæ quidem eadem fuit, quam paulo ante, sed alia diversissima via inventam, in *Actis* edideram (4): alia præterea circa hunc symbolismum tunc notavimus, quorum in *Miscellaneis* jam pariter non meministi; forte quod brevitati studere voluisti.

(1) *Misc. Ber.* Tom. I. Part. II. N°. I. pag. 91.
(2) Pag. 98.
(3) *Ibid.* Part. III. N°. 1. pag. 160.
(4) *Vid. Epist.* X. & XI. & XII.

luisti Inveni in illis quoque descriptionem Machinæ tuæ arithme- 1710.
ticæ, ejusque usus, qui facilis est, &, ut dicis, infanti incul- Decem.
rabilis, adeoque hoc nomine Machinæ *Polenianæ*, cujus quidem nihil vidi, multum præferenda est: sed optandum esset, ut etiam structuram internam spectandam dedisses; alioquin ab oblivione non vindicatur tua machina, contra hortatum insignium illorum quos nominas, Virorum. In serius exhibitis reperio notitiam Cæculei Berolinensis nuper inventi (1), sed similiter non dicitur, quid sit, vel ex quo paretur: habet ita Lector curiosus notitiam sine notitia. Ad propagandas scientias & artes pro bono publico, eduntur, ut in Præfatione dicitur, hæc *Miscellanea*, & ad sua in communem utilitatem conferenda invitantur curiosi; hæc ergo in hoc libro non essent celanda, sed propalanda, ut alius ansam habeat ea ad majorem perfectionem perducendi: hoc enim pacto, non alio, in publicum redundat utilitas. Memini apud BOYLÆUM de coloribus me legere ex viridi æris & sale ammoniaco, per aliquod tempus in fimum sepulto, obtineri elegantissimum cæruleum: tale quid ego quoque expertus, scilicet viride æris, vel vitriolum Cyprium in pulverem contritum, & spiritu urinæ vel salis ammoniaci aspersum, exhibuit cæruleum amæniissimum & puriissimum, ipso ultramarino elegantius: sed color non est durabilis; quippe qui exhalante spiritu, & ipse paulatim evanescit. Tanto itaque gratior esset descriptio ipsius arcani de hoc cæruleo conficiendo, quod durabile dicitur, & ultramarino decies viliori pretio parabile, præter reliquas quæ de eo prædicantur virtutes. Quod si detrectet Inventor arcanum suum mecum communicare, [quanquam a me, qui alius sum professionis, nihil damnosum sibi metuendum habet], vellem saltem scire, ubinam & quo pretio hoc cæruleum venale prostet.

Qui Physicam conscribere suscipit sine cognitione matheseos, næ is nugas agit: multi quidem suas nobis Physicas jactant principiis geometricis superstructas; contra quæ tamen ubique peccant, & aperte monstrant se Leges mechanicas non intelligere.

In

(1) *Ibid.* pag. 377.

1710. Decemb. In horum numerum refero VILLEMOTUM *Gallum*, cui, ut apparet, curta fuit ſuppellex in Geometricis: ejus certe Libellum de Syſtemate mundi (1) non magni facio. Videtur Auctor voluiſſe laureolam in muſtaceo quærere; & Iliada conſcribere poſt HOMERUM. De Phyſica poſthuma Chriſt. STURMII nihil ſcivi; extat quidem ejus *Phyſica Electiva* (2) opus magnum in 4°, ut & alia minor in 8°. erothematice conſcripta. De tertia nihil mihi conſtat.

Non equidem dicis, quid de animadverſionibus meis ſuper quibuſdam locis Operis *Newtoniani* judices; olim examinavi totum fere opus, & plurima annotavi, quæ cenſuram mererentur; ſed iſtæ notæ ſchedulis conſignatæ, inter adverſaria *latitant, ex* quibus recolligere difficile jam foret. Præter illa quæ nuper communicavi; ecce quædam alia, quæ alia quærenti in manus mihi inciderunt (3). Pag. 331. Auctor, aquæ de Vaſe dato per foramen effluentis, motum definiturus, concludit tandem, aquam effluentem motu ſuo ſurſum verſo, perpendiculariter ſurgere ad dimidiam altitudinem aquæ foramini incumbentis; id quod eſt contra receptam omnium de hydraulicis ſcriptorum opinionem, qui volunt aquam effluentem ſurſum verſam ad totam illam altitudinem aſſurgere poſſe, ſeu quod eodem recidit, aquam ea velocitate effluere, quam acquireret grave libere cadendo ex ea altitudine aquæ foramini vaſis incumbentis pag. 373 (4). Hypotheſis hæc, qua ſupponitur reſiſtentiam illam ex defectu lubricitatis partium fluidi, cæteris paribus, proportionalem eſſe velocitati, qua partes fluidi ſeparantur ab invicem, non eſt veriſimilis: quin potius quadrato velocitatis reſiſtentia illa ſtatuenda eſt proportionalis; habet enim utique rationem compoſitam ex ratione velocitatis, & ex ratione ſuperficiei aſperæ æqualibus temporibus ſuperatæ: ſunt autem ſuperficies æqualibus temporibus ſuperatæ ab

(1) *Nouveau Syſtême ou nouvelle explication du mouvement des Planetes, par Mr.* Phil. VILLEMOTS *de* Lyon. 1707. 12°.

(2) J. Chr. STURMII *Phyſica electiva ſive hypothetica*, Tom. I. Norimb. 1697. 4°. Tom. II. Nurimb. 1722. 4°. *Vid. Epiſt. ſeq.*

(3) *Vid.* Joh. BERNOULLI Opp. Tom. II. N°. XCIX. pag. 208.

(4) *Vid.* Opp. Tom. III. N°. CXXXVIII. Art. 16. *& ſeq.* p. 143. *& ſeq.*

ab æqualibus figuris ut ipſæ figurarum velocitates, quas uniformes ſuppono; unde oritur ratio reſiſtentiarum in ratione duplicata velocitatum. Pag. 374. *unde cum impreſſiones ſunt* &c. duplex hic latet error; primo enim, impreſſiones qua orbes ſe mutuo per frictionem impellunt, non ſunt utique, [ut autor ſupponit] in ſola ratione virium reſiſtentium, ſed ſimul etiam earumdem diſtantiarum a centro orbium, per naturam vectis, in quo virium momenta creſcunt in ratione diſtantiarum ab hypomochlio, & in rotis, vel orbibus in ratione radiorum: Deinde, vires reſiſtentiarum non tantum ſunt ut contiguæ ſuperficies, & harum translationes ab invicem ſimpliciter ſumtæ, ſed ut contiguæ ſuperficies, & [quemadmodum ſupra ad autoris hypotheſin annotavi] harum translationum, hoc eſt, velocitatum relativarum, quibus orbes a ſe invicem ſeparantur, quadrata. Interim, quod mirabile hic accidit, duo hi errores ſe mutuo reſtituunt, faciuntque ut tempora periodica ſe habeant ſicuti in propoſitione aſſeritur. Sed pag. 376, ubi eoſdem errores commiſit Auctor, hi jam ſe mutuo non compenſant, adeoque abludit a vera ratione temporum periodicorum partium fluidi in vortice infinito, per globum aliquem circa axem ſuum moventem agitato. Invenit enim hæc tempora periodica in ratione quadrata diſtantiarum à centro ſphæræ: Ego vero in ratione ſeſquiplicata earumdem, prorſus conformiter phænomenis Planetarum & ſatellitum, & ita vortices *Carteſianos*, contra opinionem auctoris, qui falſo ſuo Theoremati innixus eos convellere conatur, pag. 381. & 382, mirifice aſtruuntur & confirmantur: de quo multum ſine dubio gloriatus fuiſſet CARTESIUS, ſi ſeſquiplicatam illam rationem temporum periodicorum, quæ per obſervationes Planetis competunt potuiſſet demonſtrare partibus fluidi vorticis ab attritu ſe mutuo impellentibus identidem neceſſario ineſſe: quod certe adverſus NEWTONUM ſerio ad animum revocari meretur a *Carteſianis*, ſi vortices ſuos, [quos ille ideo tantum explodit, quaſi nimirum phænomenis non reſponderent] ab impacta incongruentia vindicare velint. Pag. 422. Videtur hic minus recte ſupponi canalem

1710. Decem.

1710. Decem. cylindricum, cum præſtet adhiberi conicum verticem in centro Terræ habentem. Plura nunc non ſuppetunt.

Quod attinet ad radium coloratum, de eo quod nempe nova refractione colorem non mutet; NEWTONO plene aſſentior; habeo in eam rem proprias obſervationes, jam olim inſtitutas, quas Tecum communicarem, niſi nimium excreſcerent litteræ; & quidem puto me poſſe oſtendere, in quo MARIOTTUS, qui contrarium aſſeruit, deceptus fuerit; ſumendo ſcilicet [quod obſervanti facile contingere poteſt, niſi cautiſſime procedat,] radium alium pro eo quem mutati coloris credidit.

Miror audaciam *Galli* illius NUGUETI nugatoris, *qui ſe* Autorem Phoſphori mercurialis apud Te jactare *non erubuit*: hujus nomen ne fando quidem audivi; ſcripſi nuper VARIGNONIO, ut me doceret quid hominis ſit iſte: non capio autem quid intelligas, quando dicis Te facile opinari quid rei ſit.

Mira mihi narras de Paradoxis STAHLII Profeſſoris *Hallenſis*; ejus quidem ſcripta nondum vidi, ſed quanquam hujuſmodi nugas legere non valde geſtiam, gratum tamen erit Tua, quæ ipſi repoſuiſti, inſpicere, de quibus libenter judicium meum communicabo. BAGLIVI Medicus *Italus* negat pariter ſpiritus animales concurrere ad motum muſculorum, quos certa quadam criſpatione contrahi putat, in ſimili opinione fuit STENO. Vale & Fave.

Baſileæ 10. Decembris 1710.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA

EPISTOLA CLXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De* VILLEMOTO & STURMIO. *De reſiſtentia ex defectu lubricitatis. De* STAHLIO & HERMANNO, & HARTSOEKERO.

Vir Celeberrime & Nobiliſſime, Fautor Honoratiſſime!

GAUDEO Tibi non plane diſplicuiſſe *Miſcellanea Berolinenſia*; mihi in iis maxime diſplicet multitudo erratorum typographicorum, cætera pleraque tolerabilia ſunt. Quod ſi multa ineſſent Tuis ſimilia, facile hæc noſtra *Pariſinis Londinenſibus*que certarent. Nunc vero, ut in aurem dicam, pauci ſunt *Berolini*, qui aut poſſint aut velint aliquid præſtare dignum memoratu. Itaque mihi hoc, quicquid eſt, vix precibus, objurgationibuſque extundere licuit, ut tandem aliquod ſpecimen extare, & ut ſic dicam, obligatio continuandi imponeretur. 1711. Febr.

Symboliſmum calculi algebraïci & infiniteſimalis dare volui ſimpliciter; de cætero memini inter nos de eo agi, & Te uſum aliquem ad Theorema illud ſuppeditare, ubi ſumma per differentias omnium graduum colligitur; quod non Tu ſolummodo alia plane via habueras, ſed & ego multos ante annos adhuc diverſa, ductaque ex ſolis proprietatibus numerorum, quam & Tecum communicare memini, cum mihi Theorema primum a Te repertum ſignificaſſes (1).

Conſtructio machinæ meæ arithmeticæ paucis deſcribi non poterat; conſervari autem poterit non tantum tali deſcriptione,

(1) Vid. Epiſt. X, XI, XII.

1711. Febr. ſed & actu ipſo. Habeo enim elaboratam, etſi ab artifice non optimo, unde id ago ut perfecte elaboretur.

Cærulei Berolinenſis curabo aliquid ad te tranſmitti. Notitia data eſt τῦ ὅτι, ſed non τῦ διότι; neque enim in meo arbitrio eſt extorquere ab hominibus, quæ illi tanquam arcana vindicant. ſed & Iconis meminero.

Ego quoque VILLEMOTI libellum non magnifacio, in quo nec umbram demonſtrationis invenire potui. Et miratus ſum Dnum FONTENELLAM, iſtas eſſe aliquid, putaſſe, nugas.

Per STURMII Phyſicam poſthumam intellexi continuationem Operis Phyſici majoris (1), quod cœpit, ſed quod morte ejus abruptum fuit. Aiunt tamen in Schedis repertum eſſe ſic ſatis promotum, atque adeo dignum eſſet ut edatur, quia diligens certe eſt in colligendis & dijudicandis iis quæ profundam meditationem non poſtulant.

Optandum, eſt, ut Tua ad *Newtonianum* Opus monita colligantur in unum, & ipſi illi egregio Viro privatim mittantur, vel ad emendanda vel ad explicanda ſua. Quod ad reſiſtentiam attinet ex defectu lubricitatis ortam, ſepoſito fluido, concipiamus globulum in tapete aliquo ferri. Patet amiſſas in globulo vires eſſe æſtimandas numero exiguorum pilorum elaſticorum, quos flectere globum oporteat; ducto in vim unicuique horum pilorum impenſam. Idque pendere a longitudine itineris, itaque celeritates amiſſæ ſunt longitudinibus percurſis proportionales. Sit velocitas integra g, reſidua v, erit amiſſa $g - v$; ſit longitudo percurſa l, erunt $g - v$, ut l; ergo $- dv$ ut dl; ſed dl; ſunt ut $v\,dt$, ergo fit $- dv$ ut $v\,dt$, ſeu æqualibus ſumtis temporum elementis, ſunt diminutiones velocitatum in quovis momento velocitatibus ipſis proportionales. Idem eſt ſi globo, qui in medio fertur, tribuas aſperitatem, nam aſperitates ſunt colliculi elaſtici, qui radendo medium non-nihil deprimuntur & reſurgunt. Et ſi fluido tenacitatem aliquam tribuas, res eodem redit, concipi enim poteſt, quoties mobile a contactu partis fluidi ſe liberat, toties abrumpere fila viſcoſa, quibus retinebatur.

Porro

(1) *Vid. Epiſt. præc.*

Porro ſi, omiſſa tenacitate, ſolam conſideres in medio reſiſtentiam quæ oritur ex mole, dum, verbi gratia, globus in fluido motus partem fluidi loco pellere cogitur; itidem conſtat, licet ex alio principio, diminutiones celeritatum æqualibus temporum elementis eſſe celeritatibus proportionales. Hinc cum globus tormento emiſſus tranſit per aërem, reperi olim, quodcunque adhibeas genus reſiſtentiæ, ſive a mole aëris, ſive ab aſperitate globi & aëris tenacitate, ſemper tamen imminutionem celeritatis, quam quovis momento ſentit globus, eſſe proportionalem celeritati ejus reſiduæ. Sed hæc a Te optime dijudicari poterunt, qui etiam docebis, quatenus Tuis, *Newtonianiſve* conſentiant. 1711. Febr.

Mihi quoque viſum eſt NEWTONI Experimentis circa colores, quippe per tot annos crebro repetitis, magis eſſe fidendum; etſi LA HIRIUS MARIOTTO [Viro equidem non ſpernendæ diligentiæ] teſtimonium perhibeat.

Facile aſſentiar STENONIO, nervos agere per criſpationem quamdam; ſed illa ipſa criſpatio, ni fallor, niſi per fluidum commeans explicari non poteſt, uti funes aqua, crines calore contrahuntur.

Videbo an & quid ad replicam meam duplicaturus ſit STAHLIUS; & faxo, ut cuncta Tibi communicentur, ubi deſcripta fuerint. Sed interim deſidero, ut quæ ejus ad vos forte pervenere, inſpicere poſſis, inprimis juſtum Opus Phyſiologicum. Nam cætera fere Diſſertationibus Academicis, magno numero ab eo editis, continentur. Modus ejus ſcribendi eſt paulo perplexior.

Diu eſt quod nihil a Dno HERMANNO noſtro intellexi: Spero tamen valere eum & vigere, & ad Te ſubinde crebrius ſcribere quam ad me remotiorem. Scripſerat mihi olim *de Fluidorum motu* aliquid ſe meditari (1), quæ materia ſatis eſt elegans; Catenariam quoque, velariam, & ſimilia etiam, ubi ad differentias differentiarum deſcendendum eſt, velle ſe demonſtrare ad Veterum morem; quia is modus ſcribendi ab *Italis* magis intelligitur. Hoc conſilium non eſt ſpernendum; etſi enim nobis id agere non vacet, lubentiſſime tamen alios hunc laborem

(1) *Vid. Epiſt. CLXXVII.*

1711. Febr. ſibi ſumere patiemur. Sperabam tale a LA HIRIO, ſed ille ſpem meam deſtituit, & in Opere de Epicycloïdalibus revera infiniteſimales adhibet inter demonſtrandum, etſi hoc diſſimulet.

Dnus BURNETUS Epiſcopi Filius, ex quo hinc diſceſſit, huc non ſcripſit, & litteris meis, quibus ad interrogationem quamdam ejus reſponderam, nihil repoſuit. Ut adeo ignorem quid agat, & utrum adhuc in *Batavis* verſetur, an ad *Anglos* redierit.

Dnus HARTSOEKERUS objectiones quaſdam meas ſuæ appendici conjecturarum [*ſuites des conjectures Phyſiques* (1)] cum reſponſionibus inſeruit. Sed obiter tantum minuta quædam tetigeram circa ſalia, circa mineralia, &c. Nunc *cum a me intellexiſſet*, mihi atomos perfecte duras, & primum elementum perfectæ fluiditatis non probari, expreſſit a me rationes judicii mei, ſcripſi ei, mihi rationem duritiei, ut omnia corporea, videri explicandam per cauſam mechanicam nempe per motum conſpirantem, qui per ſeparationem turbetur, quam etiam Tuam eſſe ſententiam aliquando intellexi (2). Ille in reſponſione fingit ſe non intelligere quid monſtri ſit motus conſpirans, & dubitare an non coincidat cum quiete *Carteſiana*. Dixeram, ſi durities ſit qualitas quædam occulta primitiva, non poſſe explicari niſi per miraculum. Itaque neceſſe eſſe ut explicari poſſit per Mechaniſmum. Ille negat meum principium, quod omnia *corporea* mechanice ſint explicanda: prima enim illa pendere a voluntate Dei. Quaſi voluntas Dei non nitatur rationibus ſumtis ex natura ſubjecti, aut quaſi Deus aliquam actionem producens in corporibus, non producat per modos naturæ eorum congruentes. Sed & multa alia promit, per quæ apparet in primis philoſophandi principiis haud parum ab ipſo aberrari, quanquam id

(1) *Vid.* Memoires de Trevoux 1712. *Mars & Avril.* & Journal des Sav. Ed. *Holl. Dec.* 1712. & *Janv.* 1713.

(2) *Vid. Epiſt. LV. & LVI.*

id ei sit cum multis aliis commune. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* 10. Februar. 1711.

Deditissimus.

G. G. Leibnitius.

EPISTOLA CLXXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

De Hartsoekeri *cavillationibus. De* Hottingeri *adversus* Copernicum *disputatione.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Quas ad Te dedi, 10 Decembris anni proxime elapsi, Tibi traditas esse spero; ad eas itaque me refero. Hasce autem nunc scribere volui, ut *Hermanniana*s, quas ecce, nuper ad me missas, aliqua mea Epistola comitarer, adjecto quoque excerpto ex litteris Dni Hermanni ad me datis; ex quo videbis ineptam Hartsoekeri arrogantiam in suggillandis nostris inventis. Si bilem suam in me tantum & in Phosphorum meum effudisset, possem forte propriam injuriam concoquere, crederemque me ipsi alicubi, quamvis inscium, offensæ occasionem dedisse. Sed quid censes, quod egregios Viros, imo Te ipsum, & Newtonum tam indigne tractaverit? Ferendum non est hominem modice doctum, sine Matheseos, & sine ulla profundiore notitia, cui nihil est præter mediocrem vulgaris Physicæ notitiam, & in vitris poliendis aliquantillam peritiam, tam contumeliose loqui, non dico de me, sed de Viris istis egregiis, & de re mathematica 1711. Febr.

1711. Febr. matica tam præclare meritis & in dies merentibus. Quid abſurdius ſimul & acerbius ab eo dici potuiſſet, quam NEWTONI librum [Opus certe omni laude majus] continere meras nugas, minus valentes quam Veterum qualitates occultas: Item duodenos quoſdam Mathematicos [in quibus Te ſine dubio complectitur] congreſſos eſſe, & iniiſſe ſpeciem quamdam ſocietatis, vel commercii Encomiaſtici, quo ſe laudibus & elogiis mutuis cumulent & obruant, alioſque imperitiores, ne ignorantes videantur, in ſimilem Elogiorum cantilenam pertrahant, ut Orbis eruditus ſaltem putet eos quoque initiatos eſſe in iſtis myſteriis. ....

. . . . . .

Quod vero attinet ad Phoſphori mei inventionem, *quam* adſcribit PICARDO, nimis quantum invidiam ſuam prodit, ſed Clar. HERMANNUS, ut ex hoc excerpto patebit, meam fecit Apologiam, quam vellem in aliquo *Diario*, vel in *Actis* publicari, ut obtrectatori os obturetur. Quid enim aliud eſt quam obtrectatio, hominibus ingerere, quaſi eſſem plagiarius, & obſervationem *Picardianam* mihi attribuiſſem, ſuppreſſo ejus nomine; cum tamen eum diſerte nominaverim, dixerimque *obſervationem Picardianam* mihi occaſionem dumtaxat ſuppeditaſſe ad ejus Phænomeni, fortuito caſu detecti, cauſam inveſtigandam, omnia Barometra poſtea luminoſa reddenda, & tandem Phoſphorum portatilem perpetuum inde conficiendum: hæc autem, in quibus inventum meum conſiſtere facio. . . . . *ſilentio* præteriit. Interim Tibi judicandum relinquo, an non & Tua res hic verſetur, dum ſententiam Tuam, mihi perhonorificam, in nuperis *Miſcellaneis Berolinenſibus* de hoc Phoſphoro latam, ſeverus noſter Ariſtarchus evertit, & ita Tibi mali laudatoris notam tacite inurit. Hoc unum adhuc addo, quod ſimile non inepte huc quadrat, nempe ſi Inſulæ Americanæ a COLUMBO primitus, & quidem ex deliberato conſilio detectæ, non tamen impedierunt quominus poſtea *Americus* VESPUTIUS Terræ continentis detectionem, ſui nominis appellatione, ſibi vindicaret; quidni majori jure mihi debetur Phoſphori mercurialis inventum, quamquam ex fortuita PICARDI obſervatione deductum? Re enim compa-

comparative ſumpta, major videtur progreſſus a lumine caſuali PICARDI, ad univerſalem Phoſphorum mercurialem parandi artem a priori inventam, quam, ſi parva magnis componere fas eſt, ab Inſulis COLUMBI, non caſu ſed de induſtria detectis, ad Terram continentem AMERICI. 1711. Febr.

Intelligo Te in commercio litterario eſſe cum *Salomone* HOTTINGERO medico *Tigurino*. Scire autem Te velim, cum, ex occaſione alicujus Diſputationis hic habitæ de Mundo (ubi Author *Copernicaniſmum* adſtruens, ex *Coſmotheoro* HUGENII Planetis incolas adſcribit) eam, inquam, nempe HOTTINGERUM conſcripſiſſe nuper ad refutationem illius aliam Diſputationem ſub titulo *Libri Naturæ ex Pſalmo XIX* &c. in qua *Copernicaniſmum* convellere volens, eum ſacræ ſcripturæ adverſari contendit : argumenta autem quibus utitur ſunt ..... ut facile conjicies, talia quæ dudum ſunt obſoleta & exploſa..... Cæterum bonus HOTTINGERUS de rebus Aſtronomicis differens, tam inconcinne & fere pueriliter loquitur, ut facile pateat, eum non intelligere Elementa Sphærica; imo nequidem terminos artis callere : Sic paſſim confundit Æquatorem cum Meridiano, Eclipticam cum Æquatore, & ſolem dicit cognominari ab Aſtronomis lineam Eclipticam, & hujus farinæ plura ..... Quod ſupereſt, Vale, vir Ampliſſime, & favere perge.

Baſileæ 28. Februar.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Societate Berolinensi. *De* HARTZOEKERO, & HOTTINGERO. *De* REGINALDI Analysi demonstrata.

Vir Nobilissime & Celeberrime, Fautor & Amice Honoratissime!

1711. Mart. NOVISSIMAS meas Tibi recte redditas spero. Interea alias a Te gratissimas cum inclusis Hermannianis, hic loci, id est *Berolini* accepi. Postquam enim Rex Societatem scientiarum nuper, proximo post anniversarium Coronationis die, solemniter inaugurari curavit, statisque vicibus congressus haberi *jussit*, *huc* excurrendum mihi putavi, ut conferrem aliquid ad ejus vigorem. Sed, ut facile intelligis, desunt nobis in his oris, a quibus aliquid magnopere expectes: inprimis Botanici, Anatomici, Chymici, a quibus aliquid singulare præstetur. Non est tamen spernenda detectio novi Cærulei, cujus specimen *mitto*. Color meliorem in ipso usu se exhibet quam primo aspectu apparet. Matheseos profundior in his oris adhuc propemodum ignoratur. Sed cum Dominus STURMIUS *Johannis Christophori* Filius, hactenus *Francofurti ad Oderam* Professor, statione illa deserta officium Architecti apud Ducem *Megalopolitanum* in se receperit, me & amicis monentibus, de HERMANNO nostro acciendo cogitatur; eumque in finem & a WOLFIO & a me ad ipsum datæ sunt litteræ.

Dnus HARTSOEKERUS in aliis taxandis paulo est liberior, & licet me non nominaverit, facile tamen intelligo, me ejus aculeis

leis tactum fuiſſe. Cæterum meas quaſdam objectiones deſideravit, eiſque in ſua Conjecturarum illuſtratione, licet me non nominat o, reſpondit. 1711. Mart.

Si vindicare tuum voles Phoſphorum, ut ſcribis, de quo illum præcipitantius judicaſſe manifeſtum eſt; putem convenientiſſime id fieri poſſe in ipſis *Novellis Reipublicæ litterariæ*, ubi aculei in Te ſunt recenſiti. (1) Sed majus præterea operæ pretium foret, ſi conjecturas ejus Phyſicas aliquando per otium percurreres, & animadverſiones in eas dares: Inde enim utilitas non ſpernenda nobis accederet. Ea maxime profutura & Te digna ratio foret ulciſcendi Virum, non tam verbis quam rebus ipſis. Et video multos ipſa ſcriptoris audacia capi, qui de rebus abſtruſiſſimis tanquam compertis pronuntiat, ut ex ipſo Naturæ ſacrario, concilioque Deorum recens egreſſus videatur.

Cum Dno. *Salomone* HOTTINGERO *Tigurino* Medico nullum mihi litterarum commercium eſt. Eum olim apud nos tranſeuntem videre memini. Serus admodum venit, quiſquis hodie in COPERNICUM ſcribit. Inaudiveram aliquid de *Tigurina* in eum tempeſtate, ſed Theologum aliquem ſeveriorem & ſacris naturæ non initiatum eam excitaſſe credebam; de Medico nihil Tale ſuſpicatus fuiſſem. Ego magis venia quam ira dignos cenſeo, qui hic bono animo peccant, ſed non bono judicio. Doctiſſimo SCHEUCHZERO de tali judicio conquerenti in eoſdem ſenſus ſcribo.

R. P. REYNEAU *Analyſin* (2) nunc demum Berolini vidi apud amicum, & agnoſco in ea multa eſſe non ſpernenda, tum ab auctore conſiderata, tum ex optimis ſcriptoribus ſumta, quos vellem ubique indicaſſet. Quanquam erga Te, meque, & alios etiam optime ſe ſe geſſerit, & labores noſtros commendaverit, vellem

(1) 1710. Jun. pag. 619.
(2) *Analyſe demontrée.* Paris. 1708. 4°. 2. Vol.

tamen generaliter fontes indicari. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Berolini* Martii 1711.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Id ago ut *Miſcellaneorum* voluminis novi materia colligatur, & rogo ut aliquid conferas, HERMANNUMque in *idem* invites.

EPISTOLA CLXXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad Epiſt. CLXXXII & præcedentem.

De Miſcellaneis Berolinenſibus. *De* STURMIO & SCHEUCZERO. *De reſiſtentia ex defectu lubricitatis. De motu muſculorum. De* HERMANNO, LA HIRIO, & HARTZOEKERO. *De Profeſſoribus* Francofurtanis & Patavinis. *De P.* REGINALDI Analyſi demonſtrata.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1711. April. POSTRIDIE quam nuperas meas cum *Hermannianis* ad Te dimiſi, accepi gratiſſimas tuas die 10°. Februar: datas. *Miſcellanea Berolinenſia* Tua inſtigatione prodiiſſe nullus dubitavi, ea de re Tibi non parum devinctus eſt Orbis eruditus; eoque magis quod ut dicis, obligatio continuandi jam impoſita eſt. Multa certe in hoc primo Tomo, interque ea Tua imprimis, quibus mea nollem accenſeri, publica luce digniſſima deprehendi, & ideo *Pariſinis*, *Londinenſibus*ve nihilo inferiora. Cæterum

rum multitudo ſphalmatum typographicorum, prout recte mones, non nihil deturpat hoc Opus. 1711. April.

Cæruleum *Berolinenſe*, quod promittis, grata mente accipiam: ubi obtinuero, conabor id propius examinare, & in ipſum, ſi pote, arcanum penetrare.

Icon Tua, quam expectare facis, utinam cito! me ſupra modum beabit, quod officii genus omni, & quo ipſe juſſeris, pacto demereri ſtudebo.

De STURMII Phyſica poſthuma edenda adhuc nihil audivi, foret haud dubie digna quæ ederetur (1). Tecum omnino ſentio fuiſſe Virum diligentiſſimum in colligendis quæ profundam meditationem non poſtulant, cui etiam ſatis judicii fuit in diſcernendis bonis a malis, quamvis eum non ſemel paralogizantem deprehenderim; exempli gratia, in reddendis rationibus vectis homodromi & heterodromi; item phænomenorum Cameræ obſcuræ, vel Lanternæ magicæ. De reliquo neſciverim hodie quemquam qui ſuppleat iacturam STURMII, niſi is ſit SCHEUCHZERUS noſter ſenior, Vir ſane, etſi a propriis inventis non valde clarus, miræ tamen ſedulitatis & indefeſſi laboris in conſcribendis obſervationibus, tam a ſe in itineribus ſuis de induſtria inſtitutis, quam ab aliis factis; item in componendis libris circa varia objecta, ſicuti qui hactenus ab eo editi ſunt abunde teſtantur: Et nuper admodum ejus *Phyſica Germanica* altera vice recuſa, cujus Tomus primus Tibi & mihi dedicatus eſt, alter vero SCHROCKIO Naturæ curioſorum Præſidi, & ZWINGERO noſtrati: non vero dubito quin Auctor ipſe hoc Tibi jam ſignificaverit, ſimul & librum tranſmiſerit. Sicubi pro ipſo ſtatio ſe offeret, minus commode enim in Patria vivit, opus ſane laude dignum, ſi quid ſapio, faceres, ſi eam illi procurares.

Quædam ex notatis meis ad *Opus Newtonianum* intermiſcui nuper ſcripto meo, continente ſolutionem Problematis inverſi virium centripetarum (2), & cum Academia *Pariſienſi* com-

(1) *Edita eſt Norimb.* A°. 1722. *in* 4°. *Vid. Epiſt.* CLXXXI. CLXXXII.

(2) *Vid. Opp.* Tom. I. N°. LXXXVI. pag. 470.

1711. April. municando, quoniam ita occasio ferebat, sed Dnus. VARIGNONIUS, cui schediasma miseram, delevit illa, subtimens scilicet ne NEWTONUS censuram, licet amicam, iniquius laturus esset.

Quæ de resistentia ex defectu lubricitatis habes, videntur festinanter scripta, neque ea qua opus est attentione adhibita; imo si mentem Tuam rite capio, destruunt quæ, ante complures annos, cum de æstimatione virium ageretur inter nos, in *ipsissimet* Tuis litteris ad me scripsisti. ut mox videbis. *Concipiamus*, inquis, in litteris Tuis novissimis, *globulum in tapete aliqua ferri; patet amissas a globulo vires esse existimandas numero exiguorum pilorum elasticorum, quos flectere globum oporteat, ducto in vim unicuique horum pilorum impensam, idque pendere a longitudine itineris.* Hæc quidem verissima sunt, sed nescio quomodo cohæreat quod subdis; itaque *celeritates amissæ sunt longitudinibus percursis proportionales.* Videtur potius concludi debuisse vires amissas esse longitudinibus percursis proportionales: nosti autem vires utique non esse ut celeritates. Vel si mavis celeritates amissas considerare, dicendum fuisset, quod eodem recidit, *celeritates amissæ sunt temporibus impensis proportionales*, sicuti videre est in ascensu gravium, quorum celeritates eadem lege, Te ipso quondam asserente, decrescunt; ac globuli per medium pilis æqualiter elasticis obsitum penetrantis; adeoque computatio nunc aliter est instituenda, & quidem sic. Sit velocitas integra globuli g, residua v, celeritas amissa $g - v$: sit tempus impensum t; Erunt $g - v$ ut t; ergo $-dv$ ut dt: hinc sequitur æqualibus momentis, æquales fieri diminutiones velocitatum, non vero, ut Tu concludis, diminutiones velocitatum in quovis momento proportionales esse ipsis velocitatibus. Olim saltem aliter ac nunc scripsisti, sic enim in litteris 29 Julii 1695 (1) habes. *Suppositio* (*Fig.* 117.) *quodlibet medii punctum* C *esse uniformiter elasticum*; *si* AC *sit spatium percursum*, *erit* CH, *potentia amissa*, *applicata trianguli* BAP, *& velocitas residua*, *applicata parabolæ* BED, *cujus vertex est* B.

TA. XXII.

Quod

(1) *Epist.* XV.

Quod si nunc consideretur resistentia, quatenus oriunda ab asperitate corporis moti, vel a tenacitate fluidi; fateor idem esse, ac si solum supponatur æquabilis medii elasticitas; revera enim asperitates comparari possunt cum colliculis elasticis, qui, radendo medium, nonnihil deprimuntur & resurgunt; tenacitas vero consistit in difficultate abrumpendi fila viscosa, quoties mobile a contactu partis fluidi se liberat, quibus filis retinebatur. Sed si abstrahendo ab asperitate & tenacitate, consideremus solam resistentiam, quæ oritur ex medii mole removenda; dum verbi gratia globus, in fluido motus, partem fluidi loco pellere cogitur; asseris itidem constare, licet ex alio principio, diminutiones celeritatum æqualibus temporum elementis esse celeritatibus proportionales. Quodnam hic intendas principium ego non assequor; interim mihi videtur, in hac suppositione, aliud principium non esse quærendum quam hoc; quod nempe resistentia fluidi sit in duplicata ratione velocitatis; id quod vulgo ab omnibus admittitur, & singulari modo ex ipsa Tua virium æstimatione demonstrari potest. Hoc igitur principio assumpto, facile est ostendere decrementa celeritatum, æqualibus temporum elementis, esse non ipsis celeritatibus, sed quadratis celeritatum proportionalia; ideoque etiam esse ut vires residuas. Sit enim mobile m; spatium percursum s; velocitas v; vis residua f; tempus t; per regulam æstimandarum virium, f est ut vv, adeoque $-df$ ut $-udu$: est vero per principium hic assumtum $-df$, hoc est imminutio virium ut $vvds$: ergo etiam [propter ds ut vdt] ut v^3dt, unde $-udu$ ut u^3dt, hoc est $-du$: uu ut dt: ideoque, tempusculis æqualibus, decrementa velocitatum $-du$, sunt ut earumdem quadrata vv. Ipsum vero principium, de resistentiis fluidorum quadratis velocitatum proportionalibus, si bene memini, non tantum concessisti, sed & olim in litteris Tuis ad me demonstrasti. Nescio itaque quomodo nunc dicas, *Te olim reperisse, cum globus tormento emissus transit per aërem, quotcunque adhibeatur genus resistentiæ, sive a mole aëris, sive ab asperitate globi, & aëris tenacitate, semper tamen imminutionem celeritatis, quam quovis momento sentit.*

1711. April.

1711. April. *tit globus, esse proportionalem celeritati ejus residuæ.* Quantum enim ad globi asperitatem, vel aëris tenacitatem, quatenus pro uniformi elasticitate haberi possunt, ostendi imminutiones celeritatum, æqualibus tempusculis, esse etiam æquales; quantum verò ad resistentiam ex mole aëris abigenda orta, vides neque tum imminutionem momentaneam celeritatis simplici celeritati residuæ, sed quadrato ejus esse proportionalem. Optarem itaque, ut hæc aliquantulum accuratius expenderes; videris enim hæc cum conscriberes, Tuam memoriam tantum consultasse.

Testimonium a LA HIRIO MARIOTTO perhibitum, circa colores, mihi valde est subleſtum. . . . . STENO statuit, non quidem nervos, sed musculos *ipsos* per crispationem contrahi; idque sine accessione novæ materiæ: Ego cum BORELLIO, WILLISIO, MAJORVIO, & aliis, malui dicere contractionem musculorum peragi per inflationem aliquam, ex effervescentia vel ebullitione succi spirituosi cum sanguine oriundam; sicuti id in peculiari dissertatione de motu musculorum (1) aliquando fusius explicui.

De scriptis *Stahlianis* nihil adhuc vidi; audivi tamen *ab aliquo* amico, qui ea ab aliquo peregrino sibi commodata obiter perlustravit, Auctorem arrogantius de se sapere, de aliis vero minus benigne sentire. De modo scribendi, idem, quod Tu, dicit; eum scilicet esse perplexum & obscurum: Interim grata erunt, quæ mecum communicanda promittis, ad litem vestram spectantia.

Quid nunc HERMANNUS noster agat, ex suismet litteris prioribus meis adjectis intellexeris. Oportet quasdam ex suis ad Te litteris periisse; sicuti enim Tu de ipsius silentio, ita & ipse de Tuo apud me queritur. Opusculum quod meditatur, sub titulo *Mechanicæ fluidorum* (2), de quo proposito diu est quod mihi scripserit, forte propediem ad umbilicum erit perductum.

De

(1) *Opp. Tom. I.* N°. XVIII. pag. 93.

(2) *Illud tandem auctius & sub Titulo Phoronomiæ, sive de viribus & motibus Corporum solidorum & fluidorum,* prodiit Amstel. 1716. 4°.

De LA HIRIO nihil boni, hanc in rem, expecto: Sunt.... 1711.
. . . . . April.
omnia quæ de Epicycloïdibus & de figura dentium in rotis habet, ab aliis, & imprimis à ROMERO *Dano*, expiscatum esse intellexi. Quantitates infinitesimales inter demonstrandum adhibet quidem; negat tamen hoc.....

De HARTSOEKERO in præcedentibus meis. Videtur homo similis LA HIRIO, cui scilicet suum tantum placet, alienum displicet. Duritiem explicandam esse per motum conspirantem, non tantum mea est sententia, sed & studiosis meis, in Collegiis philosophicis, nunc ita inculcavi per plures annos, ut hic, & in *Batavis*, hæc opinio jam satis invaluerit. Interim quid mirum HARTSOEKERUM ἀγεωμέτρητον in primis philosophandi principiis aberrare.

Hucusque scripsi hanc Epistolam cum ecce postrema Tua, d... Martii data, traditur mihi, ad quam, ob instantem Tabellarii abitum, multis respondere non licet; nec etiam multis opus est, cum in hac ipsa quædam contineantur quæ responsionis loco esse possunt. Dicis Te mihi mittere specimen *Berolinensis*, cærulei, sed non addis quando & qua occasione. Dubito valde, an HERMANNUS STURMIO succedere voluerit; nam, ratione salarii, pinguiori, ut puto, fortuna gaudet magis *Patavii*, quam qua gavisurus esset *Francofurti*. Quocirca, egregia foret occasio commendandi ad hanc stationem SCHEUCHZERUM nostrum; vel, si eam ipsi non satis convenire censeres, commendare possem agnatum meum *Nicolaum* BERNOULLIUM. J. V. L. disputationis illius *de Usu artis conjectandi*, quæ Tibi non displicuit, Auctorem; cujus ingenium in Mathematicis perspectum Tibi jam est, per inventionem Regulæ *Newtonianæ* de inveniendis quantitatum algebraïcarum divisoribus, & à se amplificatæ, atque per alia quoque specimina.

Bene mones de HARTSOEKERO, cogitabo de ea re. P. REYNALDI Analysis non eo est loco apud me, quo forte speravit. Video bonum Virum suscepisse quædam supra vires, quæ

nempe non satis intellexit. Sic mera est *Mataiologia* quæ de Catenariis garrit, & de Isochronismo; similis sane GREGORIO Catenariam quondam..... solvere conanti. Reliqua quæ bona sunt in hac Analysi, partim ex meis, sibi, cum olim in prædio *Marchionis* HOSPITALII essem, & REYNALDUS nos invisseret, cui scripta mea commodaveram, suppeditatis, partim ex aliis exscripsit. Hisce autem. Vale & Fave.

Basileæ 8. April. 1711.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De HERMANNO *ad* Francofurtanam *&* *Nic.* BERNOULLIO *ad* Patavinam *Professionem vocandis. De nervorum contractione, &* RÖMERI *morte, &c.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1711. Augusti. CUM Rex *Borussiæ* nunc domum ex *Batavis* redeat, & cum eo Dominus *Baro* DE PRINZ Minister Regius, qui rerum Academicarum curam gerit; spero negotium Dni HERMANNI nostri perfici posse, ut *Francofurtum ad Oderam* vocetur. Dudum enim litteris scriptis non ad me tantum, sed & ad alios oblationem accepit. Et dispiciendum putem, an non ei substitui

apud

apud *Patavinos* poſſit Tuus ex Fratre Nepos, qui nuper ni fallor, in *Gallia* egit. Id ſi Tibi e re videtur, communicanda erunt conſilia cum ipſo Domino HERMANNO; & ſi quid conferre potero, faciam lubens, datis, ſi vobis videbitur, litteris ad Inclytum Virum *Bernardum* TREVISANUM, quem ob nobilitatem & Doctrinam apud Curatores Academiæ aliquid poſſe non dubito. Sed vellem non præcipitari diſceſſum Dni HERMANNI, &, ſi fieri commode poſſit, annos ei præſtitutos abſolvi; ita enim diſcedet optima Reipublicæ gratia, eritque in commendando validior. Et puto non multum abeſſe eum a meta, & facile fieri poſſe, ut aliquod adhuc temporis ſpatium effluat antequam *Francofurtanum* negotium penitus conficiatur. Sed hæc Tibi ſcribo, fortaſſe enim ipſe mallet diſcedere maturius. Itaque Tu pro prudentia Tua cum eo ages. Optimum meo judicio erit, ut ipſe Curatoribus ſignificet appropinquare terminum temporis, in quod operam addixerit: ſe vero dubitare an res domeſticæ ferant ut diutius in *Italia* hærere poſſit: itaque conſilium ſuum mature aperire voluiſſe, ut tempeſtive de ſucceſſore cogitari queat: inde per occaſionem oſtendere poterit eſſe Juvenem præclare verſatum in rebus mathematicis profundioribus, qui ſibi ſparta digniſſimus videatur, & quem nominaturus eſſet, ſi res in ſuo arbitrio foret. Eum ubi nominaverit, non dubito, quin valiturum ſit vel ipſum *Bernoullianum* nomen. Hæc conſilia mea aperire Tibi volui, quia deſiderare videbaris ut præclaro illi juveni proſpiceretur. Non dubito quin futuri ſint *Itali* non-nihil in Analyſi noſtra verſati ad ſpartam illam *Venetam* aſpiraturi, ſi diſceſſus Dni HERMANNI innoteſcat. Itaque conſultum erit, ut prematur, donec præparata ſint omnia. 1711. Auguſt.

Mitto ſpecimen Coloris *Berolinenſis*, quem Tibi non diſpliciturum puto.

Puto a me in prioribus feſtinatione erratum circa reſiſtentiam tapetis, & rectiora eſſe quæ olim ſcripſi, uti ipſe probe judicas. Oblitus eram doctrinæ meæ veteris, & neſcio quomodo alia plane a me dicta conſtitutaque putabam.

1711. Auguſt. Ut pili a calore criſpantur, contrahunturque, ita ſimile aliquid in nervoſo genere ab influxu liquoris cujuſdam ſubtilioris facile crediderim. Hoc ergo cum doctrina de ſpiritibus animalibus non pugnat; nec puto STENONEM ſpiritus animales negaſſe.

ROMERUM obiiſſe non ſine dolore intellexi: ingentem ejus obitu jacturam paſſa eſt res mathematica, ſed maxime Aſtronomia.

Scribitur mihi *Pariſiis* Dnum. Patrem REYNALDUM *librum* de Calculo moliri (1); novumve an renovatum non ſatis exprimitur. Prodit etiam nova editio Operis *Malebrancani de inquiſitione veritatis*. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* 14. Auguſti 1711.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *La Science du Calcul des Grandeurs en general.* Paris 1714. 4°.

EPISTOLA CLXXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professionibus Francofurtana & Patavina. *De Cæruleo* Berolinensi, *&c.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

QUÆ mihi perscripsisti nuper de statu futuræ vocationis Clarissimi HERMANNI ad stationem *Francofurtanam*, ea cum ipso communicavi, serio hortatus, ut consilio Tuo morem gerat, neque præcipitet discessum; cum præsertim aliquod temporis sit effluxurum, antequam *Francofurtanum* negotium, ut dicis, penitus conficiatur; eoque magis, quod terminus temporis, cui se adstrinxit HERMANNUS, nondum expiravit. Tuam interim, quam offers operam in procuranda Agnato meo successione HERMANNI, acceptamus animo gratissimo, sive id fiat litteris ad Inclytum Virum *Bernardum* TREVISANUM dandis, sive alio modo quem conducibiliorem judicaveris. Scimus enim commendationem Tuam fore efficacissimam; utpote sine qua HERMANNUS suam Stationem *Patavinam* non obtinuisset, nec obtineret *Francofurtanam*. Dubito vero, ah hanc sit amplexurus, etsi serio velit; vereor enim ne reluctantem habeat Patrem suum, qui ipsum in Patriam revocatum desideraret; hac præsertim occasione, qua in Academia nostra aliquot Professorum sedes vacant; quanquam non adeo magna spes pro illo affulgeat. Quidquid autem contigerit, ut *Francofurtum* ire, vel non possit, vel non velit, in omnem eventum Benevolentiæ Tuæ commendatum volo Agnatum meum. Hic certe non minus feliciter spartam mathematicam exornabit, quam vel HERMANNUS, vel 1711. Octob.

1711. Octobr. quiſquam alius; & qui nondum complevit annum vigeſimum quintum, ubi ad maturiorem ætatem pervenerit, nullus dubito, quin *Bernoullianum* nomen (ſi quid valet) ſit egregie tuiturus, eique augmentum non ſpernendum additurus.

Cæruleum Berolinenſe, cujus ſpecimen miſiſti, pro quo debitas exſolvo gratias, videtur elegantiſſimum: an vero requiſitam habeat durabilitatem in picturis, ubi cum aliis coloribus permiſcetur, aut etiam in illuminationibus mappis Geographicis ſuperinducendis, hoc tempus docebit. Nonnihil ejus *aqua gummata* dilutum, & chartæ candidæ illitum radiis ſolaribus expoſui, viſurus num quid de vivacitate ſua amiſſurum eſſet; deprehendi revera aliquantulum expalluiſſe. Dedi quoque aliquid noſtro cuidam pictori, periculum ejus facturo cum oleo; laudavit coloris elegantiam, ſed putat nihil aliud eſſe quam Indicum arte quadam præparatum. Promiſiſti mihi tuam Iconem, cujus oblitus eſſe videris. Ego vero magno teneor deſiderio: quare permittas, ut Tibi memoriam refricem: pretium Pictori ſolvam, vel ſolvi curabo lubentiſſime.

Gaudeo Te revocaſſe ea quæ in prioribus feſtinanter *ſcripſiſti*, circa reſiſtentiam, poſtquam monui ea non cohærere cum iis quæ olim ad me de eadem materia ſcripſeras. Ita enim nunc non fiet, ut quod privatim, etiam publice Tibi excidat, in veritatis præjudicium, & in ipſorum Tuorum aſſertorum deſtructionem; nihil magis cum quærant adverſarii, quam ut in noſmet ipſos vertant arma noſtra, ſicubi vident aliquam contradictionem ex feſtinatione commiſſam.

Clariſſimus HERMANNUS ſcribit ſe aliquid parare pro ſecundo Tomo *Miſcellaneorum Berolinenſium*: ubi ſcivero hujus Tomi impreſſionem imminere, aliquid pariter & ego ſubmittam, quod ſi dignum judicabitur, inſeri poterit. Interim Vale & Fave.

Baſilea. 3°. Sbris 1711.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo

J. BERNOULLI.

EPIS-

EPISTOLA CLXXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professionibus, &c. deque valetudine sua.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

REDUX Torgavia, ubi Nuptiarum Czarigenæ solemnia spectavi, & ipsi magno *Russorum* Czari collocutus sum, Tuas inveni, inclusasque ad Dominum MENCKENIUM misi. 1711. Decemb.

Ad illustrissimum virum *Bernardum* TREVISANUM non ante de re nota scribam, quam ubi simul Dnus. HERMANNUS noster animum abeundi suum declarabit.

Si constet Dnum. HERMANNUM ad *Francofurtenses* non iturum, sperem de Domino Agnato tuo utiliter agi posse; neque enim res præcipitabitur.

Credo Dnum. HERMANNUM ab annorum præfixorum exitu non multum abesse. Itaque, ni fallor, poterit mentem abeundi commodo tempore declarare, sed ita ut simul significet terminum præfixum a se expectatum iri. Id enim ad bonam fidem & dignitatem pertinet, eoque facilius audiemur pro alio agentes. Omnia igitur cum illo & deinde mecum recte constitues; neque enim dubito quin, pro gratitudine sua, Tibi & Tuis faveat.

Pictori, qui Iconem meam nuper paravit male successit.

Cæruleum *Berolinense* ex Indico esse non putem.

Diu nihil intellexi de studiis, præsertimque de rebus mathematicis

1711. Decembr. maticis, sed Tuo favore discere potero quid geratur. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* 3. Decembr. 1711.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Incipio arthritide per varias partes, nempe *pedes*, manus, genua vagante, nonnihil vexari. Haud quidem diu durat, & fere quindecim diebus perfungitur, & est tolerabilis; sed vereor deteriora; mala partium solidarum, maxime membranacearum, præ cæteris curatu difficilia sunt.

EPISTOLA CLXXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professione Patavina. *De* HARTZOEKERO. *De Transformatione Curvarum. De Experimentis* Londini *factis circa aëris resistentiam, ejusque per metallum candens transitu, atque refrangibilitate fluidorum pellucidorum. De Problemate* Praga *nuper. De* VARIGNONII *Responsione ad* GRANDIUM. *De ipsius valetudine.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

EX quo postremas Tuas accepi, advolarunt quoque litteræ à Clarissimo HERMANNO, aliæque ex aliis locis, ex quibus quod ad studia nostra spectat Tecum jam libenter communico, etsi non magni sint momenti. Et quidem quod ad HERMANNUM attinet; ille probat consilium Tuum de non declarando animo suo abeundi, nisi paulo tantum ante terminum sibi præfixum

fixum. Et promittit ſe omnia tentaturum, ut ſucceſſio Agnato meo facilitetur. Credit quoſdam ex ipſis *Italis* ſuæ ſtationi vacaturæ inhiaturos: inter alios præſertim *Verzagliam* meum quondam diſcipulum. . . . . Dubito etiamnum, an unquam ſit iturus *Francofurtum*, cum Parentis ſui venia; quare ſi aliquando conſtiterit meam me non fefelliſſe ſuſpicionem, operam Tuam non male collocabis in ſubſtituendo meo Agnato, qui Tibi ad ultimum vitæ halitum devinctus erit; negandum quippe non eſt ſtationem *Francofurtanam* multum eſſe præferendam *Patavinæ*. 1712. Januar.

Scripſit mihi HERMANNUS ſe Apologiam noſtram ſuſceperturum contra PARENTIUM & HARTSOEKERUM, ſub forma Epiſtolæ Anonymi ad Anonymum, ut ſcilicet inventa tum Tua, tum *Hugeniana*, *Newtoniana*, & mea contra hos ſuggillatores vindicet. *Guido* GRANDUS Monachus, in Solutione (1) Problematis mei de transformatione curvarum eumdem paralogiſmum commiſit, quem MOIVRÆUS & CRAIGIUS, quemque hic nuper publice agnovit in *Tranſactionibus Anglicani*, (2) ubi ſimul revocavit quod contra ſolutionem meam genuinam per motum reptorium inventam, quam mechanicam eſſe prædicaverat, protruſit in lucem. Ad hanc palinodiam, quam urſi, ſine dubio ægre deſcendit . . . . . oportet ut præterea confiteatur ſe igitur hoc Problema de transformandis curvis, quod ut leve quid traducebat, non ſolviſſe, nec hodienum ſolvere potuiſſe. . . . . ut inpoſterum diſcat cohibere judicium de rebus nondum ſatis attente examinatis.

Accepi nuper litteras a Nobil. BURNETO ex Anglia, qui, ſtudio Theologico relicto, Juridicum amplexus eſt: ſcribit. Cl. MOIVRÆUM ad prelum parare librum aliquem de Alea (3) (*ſur le hazard*) qui multo latius ſe ſit extenſurus, quam liber ille Gallicus, Auctore MONTMORTIO, qui ante aliquot an-

(1) In *Appendice II.* ad *quadraturam Circuli & hyperbolæ* editam *Piſæ*. 1710 4°.

(2) N°. 323. Vid. etiam *Joh.* BERNOULLI *Opp.* Tom. I. N°. LXXXIII. p. 452.

(3) Conſtituit eximius ille libellus Num. 329. integrum *Tranſactionum Philoſoph.*

1712. Januar. nos in lucem prodiit. Communicavit præterea experimenta quædam a ſocietate *Londinenſi* facta, circa deſcenſum gravium: Globum ſcilicet ex argento vivo (haud dubie acalgamato (1), quod non addit) diametri $\frac{8}{10}$ pollicum, & ponderis 908 granorum, deſcendiſſe per 220 pedes anglic., quatuor minutis ſecundis; ſed Globum vitreum diametri 1 $\frac{1}{10}$ poll. gran. 510, per eamdem altitudinem deſcendiſſe 8 $\frac{1}{2}$ ſecund: ita ut hic, plus quam duplo majori tempore opus habuerit, quam ille; quod reſiſtentiæ aëris, quæ majorem effectum habuit in vitrum quam *in mercurium*, eſt adſcribendum. Diſcrepantiam autem tam ſenſibilem non credidiſſem. Alterum experimentum erat, quod aër perflans metallum aliquod candens (forte liquefactum) ad reſpirationem ſit inutilis: (2) Item quod refrangibilitas in diaphanis fluidis, non gravitati ſpecificæ, ſed eorum inflammabilitati proportionetur. Sed non ſatis capio, unde enim aqua duceret ſuam refrangibilitatem, ſiquidem inflammabilis nullo modo dici poſſit.

Accepi nuper ſub involucro, ſed ſine adjectis litteris, ſchedam aliquam impreſſam ſub hoc titulo COLUMNA HERCULEA, *ſeu Problema Pragenſe, Auguſtiſſimo Romanorum Imperatori* CAROLO VI. *ſubmiſſe conſecratum, omnibus Geometris in ſtrenam anni* 1712 *propoſitum.* Ipſum vero Problema, quod auctor tribus diſtichis concepit, eſt valde triviale; ut mirer ipſum non puduiſſe id in publicum ſpargere: huc enim redit. *Invenire ſphæram, cujus ſuperficies, una cum ſuperficie dati alicujus Cylindri recti (excluſis baſibus), æqualis ſit ſuperficiei globi dato Cylindro circumſcripti.* Forſitan etiam ad Te exemplar aliquod miſſum eſt. Interim aliquis ex Diſcipulis meis ſolutionem ſuam, in ſimili ſcheda conſcriptam, protinus *Pragam* remiſit, ſub hoc titulo: COLUMNA *Herculea, ſine labore Herculeo ſuperata; ſeu Problematis Pragenſis, Auguſto Romanorum Imperatori* CAROLO VI. *conſecrati ſolutio, & conſtructio, intra minus quam ſemi-*

(1) Globus erat vitreus argento vivo plenus. Vid. *Tranſ. Phil.* N°. 328.

(2) *Ibid.*

Fig. 116.

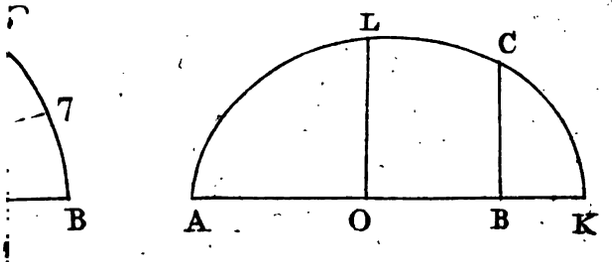


Fig. 118.

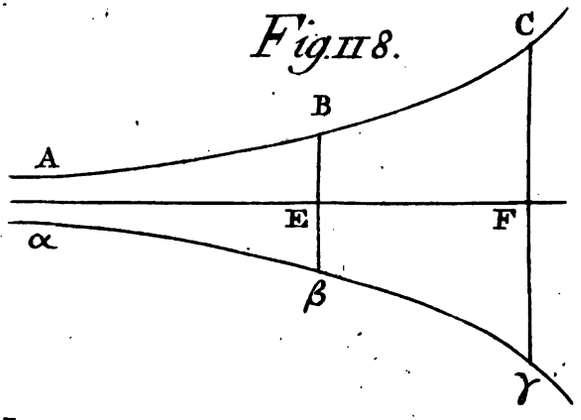


Fig. 120.

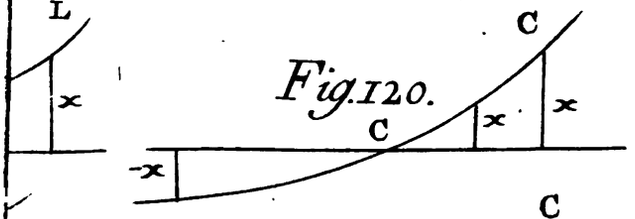
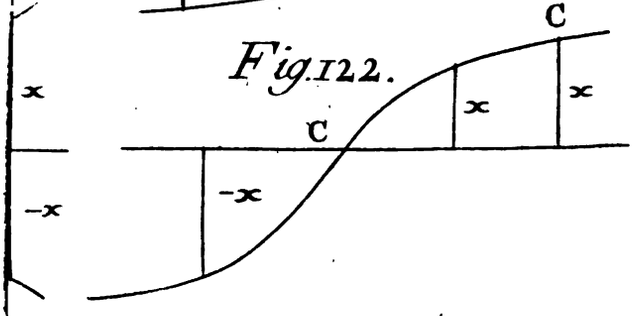


Fig. 122.



ſemiquadrantem boræ inventa & exhibita ab infimo Mathematum Tyrone; una cum duplici Problemate; altero longe ultra fretum Herculeum petito, & Problematiſtæ redhoſtamenti loco, viciſſim in ſtrenam propoſito. Duo autem iſta Problemata ita ſonant. *Invenire Rhumbum, qui tranſeat per data duo loca, longitudine & latitudine differentia. 2°. Determinare Rhumbum breviſſimum, a loco dato ad Meridianum poſitione datum*: Videbimus quantus vir ſit *Pragenſis*. Miſiſſem Tibi ſchedam integram mei Diſcipuli, niſi id moleſtum Tibi fore metuiſſem. 1712. Mart.

Ecce hic ſchediaſma, quod nudius-tertius accepi a Cl. VARIGNONIO, continens reſponſionem ejus ad *Guidonis* GRANDI *librum, De infinitis infinitorum.* Rogat ille, ut porro mittatur *Lipſiam*, *Actis* inſerendum; (1) optatque, ut ſi liber GRANDI nondum eſt recenſitus, ejus recenſio & reſponſio hæc in eodem menſe prodeant. Cum non dubitem Te demereri velle Cl. VARIGNONIUM, curabis ut res ad ipſius votum ſuccedat. Meditatus ſum novam & facilem rationem explorandi fluidorum gravitates ſpecificas, ope Pendulorum, & longe quidem accuratius quam per vulgaria illa inſtrumenta (*peſe liqueurs*) hactenus uſitata; forte aliquid de ea re ad *Acta* mittam, (2) aut ad *Miſcellanea Berolinenſia*, ſi ea continuantur.

Doleo Pictori, qui Iconem Tuam paravit, male ſucceſſiſſe; an autem ea potiundi nulla ſpes ſupereſt! Nullone pretio habenda? ægre intellexi, nec ſine dolore Te incipere vexari Arthritide vaga. Species eſt Podagræ, cujus ego jam aliquot inſultus habui, ex quo in Patriam reverſus ſum: noſti vero quod de ea non male ominentur Medici, ſi ea demum venit, hac qua Tu es ætate. Summitates urticarum, menſibus vernis collectæ, & inter duo folia chartæ exſiccatæ, a quibuſdam hic ſummo cum fructu tanquam arcanum uſurpantur, ad modum potûs Theæ;

(1) Inſertum eſt A° 1712. *April. pag.* 154.

(2) Vid. *Act. Erud.* 1713. *Febr. pag.* 77. & *Mart. pag.* 155. vel *Opp. Tom.* I. *N°. XC. p.* 514.

certum eſt urticam inſigne eſſe diureticum : oportet autem potum iſtum continuare quotidie per ſat longum tempus. Hisce Vale & Favere perge.

Baſileæ initio anni 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXC.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſionibus Patavina & Francofurtana. *De ratione inter quantitates poſitivas & negativas imaginaria. De Problemate* Pragenſi, &c.

Vir Celeberrime & Nobiliſſime, Fautor Honoratiſſime !

1712. Mart. SIGNIFICO expeditam jam eſſe vocationem Clariſſimi HERMANNI noſtri ad Academiam *Francofurtanam*, ſed non ideo minus poterit rem tegere *Patavii*, & moram trahere, donec terminus expirarit, atque interim præparare iter Domino *Nicolao* BERNOULLIO. Nec dubito & nominis *Bernoulliani* claritatem, & commendationem HERMANNI ipſius pondus habituram. Quod ſi a me aliquid conferri poſſit, indicabis tempus ac modum.

Antagoniſtæ HERMANNI ad ſucceſſionem haud dubie aſpiraturo oberit opinor admiſſus nuper error, quantum ex Clariſſimo HERMANNO intellexi, & ipſa contra monitorem HERMANNUM impotens acerbitas. Chartas ille Tuas ſecum, ex communica-

municatione Tua, ſed non & ingenium judiciumque abſtulit, quod communicare cum ipſo non potuiſti. Fortaſſe e re erit Tuo ac VARIGNONII judicio errorem quem admiſit damnari, ut qui rem diſcutere ſatis nequeunt ex rationibus authoritate moveantur. Fateor, ſi omnia paria eſſent, *Italum* ab *Italis* extraneo & *Helvetio*, & Religione diverſo prælatum iri; ſed nunc cum nondum apud eos ſatis radicata ſit nova analyſis, recte exteris utentur, donec iis indigere deſinant. 1712. Mart.

Varignoniana ad GRANDII objectiones reſponſio in *Actis Lipſienſibus* menſe Aprili comparebit; adjeci Obſervatiunculam (1), notavique; etſi poſſit dici — 1 & ſimiles expreſſiones ſignificare nihilo minora, non tamen dari rationes niſi imaginarias, quarum antecedens aut conſequens ſit quantitas nihilo minor, ſeu rationem — 1 ad 1, vel 1 ad — 1 eſſe imaginariam. Quod inter alia ex eo probo, quia huic rationi vel ſimili nullus reſpondet Logarithmus.

Quia Dnus HERMANNUS vocatus eſt *Francofurtum*, fortaſſe optimum erit, ut illuc eat *Patavino* tempore expleto; nam ſi recuſet, vereor ne alius irrepat, nec liceat de Dno. Agnato Tuo cum fructu agere. Sed ſi adeat locum, facilius opinor obtineri deinde ſubſtitutio poterit.

Vereor ne in noviſſima Experimenta *Londinenſia* de deſcenſu gravium error irrepſerit.

Pragenſis ille Mathematicus, qui HERCULIS *Columnas* tranſiiſſe ſibi viſus eſt, fortaſſe Jeſuita aliquis fuerit ex numero mediocrium Geometrarum. Et vereor ne quicquam de Rhumbis intelligat.

Neſcio an habeant *Lipſiæ* librum GRANDII, itaque fortaſſe recte illuc aliqua ejus recenſio miſſa fuiſſet; ſed mihi quoque non eſt ad manus.

Pro urticarum remedio gratias ago.

(1) G. G. L. *Obſervatio quod rationes ſive proportiones non habeant locum circa quantitates nihilo minores, & de vero ſenſu Methodi infiniteſimalis.* Act. Erud. 1712. April. p. 167.

Spero Dominum Cognatum tuum in posterum, cum mihi honorem litterarum suarum impertietur, aspersurum aliquid ex suae eruditionis penu, quo doctior fiam. Nam hac etiam ætate discere mihi dulce est. Quod supereſt. Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* 16. Martii 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXCI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Professione Patavina.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1712. April. LITTERAS meas nuperas acceperis, quibus significavi vocationem Dni HERMANNI nostri in Academiam *Francofurtensem* esse expeditam. Nunc addo ipsum Dno WOLFIO Professori *Hallensi* scripsisse, mox affore sese ad stationem capessendam. Spero tamen nihil præcipitaturum, nec ante tempus *Patavio* abiturum, ut benevolentia Procerum *Venetorum* conservetur, promissisque satisfiat, & facilius surrogatio obtineri possit. Nam *Berolino* non usque adeo urgebitur, ut veniam maturioris discessionis a *Venetis* petere necesse sit futurum. Credo meas interim litteras ipsi redditas, & non ingratum accidisse qualecunque consilium, ex bono animo profectum, de rebus non præcipitandis, antequam digno successori via sternatur. Nec dubito Te quoque in eumdem sensum litteras ad eum dedisse, omniaque adhuc in integro fore. Ubi ergo intellexero quo res sit loco, quæque sit HERMANNI nostri sententia, faciam quæ e re fore judi-

judicabitis. Et si vobis ita videbitur, ad illustrem Virum *Bernardum* TREVISANUM pro Agnato tuo scribam. Et credo pondus habebit apud ipsum aliosque intelligentes, quod novas Methodos nondum satis in *Italia* intelligi ex erroribus tum *Guidonis* GRANDII, qui Problema tuum male solvit, tum illius discipuli Tui, ..., intelligi potest. Itaque rectissime facient Proceres, si vocent peritum veræ Analyseos, ut radices meliores in *Italia* figere possit. Id quoque HERMANNUS insinuare poterit. Alioqui vereor ne successorem accipiat quem minime velletis. ..... Quod superest, Vale & Fave. 1712. April.

Dabam *Hanoveræ* 7. Aprilis 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTO-

EPISTOLA CXCII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Profeſſione Patavina, *hortatur ut medicinæ matheſim applicet. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. Mai. LITTERAS meas Tibi rite redditas puto; nunc ſignifico adveniſſe a Clariſſimo HERMANNO ſcriptas, quibus ſignificat acceptatam a ſe vocationem reſponſione *Berolinum* miſſa; ſummo autem ſtudio operam a ſe datum iri, ut Dominus Agnatus tuus ſurrogari poſſit. Agnoſcit autem ad hoc obtinendum fore conſultum, ut ante præfixi ſibi apud *Patavinos* temporis exitum non diſcedat, quo plus gratiæ & Auctoritatis habeat ſua conterranei commendatio. Sed veretur ne tanta mora ſibi *Berolini* noceat; nam integrum adhuc annum ſupereſſe, in quem *Patavinis* ſit obſtrictus. Itaque petit ut ſententiam meam reſcribam. Reſpondeo mihi videri poſſe diſceſſum bona cum *Berolinenſium* gratia trahi, vel ideo quod negotium *Francofurtanæ* vocationis ad extremum uſque in incerto fuit, non-nullis contra machinantibus. Itaque HERMANNO in ea incertitudine non licuiſſe proſpicere rebus ſuis, & præparare ſe ad diſceſſum, bona cum gratia Procerum *Venetorum* impetrandum, quibus utique paulum ſpatii dandum ſit ad novam vocationem, cum ipſæ leges, quibus illuc vocatus ſit, tale aliquid exigere videantur. Idque me velle in anteceſſum inſinuare *Berolinenſibus*, & oſtendere pene impoſſibile fore HERMANNO *Francofurtanam* ſtationem adire hoc anno. Reliquos aliquot menſes deinde ex anno ſequente etiam facile indulgebunt. Quanquam etiam fortaſſe ſi confici interim mature poſſet Domini Agnati tui vocatio, promptior diſceſſus alio ſubrogato minus difficilis futurus eſſet. Cæterum illud

lud prudenter monet, Proceres *Venetos* amisso GUILLIELMINO talem quæsituros Mathematicum, qui etiam circa curam aquarum utilis esse possit. Itaque magnum pondus habiturum, si a Domino Agnato tuo, sagacis utique ingenii Juvene, tale quid expectari posset. Quare mihi in mentem venit, recte illum facturum, si quam-primum huic negotio animum applicet, & re Tecum communicata, cui nihil in his rebus arduum est, promulsidem aliquam edat in hoc, unde spem illi concipere queant, accedente ipsa harum rerum tractatione, futurum illum in eo genere utilem Reipublicæ suæ. Et sane res est per se egregia, &, non minus ob subtilitatem quam ob usum, scitu digna. Si excurreret ad *Batavos*, ibique aquaria opera inspiceret, id plurimum ad commendationem facere posset. Sed hæc mea sunt cogitata, quæ Tuis summitto, profecta ex optimo animo, & vobis & Reipublicæ consulendi. . . . . 1712. Mai.

. . . . . .

Dominum Agnatum tuum rogo ut a me salutes; is rem gratissimam faciet, si aliquando meditationes suas mecum communicabit, & quæ in re litteraria agantur docebit. Non dubito quin plurimum ei profuerit iter *Parisinum*. Annon sperare licet inedita quædam utilia in Domini *Fratris* quondam tui *Jacobi* schedis adhuc latentia, in lucem proditura.

Tu quoque, cum multa adhuc præclara haud dubie in numerato habeas, velim ne meditationes tuas perire sinas, quibus nemo pretium ponere me scit melius. Inprimis optem ut cogites de Mathesi magis magisque ad naturam applicanda. Digna Te sunt quæ de musculis dedisti; talia plura dare posses, quæ usum ostenderent Matheseos etiam in re medica. Scis magnas nunc esse lites in *Anglia*, in *Batavis*, in *Gallia*, de usu Mechanices in Medicina: quidam negant omnia fieri mechanice in nostrorum corporum actionibus, in quorum numero est STAHLIUS ille, qui per litteras mecum certavit, sed credo semetipsum non satis intelligit. Quidam contra omnia putant explicari a nobis posse mechanice. Ego neutris accedo: Omnia quidem in his mechanice fiunt, sed nondum eo usque profecti sumus,

1712. Mai. ut omnia mechanice explicare poſſimus. Interim non ſpernendum eſt hoc ſtudium Mechanices, ſed magis magiſque excolendum. Videntur in organicis plurima conſtare perpetuis vibrationibus inſenſibilibus, quæ cum videmur quieſcere, a contrariis coercentur. Itaque res vere ad vim elaſticam redit. Ipſam memoriam in vibrationum perduratione conſiſtere ſuſpicor, ut campana pulſata diu adhuc tinnit aſſonatque. . . . . Itaque fluido, quod ſpirituum animalium nomine venit, non videmur habere opus, niſi ad ipſam vis elaſticæ rationem reddendam, quæ tamen ad praxin neceſſaria non eſt, quanquam non ſit negligenda ad explicandam ſummam rerum. . . . . Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 6. Maii 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. An ſcis qui urticarum ſummitatibus cum fructu uſus ſit? Ad Dominum *Bernardum* TREVISANUM, ſcriptis celebrem, cum quo mihi ſubinde litterarium commercium eſt, & Dominum QUIRINUM Nobilem *Venetum* alium, qui mihi eſt amicus, diuque in Aula noſtra egit, in Domini Agnati tui gratiam ſcripſi, & litteras ad Dominum HERMANNUM miſi ab ipſo tradendas.

EPIS-

EPISTOLA CXCIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De ratione inter quantitates poſitivas & negativas imaginaria. De Logarithmis Numerorum negativorum. Aliud Problema* Pragenſe. *De infuſione ſummitatum urticarum. De uſu Matheſeos in re Medica. De cauſa elateris.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

AD ternas, quas abs Te accepi, litteras nunc una vice reſpondeo. Gratum fuit intelligere vocationem HERMANNI ad Academiam *Francofurtanam* tandem expeditam fuiſſe; ejus me antea certiorem fecerat Clariſſimus WOLFIUS, qui, miſſo ad me protinus Apographo Epiſtolæ Regiæ ad HERMANNUM datæ, ſimul me rogaverat ut illud porro mitterem ad eumdem, majoris ſecuritatis gratia; ut ſi forte Autographum ipſum per aliam viam miſſum intercideret, ſaltem illud alterum ad manus ejus pervenire poſſet. Intellexi poſtea utrumque HERMANNO rite traditum & vocationem acceptatam, & ita quidem, ut ex inſtigatione Cl. WOLFII, hac adhuc æſtate diſceſſum *Patavio* ſibi ſuſcipere proponeret. Nunc vero uti videt hoc fieri non poſſe, ſalva Procerum *Venetorum* benevolentia, quibus in ſex annos ſe addixit, mutavit ſententiam, conſtituitque ſextum etiam annum, qui termino adhuc deeſt, in ſtatione ſua complere, Tuo conſilio & hortatu, ut puto, inductus, qui ipſi perſuaſiſti nihil eſſe quod diſceſſum valde urgeat, eumque facile trahi poſſe, bona cum *Berolinenſium* gratia. Sic itaque non dubito poſſe HERMANNUM paulatim *Venetorum* animos lucrari pro 1712. Mai.

1712. Mai. Agnato meo ſibi ſurrogando, quando præſertim acceſſerit Tua commendatio, quæ præ omni alia plurimum virium & efficaciæ habebit. . . . . .

. . . . . .

Non male ſuades ut Agnatus mechanicæ aquariæ ſe applicet; idem & ego ſuaſi; quod tantum effecit, ut forte brevi ad *Batavos* ſit excurſurus, ibique, quæ ad hanc rem ſpectant, accuratius explorare poſſit. . . . . Cæterum Agnatus jam nuper ad Tuas reſpondit, is ſalutem officioſiſſimam cum cultu ſuo per me Tibi dicit. . . . . .

. . . . . .

Non prorſus Tecum ſentio, rationem — 1 ad 1, vel 1 ad — 1 eſſe imaginariam, ex eo quod huic rationi nullus reſpondeat Logarithmus; ſupponis enim numerum negativum nullum habere Logarithmum; cujus contrarium ego ſic probo. Eſto x numerus variabilis, per infinite parva creſcens, cujus Logarithmus ſit lx; dico eumdem lx reſpondere ipſi $-x$, æque ac ipſi $+x$: hoc eſt $lx = l-x$: Nam ſcis dlx eſſe $= dx : x$, hoc eſt differentiale alicujus Logarithmi haberi *dividendo* differentiale numeri per ipſum numerum; cum itaque $dx : x$ ſit $= -dx : -x$; patet propoſitum. Ecce rei connexionem $dlx = dx : x = -dx : -x = dl-x$: Ergo Ta. XXII. etiam $lx = l-x$: Unde vides, (*Fig.* 118.) curvam Logarithmicam A B C habere ſuam comparem $\alpha\beta\gamma$, ut, exempli gratia, Hyperbola ſuam oppoſitam; ita ut, ſumta B E pro unitate, E F ſit Logarithmus non tantum ipſius C F, ſed & ipſius γ F, quæ deſignat numerum prioris negativum.

Miſſa nuper ad me eſt altera Scheda, continens ſolutionem Problematis *Pragenſis* ab *Auſtriaco* quodam; a quo etiam proponitur viciſſim idem Problema, ſed non-nihil auctum, de conſtruenda nempe baſi ex ſemiglobo truncato columnæ ſubſternendæ, cujus ſuperficies, cum ſuperficie columnæ & globi impoſiti, habeant rationem continuam. Videtur uterque, & Problematiſta & Solutor, ad eumdem ordinem Geometrarum referri debere; nam tri-

triviałia ſunt utriuſque, & a neutro ſolutionem Problematis de Rhumbis ſperare poſſum. . . . . 1710. Octob.

Quæris in poſtremis Tuis, an ſciam qui urticarum ſummitatibus cum fructu uſus ſit: reſpondeo me ex ore quorumdam audiviſſe, qui in ſe ipſis experimentum cum ſucceſſu fecerunt; ita ut jam paſſim ejus uſus apud nos invaluerit, & ipſe Ego jam per aliquot hebdomadas eodem utar, ut nimirum mature occurram podagræ jam aliquoties ſe mihi manifeſtanti, & pectoris fluxionibus, quibus ſæpe vexor; contra quas & reliquos pectoris affectus inprimis urticæ commendantur: videbo quantum mihi profuerint.

Quæ de uſu Matheſeos in Re medica mones, utilia ſunt, de quibus aliquando cogitabo. Sunt ſane mihi multa, quæ olim conſcripſi, ſed indigeſta, Phyſico-Medico-Mechanico-Mathematica. Ubi vacaverit, aliquid in ordinem redigam: *Miſcellaneis Berolinenſibus*, ſi continuarentur, inſerendum. Etiam ego ſum in opinione organica corpora naturalia conſiſtere in perpetuis vibrationibus ſe mutuo coercentibus, & a quadam elaſticitate originem habentibus; ita ut adſit quædam veluti actio & reactio inter partes, quarum quamdiu altera alteri non prævalet, machina quieſcit: ſicuti aër condenſatus, cujus partes ſingulæ ſe mutuo urgent viribus æqualibus, & tota tamen moles quieſcit, quamdiu vas ubi incluſus probe undiquaque munitum & obturatum eſt. Quod ejus elaterium attinet; habeo cauſam Phyſico-Mechanicam (1) ad explicandam ejus proprietatem, quod vires aëris elaſticitatis ſint ejuſdem denſitatibus proportionales, cæteris paribus; hoc eſt, ſervato eodem caloris gradu: cujus rationem evidentem & claram nemo dedit. . . . . Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Baſileæ 25. Maii. 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

(1) *Hanc habes in Append. ad Diſſertat. de Motu.* Opp. Tom. III. N°. CXXXV. pag. 83.

EPISTOLA CXCIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De MUYSII *Elementis Physices. De sua cum* HARTSOEKERO *controversia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1712. Jun. ITA est ut ais. . . . . .

. . . . . .

Venetiis aut *Patavii* nihil amplius intellexi.

Miror Te, pro acumine Tuo, non vidisse, haud posse dari Logarithmum -2, quia non potest dari Logarithmus $\sqrt{-2}$, qui esset prioris dimidius. At dicis; differentiale numeri $-x$, quod est $-dx$ divisum per numerum $-x$, dabit elementum logarithmicum $-dx:-x$, seu $dx:x$. Sed hæc regula, quod differentiale divisum per numerum dat differentiale Logarithmi, & quævis alia de Logarithmorum natura & constructione non habet locum in numeris negativis, ut reperies, ubi demonstrare voles.

Ipsa etiam figura ostendit non posse perveniri ad Logarithmum -1, vel similem; quia x (*Fig.* 119.) ordinata logarithmica LL non potest ita decrescere ut evanescat tandem, seu perveniat ad 0, & deinde transeat in contrariam partem, seu ad -1, ut fit (*Fig.* 120.) in curva CC. Nam ad hoc obtinendum debuisset curva Logarithmica secare axem, qui tamen ei est asymtotos. TA. XXII.

Si *Leydam* adhuc cogitas, suggero vocationem aliquam ibi esse debere Tibi convenientem, nam MUYSIUS, cujus *Elementa Physi-*

Physices (1) forte vidisti, *Franekeræ* Medicinæ Doctor & Matheseos Professor, illuc, ut intellexi cogitat, & vocari sperat. Itaque non esset differendum, si quid moliris. Elementorum ejus superbus est titulus, ait enim methodo mathematica esse demonstrata, sed ego in illis plus subtilitatis, quam soliditatis deprehendi. Recte quidem contra vacuum & Atomos pugnat, sed male extensionem habet pro substantia, & ab ea derivat impenetrabilitatem vel ἀντιτυπίαν, cum tamen corporis extensio nihil aliud sit, quam repetitio seu diffusio Antitypiæ; atque ita extensio non est primum sed aliquid supponit. Recte quidem contendit duritiem in corporibus a motu oriri, separationem impediente; sed an rem sufficienter explicaverit dubito. *Anglorum* tamen jactatam pro vacuo demonstrationem recte mihi refutare videtur. 1712. Jun.

Fuit mihi cum HARTSOEKERO quædam per litteras concertatio (2). Contendit ille esse quasdam atomos in perfecto aliquo fluido omni cohæsione carente natantes, & ex his duobus omnia oriri. Ego nec perfectas atomos, nec perfectum fluidum admitto, putoque in omni corpore esse aliquem cohæsionis & aliquam fluiditatis gradum, extrema autem ista cum Legibus naturæ pugnare.

Litteras nostras amicus communis in *Galliam* misit, fortasse pro parte illic *Trivultiano* diario inserendas. . . . . Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 30. Junii 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Elementa Physices methodo mathematica demonstrata &c. Amstel.* 1711. 4°.

(2) *Journal de Trevoux*, 1712. *Mars & Avril. & Journal des Sçavans. Ed. Holl. Dec.* 1712, & *Janv.* 1713.

EPIS-

EPISTOLA CXCV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

De Profeſſione Patavina & HERMANNO. *Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. Jul. EPISTOLAM à præclariſſimo HERMANNO noſtro accepi, qua in ſententiam meam ſe concedere, & differre velle digreſſum, & de tuo Agnato Domino *Nicolao* BERNOULLIO commendando ſollicitum fore perſcripſit. Non dubito quin idem Tibi quoque ſignificarit. Puto autem recte facturum, ſi Curatoribus Academiæ ſignificet, finito penſo diſcedendum ſibi, & privatis ſermonibus id agat ut de ſucceſſore quem vellemus cogitetur. Si adeſſet Dnus *Abbas* FARDELLA, rem credo non difficulter conficeremus; ſed ille, *Barcinone* gravi morbo tactus, vereor ut ſuperſit. Ego interim amicos *Berolinenſes* monui, ut curent ne quid Dnus HERMANNUS ex mora detrimenti capiat.

Ait Dnus HERMANNUS ſeſe habere Demonſtrationem quamdam novam ſententiæ meæ Dynamicæ, quod vires ejuſdem corporis ſint ut quadrata celeritatum. Ejus demonſtrationis cognoſcendæ ſum percupidus, præſertim ſi differat ab iis quas hactenus adhibuimus, partim a priori, partim a poſteriori.

Non dubito quin Dominus Agnatus tuus præclaros, pro ingenio ſuo, in rebus mathematicis progreſſus facere pergat; & huic multa commendare poteris, quem Tibi agere minus vacabit. Unum opto, ut de rebus medicis cogites paulo attentius, diſpiciaſque an ad aliquod Inſtitutionum rudimentum ſive tentamentum ſaltem conjecturale perveniri poſſit. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 6. Julii 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S.

P. S. Inclusas ad Dominos TURRETINUM & SCHEUCHZERUM curari peto. Vereor ne nova pax *Anglicana*, si longius serpit, etiam *Helvetiæ* circulos turbet. Hactenus *Batavi* sese fortes ostendunt.

EPISTOLA CXCVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentes.

De Agnato suo & HERMANNO. De Logarithmis Numerorum negativorum. De MUYSII *Elementis Physicæ. De* COLLINSII *Commercio Epistolico.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

AD binas Tuas postremas responsum debeo: in posteriori- 1712.
bus inclusas alias ad TURRETINUM, rite curavi, sed ad Aug.
SCHEUCHZERUM, quas dicis, nullas inveni; fortasse oblitus es includere . . . . . .

. . . . . .

Agnatus meus fortassis jam est in *Anglia*. Accepi nuperrime litteras ab eo *Roterodamo*, in quibus se procinctum significat ad transfretandum in *Angliam*; rogatque ut sibi condones, quod ad litteras Tuas ad se datas nondum responderit; se id facturum quam primum iter suum in *Angliam* absolverit. . . . . Quamprimum ad HERMANNUM scribam; rogare non obliviscar, qualem habeat novam Demonstrationem sententiæ Tuæ dynamicæ, quod vires ejusdem corporis sint ut quadrata celeritatum. Curiosus quidem & ego sum cognoscendi num illa præstet mea quam exhibui a priori, communicavique olim cum VOLDERO, quam visam laudavit, & ideo sententiæ Tuæ accessit.

1712. Aug. Nondum video haud posse dari Logarithmum $\tau\tilde{\sigma}$ — 2: nego enim quod asseris Logarithmum $\tau\tilde{\sigma}\sqrt{}$ — 2 esse prioris dimidium; etsi verum sit logarithmum $\tau\tilde{\sigma}\sqrt{}2$ esse dimidium logarithmi $\tau\tilde{\sigma}$ 2: oportet quippe inspicere rationem hujus veritatis, & videbis discrimen. Ideo scilicet Logarithmus $\tau\tilde{\sigma}\sqrt{}2$ est dimidium Logarithmi $\tau\tilde{\sigma}$ 2, quia $\sqrt{}2$ est medium proportionale inter 1 & 2: sed $\sqrt{}$ — 2 non est medium proportionale inter — 1 & — 2, adeoque concludi non potest Logarithmum $\tau\tilde{\sigma}\sqrt{}$—2 esse dimidium Logarithmi $\tau\tilde{\sigma}$ — 2; adeoque quemadmodum Logarithmus $\tau\tilde{\sigma}\sqrt{}1\times2$ est dimidium Logarithmi $\tau\tilde{\sigma}$ 2, ita quoque Logarithmus $\sqrt{}$ — 1 × — 2, est dimidium Logarithmi — 2, hoc est, Logarithmus $\sqrt{}2$ est dimidium Logarithmi — 2, æque ac dimidium Logarithmi $\tau\tilde{\sigma}$ + 2. Id quod maxime confirmat argumentum in postremis meis allatum, esse scilicet Logarithmum x = Logarithmo — x; ex eo quod dx: x fit = — dx: — x. Et sic numeri alicujus, tam affirmativi, quam negativi, communem esse Logarithmum. Miror vero Te velle ex figura Tab. XXII contrarium ostendere, quasi (*Fig.* 121.) ordinata *logarithmicæ* LL non possit ita decrescere, ut evanescat tandem, seu perveniat ad 0, & deinde transeat in contrariam partem seu ad — x, sicuti (*Fig.* 122.) fit in curva C; cum suppetant tamen innumera exempla quotidie obvia, quæ utramque Tui argumenti partem vacillare evincunt. Primo etenim, curva aliqua in partem oppositam seu + x in — x transire potest, ita ut non opus sit ut evanescat, seu perveniat ad 0; sicuti videre est in Hyperbola ordinaria, super axe conjugato, cujus pars abscissa communis est ordinatæ affirmativæ & negativæ, licet nunquam evanescenti Secundo, nego Logarithmicam LL non ad alteram partem pervenire $\lambda\lambda$, per evanescentiam ordinatarum x; hoc enim fit postquam LL excurrit in infinitum, ubi quippe evanescit x, seu pervenit ad 0, hujusmodi iterum multa exempla habemus, sicuti videmus in Conchoïde Nicomedis, cujus (*Fig.* 123.) duæ sunt partes oppositæ ABC & $\alpha\beta\gamma$, super eodem axe DEF & ex eodem polo O descriptæ, quæ tamen non in se invicem transeunt, nisi post excursionem in infinitum. Habes itaque exem-

exemplum in hac altera curva, cujus æquatio [positis ordinatis x & z] $xx = a^4 : (aa + zz)$ seu $x = \pm aa : \sqrt{(aa+zz)}$; 1712 Aug. oſtenditur eam habere duas partes convergentes in infinitum, dum interim ordinata quælibet x affirmativa, oppoſitam habet x negativam, plane ut in Logarithmica fieri ſtatuo. Quæ omnia, ubi perpenderis, forte mutabis opinionem, & quæ in noviſſimo *Actorum* Aprili, nuperrime tantum mihi viſo, hac de re habes, retractanda ultro fateberis. . . . . .

Vidi MUYSII *Elementa Phyſices*, & perluſtravi. . . . . .

. . . . . .

Auctorem nunquam vidi tot verba facientem de rebus nihili; videtur id ſolum affectaſſe ut Opus ſcriberet diffuſum & mole amplum, unicam ibi deprehendi demonſtrationem geometricam, quam hauſit ex KEILIO; hic vero ſine dubio ex *Newtonianis*, ſcilicet de Tautochroniſmo Cycloïdis. MUYSIUS enim ut ſuſpicor, non admodum profunde in Geometriam penetravit. De HARTSOEKERO idem fere ſentio; habet tamen in experimentalibus plus dexteritatis, ſed etiam in refutando plus . . . . . quam MUYSIUS, atque plus. . . . . .

In Litteris noviſſimis BURNETI ſequentia inveni ad Te ſpectantia. *L'on eſt occupé préſentement à la Societé* [de Londres] *à démontrer, par des Lettres originales, que la Méthode des fluxions a été connue plus de 7 ans, avant que Monſieur* LEIBNITZ *en ai rien publié, & que Monſieur* LEIBNITZ *en pouvoit avoir vû les principes chez un Monſieur* COLLINS, *qui les avoit à* Londres, *dans le tems que Monſieur* LEIBNITZ, *y a été, & qu'e ſuite, par des Lettres, il a demandé des éclairciſſemens, qui montroient qu'il n'entendoi pas encore la matiere, cinq ans après que Monſieur* NEWTON *l'a fait voir complette à ſes amis. Cette controverſe a été cauſée par les Meſſieurs de* Leipſic, *qui ont critiqué mal à propo le Livre de Monſieur* NEWTON *ſur les quadratures*, & de Enumeratione

curvarum. Tuum est videre quomodo hanc Anglorum ambitionem retundas. Interim Vale & Fave.

Basileæ 13. Augusti. 1712.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXCVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Nicol. BERNOULLIO *& Professione* Patavina.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1712. Aug. NON dubito, quin Dnus HERMANNUS noster Tibi significaverit, quid cum Domino *Bernardo* TREVISANO sit locutus, & quid ille suaserit. Significavit autem mihi e re fore, ut Dominus Agnatus tuus apud Legatos *Venetos* in *Batavis* & *Gallia* agentes de meliore nota commendetur, & præsertim apud *Dominum* RUZINUM Procuratorem S. Marci, nunc *Ultrajecti* Reipublicæ causa agentem, quia ille ipse etiam Reformator est studii *Patavini*. Itaque scripsi ipse ad Dominum *Baronem de* BOTHMAR Legatum Electoris mei, ut rem *Domino* RUZINO commendare vellet. Sed cum BOTMARUS *Hagæ*, RUZINUS vero *Ultrajecti* esset, ille huic excerptum ex Epistola mea mitti curavit, responsum autem fortasse non feret, donec ipse BOTHMARUS negotiorum causa *Ultrajectum* excurrat. Interea volui ne hoc nescires, ut per amicum aliquem in *Batavis* aut *Ultrajecti* possis invigilare negotio, efficereque ut Dominus RUZINUS a Peritis intelligat quod res est, quantum scilicet familiæ vestræ debeant Litteræ mathematicæ, & quantum a Juvene doctissimo Agnato tuo sit expectandum; Ita confirmabuntur aliorum

testi-

teſtimonio quæ ego perſcripſi. E re etiam erit Dominum 1712.
EMUM Legatum Sereniſſimæ Reipublicæ *Venetæ* ad Regem Chriſ- Aug.
tianiſſimum de eadem re edoceri, ut ſuffragio quoque ſuo votis noſtris accedat. Id vero ut agas, Tibi per VARIGNONIUM alioſque amicos *Pariſiis* perfacile erit. Denique ſi ipſe Agnatus tuus iter in *Batavos* faceret, & rei aquariæ cognoſcendæ operam ocularem daret, ſeque in Illuſtris RUZINI gratiam coram inſinuaret, minus eſſet de ſucceſſu dubitandum. Ego ſtudium ejus in rem aquariam impenſum ex præſumta voluntate ejus, litteriſque Tuis jam tum in meis commendavi. Vale.

Dabam *Brunſvigæ* 31. Auguſti 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXCVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad penultimam.

De BERNARDO & MUYSIO. *De Commercio Epistolico Anglorum*, &c.

Vir Nobilissime, & Celeberrime!

1712. Septem. VIX litteras ad Te dimiseram cum alias a Te accepi; vellem sciviſſe iter in *Batavos* Domini agnati Tui, monuissem enim ut Illustrissimum RUZINUM *Ultrajecti* adiret; sed hoc fortasse in reditu fieri poterit; Dominus HERMANNUS publicationem discessus sui nondum maturum putat. Puto Dominum Agnatum tuum hydragogicæ praxi [hydraulicam non intelligo] *utiliter* operam daturum.

BERNARDUS, quam *Lugduni Batavorum* Cathedram nactus sit, Physicam an Mathematicam non bene memini; illud pro certo nuntiatum est, MUYSIUM illuc aspirare, Physicam, Medicam, an Mathematicam speret, aut non additum est, aut ego oblitus sum. Fateor in ejus opere multum evanidæ subtilitatis, parum rerum notatu dignarum comparere.

Anglorum quorumdam vanos conatus rideo; nunquam illi monstrabunt quæ jactant, nisi aut verba mea corrumpant, aut perverse interpretentur: Valde mihi declinare videtur doctrina in *Anglia*; nec tot egregiis Viris defunctis pares, aut vel longo proximi intervallo succeſſere. Scilicet nunc ingenia politicis, nugis, aut theologicis controversiis distinentur: Successioni legibus stabilitæ merito timetur, quando illi apud quos est potestas nihil agunt quod ad eam firmandam facere possit, multa faciunt aut patiun-

patiuntur, quæ ad infirmandam; sed hæc Divinæ Providentiæ 1712.
sunt commendanda. . . . . Septemb.

Ais Dominum Agnatum Tuum mihi scripturum itinere *Anglico* confecto; vellem ei ex *Batavis Angliaque* scribere vacasset, aut vacaret, tum in rem suam, tum in gratiam meam.

De nullo logarithmo $\pi^{\infty} - 1$ vel $\pi^{\infty} - 2$, &c. habes schedam adjectam. Quod superest, vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 18. Septembris 1712.

Deditissimus.

G. G. Leibnitius.

SCHEDA.

De nullo Logarithmo $\pi^{\infty} - 1$, *vel* $\pi^{\infty} - 2$. &c. *cujus mentio fit in præcedente Epistola.*

Scheda de nullis Logarithmis numerorum negativorum.

Series Logarithmorum est series numerorum progressionis Arithmeticæ respondens seriei numerorum progressionis geometricæ, quorum unus assumi potest unitas, & alter numerus aliquis positivus, verbi gratia 2. Ubi pro Logarithmo unitatis assignari potest 0, pro Logarithmo vero ipsius 2 numerus quicunque, sed ponamus unitatem esse Logarithmum ipsius 2.

Porro manifestum est in serie hac geometricæ progressionis nunquam, assumtis quotcunque tertiis proportionalibus, perveniri ad numerum negativum. Videtur quidem ad eum perveniri posse assumtis mediis proportionalibus, nam in nostra hac serie datur 1, 2, 4; jam medium quod sumi potest inter 1 & 4 videtur esse tam $+2$ quam -2, quia tam $+2$ quam -2 in se ductum dat $+4$. Verum incommodum hic oritur, quod -2 non

potest

poteſt eſſe in progreſſione geometrica in qua eſt + 2, qualis nempe [ex hypotheſi] eſt noſtra; cum — 2 non ſit potentia ipſius 2, ſecundum exponentem quemcunque, ſeu non ſit 2^e quod tamen de quovis numero Logarithmum recipiente dici poteſt, quī proinde in hanc ſeriem 1, 2, 4 &c. quantum opus ultro citroque continuatam vel interpolatam cadit ſaltem æquivalenter. Nempe ſi fiat $x = 2^e$, erit $e = \text{Log. } x$, poſito ſcilicet Log. 1. eſſe 0, & Log. 2. eſſe 1. Cum ergo non dari poſſit e, in æquatione $-2 = 2^e$; conſequens erit, logarithmum — 2 eſſe nullum. Atque hinc etiam fit ut — 2 non poſſit eſſe ordinata ad Aſymptoton Logarithmicæ, in eadem ſerie conſiſtens cum 1 & 2, ſeu non poſſit eſſe x in æquatione ad Logarithmicam $x = 2^e$.

Sed idem oſtenditur adhuc facilius ex natura quantitatum imaginariarum. Si — 2 habet logarithmum, utique hujus Logarithmi dabitur dimidium. Is autem eſt Logarithmus numeri, qui ductus in ſe ipſum dat — 2, ſeu eſt Logarithmus ipſius $\sqrt{-2}$. Sed $\sqrt{-2}$ eſt numerus impoſſibilis; ergo dimidium Logarithmi — 2 eſt impoſſibile. Sed cujus dimidium eſt impoſſibile, debet eſſe ipſum impoſſibile. Itaque impoſſibilis eſt Logarithmus ipſius — 2.

Cæterum ipſa harmonia Logarithmorum & numerorum hæc illuſtrat: Ductio in ſe ipſum in numeris repræſentatur per multiplicationem in Logarithmis; multiplicatio in numeris repræſentatur per additionem in Logarithmis; poſitio in numeris repræſentatur per ipſum Logarithmum.

Ipſi n^e reſpondet	e Log. n.
n,n	Log n + Log n.
n	Log. n.

Contra extractio in numeris repræſentatur per diviſionem in Logarithmis, diviſio in numeris repræſentatur per ſubtractionem in Logarithmis. Sed per quid repræſentatur negatio in numeris? Reſpondeo id non poſſe inveniri, quia in deſcendendo ab extrac-

tione

tione per diviſionem & ſubtractionem, non poteſt aliquid inveniri quod ſit ſubtractione inferius.

Ipſi $\sqrt[\infty]{n}$ reſpondet Log. $n : e$
$n : n$ Log. n — Log. n
$-n$ quid?

Ex his etiam intelligitur, etſi poſſit dici -2 in ſe ductum dare 4, non tamen apte dici, -2 eſſe medium proportionale inter 1 & 4, & in univerſum numeri negativi non intrant in rationes, etſi quodammodo in calculum intrent, quod etiam nuper in *Actis Eruditorum* aliunde comprobavi. Unde confirmatur, non dari Logarithmos negativorum; uti viciſſim excluſio Logarithmorum a negativis, confirmat negativos non ingredi rationes vel proportionalitates.

Si quis defendat Logarithmum $\tau^{\infty}\sqrt{-2}$ non eſſe dimidium Logarithmi $\tau^{\infty}-2$, etſi logarithmus $\tau^{\infty}\sqrt{2}$ ſit dimidium logarithmi $\tau^{\infty}2$; & pro ratione diſcriminis alleget, quod $\sqrt{2}$ ſit media proportionalis inter 1 & 2, ſed $\sqrt{-2}$ non ſit media proportionalis inter -1 & -2: reſponſio eſt facilis, utrique eſſe commune, ut radix ſit media proportionalis inter 1 & id cujus eſt radix; nempe ut $\sqrt{2}$ ſit media proportionalis inter 1 & 2, & ut $\sqrt{-2}$, ſit [vel certe fingatur] media proportionalis inter 1 & -2. Sed hinc utrobique ſequitur; logarithmum mediæ fore dimidium poſterioris; nam logarithmus mediæ proportionalis inter 1 & 2 [id eſt ipſius $\sqrt{2}$] eſt (log. 1 + log. 2): 2. Sed log. 1. eſt 0; ergo log. mediæ inter 1 & 2 eſt (log. 2) 2. Similiter log. mediæ proportionalis inter 1 & -2 [id eſt ipſius: $\sqrt{-2}$] eſt (log. 1 + log. -2): 2, id eſt [ob log. $1 = 0$] (log. -2): 2. Res etiam ſic patet; cum -2 ſit $= \sqrt{-2}$ in $\sqrt{-2}$, erit log. $-2 =$ log. $\sqrt{-2}$ + log. $\sqrt{-2}$. Ergo log. $\sqrt{-2}$ eſt dimidius log. -2.

EPISTOLA CXCIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De Agnati ſui itinere in Angliam. *De Filio ſuo* Nicolao. *Varia.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1712. Septemb. EX noviſſimis Tuis, die 31. Auguſti datis, video Te, eo die, nondum accepiſſe litteras meas, 13. die ejuſdem menſis ſcriptas: ſpero illas Tibi nunc traditas, & quæ ibi de Logarithmis numerorum negativorum habui a Te probatum iri. Significabam Agnati mei adventum in *Batavos*; nunc ejuſdem commorationem *Londini* ſignifico. Laudat valde NEWTONI, HALLEII, & MOIVRÆI humanitatem, qua fuerit exceptus..... Interim quod tantam Agnati mei curam geras, & tanto ſtudio ejus negotium amplectaris, ille certe prolixam adeo benevolentiam nunquam ſatis deprædicare, nedum demereri poterit: ego vero, tanquam mihi exhibitam, gratus agnoſco, atque rogo ut eamdem mihi proporro conſerves pro commendando aliquando Filio meo (1), Juveni octodecim annorum, qui in mathematicis aliquid promittit, modo ſpes me non fallat. Quod de Anglorum æmulatione nuper perſcripſi ex litteris *Burnetianis* excerptum; nunc diſtinctius narrare poſſum.....

Cæterum audio HALLEIUM ſub prelo habere veterem aliquem auctorem MENELAUM (2), de Trigonometricis & Aſtronomi-

(1) *Nicolao* BERNOULLI *Joh. Filio.*
(2) *Is non prodiit.*

nomicis; ediſſe nuper APOLLONIUM (1), quem mihi miſſurus ſit NEWTONI *Princip. Phil.* alteram Editionem proximo Novembri lucem viſuram: Avide videbo, num, quos in prima editione animadverti, errores nunc correxerit. Vale Vir Ampliſſime, & Fave.

Baſilea 24. Septembris 1712.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CC.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Hiſtoria Calculi differentialis quæ in Anglia *paratur.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NOVISSIMAS meas, quibus adjecta erat ſcheda de Logarithmis negativorum Tibi redditas non dubito. 1712. Octob.

Expectabo quæ *Angli* ſint daturi circa Calculi differentialis Hiſtoriam. Si me non tangunt, nec mihi imputant perſona mea animoque indigna, facile patiar ut ſe jactent: ſin me offendunt, audient fortaſſe quæ nollent. Memini olim litteras me recepiſſe ab OLDENBURGIO, ex quibus apparebat NEWTONUM tunc ſummam rei in ſeriebus ponere, & putare ſoluta eſſe Problemata, quæ huc reduxiſſet. At longe aliud oſtendit differentialis methodus. Tentandum ſcilicet eſt, ut Problemata, ſi non poſſunt re-

(1) APOLLONII Pergæi *Conicorum lib.* 8. & SERENI *Antiſſenſis de ſectione Coni & Cylindri lib.* 2. Oxon. 1710. fol.

revocari ad conſtructiones ordinarias, ſaltem revocentur ad quadraturas: Et ſunt gradus in ipſis tranſcendentibus quadraturis. Itaque neſcio an NEWTONUS tam mature ad methodum illam Fluxionum, quam vocat, pervenerit. Quæ in *Newtonianis* animadverteris intelligere gratum erit. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 10. Octob. 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CCI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad ante-penultimam & præcedentem.

De Logarithmis numerorum negativorum. De NEWTONI *errore in comparandis ſeriei infinitæ terminis cum differentialibus omnium gradium.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1712. Nov. OPTASSEM quoque ut Agnatus meus Tibi jam ex *Batavis* ſcripſiſſet: Spero nunc factum quod interm'ferat: Hæret adhuc in *Anglia* forte tamen brevi *Belgium* repetiturus.....

.....

Schedam Tuam de Logarithmis numerorum negativorum perlegi quidem; ſed, quod pace Tua dixerim, nihil inveni quod eorum impoſſibilitatem probet. Hoc unum efficis omnibus Tuis argu-

argumentis, ut oſtendas non dari tranſitum ex ſerie numerorum affirmativorum in ſeriem negativorum, hoc eſt, aſſumpta unitate (nempe + 1) pro initio ſeriei numerorum, nullum numerum negativum ex illa ſerie inveniri poſſe, adeoque nullos eorum logarithmos hoc caſu exiſtere; quod quidem non nego. Sed hoc non impedit, quominus numeri negativi ſuam peculiarem conſtituant ſeriem, aſſumta pro eorum initio unitate negativa, (nempe — 1), & ita quidquid de Logarithmicis affirmativorum probaveris, idem & in Logarithmos negativorum quadrabit. Ut verbo dicam, quilibet numerus affirmativus idemque negativus habent communem Logarithmum, ſeu Log. $\tau + n$ = Log. $\tau - n$: quod ut demonſtrem, ulterius Tibi, ut ſpero, deinceps non diſſenſuro, hoc tantum faciam, ut probem (*Fig.* 124.) Logarithmicam ABC habere alteram oppoſitam $\alpha\beta\gamma$ pro conjugata, ſuper communi aſymtoto LMN; quæ duæ partes ſunt habendæ ejuſdem curvæ, ſicuti duæ Hyperbolæ oppoſitæ non-niſi unam efficiunt curvam: unde conſtabit (aſſumptis AL pro + 1, & αL pro — 1) LM, LN, &c. fore Logarithmos numerorum, tam affirmativorum MB, NC &c. quam negativorum Mβ, Nγ, &c. Hoc vero commode oſtendi poteſt, ſi inſpiciamus modum aliquem generandi Logarithmicam, ex cujus generationis continuatione patebit duplicitas hujus curvæ ſuper communi aſymptoto. Conſideremus hunc in finem (*Fig.* 125.) Hyperbolam P Q G cum oppoſita pqg, ſuper aſymptotis orthogonalibus Rr, Ox, ſe mutuo ſecantibus in T. Aſſumta ad arbitrium applicata PR, pro prima & invariabili; ex ſingulis punctis S, E, s, e, &c, tam ſupra quam infra aſymtoton OX; eductæ intelligantur applicatæ SQ, EG, sq, eg, &c. & in illis ſumantur partes SF, EH, proportionales areis hyperbolicis RSQP, REGP, hoc eſt ut SF × C ſit = areæ SP, & EH × C = areæ EP; unde manifeſtum eſt curvam exinde generatam RFH fore Logarithmicam. Attendamus nunc ad ejus generationem eamque continuemus quouſque poſſumus; primo clarum eſt, quo major ſumitur RS tanto majorem fore SF; donec tandem S attingente T, areaque per conſequens hyperbolica TP evadente infinita, etiam ap-

1712. Nov.

TA. XXIII.

TA. XXIII.

1712. Nov. plicata TO, in quam abit SF evadit infinita; adeoque Logarithmicæ asymptotos. Sed pergat nunc punctum S progredi [quid enim hoc impedit?], atque jam pervenerit in e; vides nunc aream hyperbolicam ipsi Re competentem, esse partim affirmativam infinitam TP, partim negativam infinitam Tg; adeoque = TP — Tg = (facta TE = Te) EP; & ipsam applicatam EH = eh; & similiter, ubi punctum mobile progrediendo pervenerit ad *S* ita ut TS = Ts fiet applicata sf = SF; Unde nova Logarithmica hrf oritur, quæ cum priori HFR unam tantum curvam constituit, nempe RF HOhfr; sicuti duæ Hyperbolæ oppositæ PQG & pqg unam tantum efficiunt curvam nempe PQGOXgpq. Nam uterque ramus RFH & hfr generantur eadem lege ejusque continuatione; ita ut quemadmodum primo crescunt applicatæ SF, EH in infinitam TO; postea, eodem ritu, ab infinita To iterum decrescant in eh, sf, &c. cum itaque sumptis TR pro unitate affirmativa, & Tr pro unitate negativa, EH, SF exprimant Logarithmos numerorum affirmativorum; expriment eadem vel ipsis æquales eh, sf Logarithmos numerorum Te, Ts qui respectu alterorum TE, TS, sunt negativi. Verum igitur est, unum eumdemque Logarithmum respondere duobus numeris æqualibus, uni affirmativo, alteri negativo, hoc est Log. $\tau\tilde{\upsilon} + n$ = Log. $\tau\tilde{\upsilon} - n$. *QED.*

Communicavi Tecum jam olim, si recte memini, quædam quæ in *Newtonianis* animadverti. (1) Animus mihi est, MENCKENIO ita rogante, aliquid ad *Acta Lips.* mittere, de motu projectilium; (2) ubi quosdam errores NEWTONI notabo, quos ostendam originem traxisse ex prava Serierum applicatione; in quibus summam rei illum posuisse rectissime dicis. Sed & hoc ipsum gravissimum errorem peperit, qui late serpit, & omnes fere ejus solutiones circa hanc materiam in applicatione inficit. Error autem in hoc consistit, quod pag. 263 statuit, ad haben-

(1) Epist. CLXXIX & CLXXXI.

(2) 1713. Febr. pag. 77. & Mart. pag. 155. *Vid.* Opp. Tom. 1. N°. XC. pag. 514. & seq.

habendas fluxiones ulteriorum graduum alicujus quantitatis fluentis (utor nunc ipſius loquendi modo) conjiciendam eſſe quantitatem fluentem in Seriem per extractionem radicis; tunc enim fore primum ejus Seriei terminum ipſam quantitatem fluentem, ſecundum vero ejus fluxionem primam, tertium fluxionem fluxionis, vel fluxionem ſecundam, quartum fluxionem tertiam &c. Hoc eſt, ſecundum noſtrum exprimendi morem, ſi differentianda ſit, exempli gratia, x^n, ſcribendum eſſe $(x+dx)^n$, hocque, per extractionem, vel potius per evolutionem, in Seriem conjectum, nempe hoc modo $(x+dx)^n = xn + \frac{n}{1} x^{n-1} dx + \frac{n.(n-1)}{1.2} x^{n-2} dx^2 + \frac{n.(n-1)(n-2)}{1.2.3} x^{n-3} dx^3 +$ &c. exhibere differentias omnium graduum, in infinitum continuatas, ipſius x^n: quod autem, exceptis primo & ſecundo terminis, de reliquis omnibus falſum eſt: docet enim communis differentiandi regula differentias continuatas hanc exhibere ſeriem, $x^n dx^0 + nx^{n-1} dx + n(n-1) x^{n-2} dx^2 + n(n-1)(n-2) x^{n-3} dx^3$ &c. quæ cum priore duos præcedentes terminos tantum communes habet, reliquos omnes diverſos; unde ſuſpicari fere licet NEWTONUM, tum temporis fluxionum continuandarum ideam nullam adhuc claram habuiſſe. Quid enim opus habuiſſet confugere ad radicum extractionem, ſi differentiationum naturam ſatis perſpectam habuiſſet; ut adeo non ſit, cur valde glorietur de Seriebus ſuis, cum ipſum tam facile in errorem abripuerint. Quod ſi ita libuerit, mittam Tibi ſcriptum cum paravero, priuſquam *Lipſiam* eat, ut examinare poſſis, & ſi quid aliud in mentem venerit de Tuo adjicere. Scribit Agnatus meus (quem nunc ſecundum litteras ejus modo acceptas ad *Batavos* reducem credo) alteram editionem *Princip. Philoſ. Nat.* NEWTONI, hoc adhuc menſe publicatum iri: num vero hos, alioſque errores, in hac editione, correxerit Author non addit; neque etiam quid novi acceſſerit; aut an apertius jam expoſuerit Regulam ſuam quam pag. 254 fatetur a Te prius communicatam, dum ipſe eamdem adhuc celaret, *Data* nempe *æquatione quotcunque quanti-*

1712. Febr.

1712. Novmb. *quantitates fluentes involvente, fluxiones invenire, & vice versa*; Et num felicius res ipsi cesserit in applicatione ejus ad differentiationum continuationem. . . . . .

. . . . . .

Quod superest, Vale quam-optime & me amare perge.

Basileæ 11°. 9bris 1712.

Amplitudini Tuæ Devotissimum.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Logarithmis numerorum negativorum. De Errore NEWTONI. *ejusque fluxionum methodo.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime.

NIHIL aliud revera volo, quam quod concedis, non dari transitum pro Logarithmis ex serie numerorum affirmativorum in Seriem negativorum. Atque ita si sit æquatio generalis, $2^e = x$, posito, in casu $x = 1$, fore $e = 0$, & in casu $x = 2$ fore $e = 1$, non posse assignari e, cum $x = -1$. Neque ego alium Logarithmum cogito, quam qui tali æquatione comprehendi potest.

Recte facies, & ex usu publico, si ad *Acta Lipsiensia* mittes quæ de motu projectilium notasti, haud dubie præclara & singularia. Non examinaveram Series *Newtonianas*, persuasus talem Virum in talibus labi non potuisse. Eo magis miror hos lapsus, & Tecum suspicari incipio, serius ipsi innotuisse. Differentiandi

tiandi artem, quam vult videri. Etiam HUGENIUS, ubi primum in *Wallisianis* Operibus viderat notas novas *Newtonianas*, miratus fuerat, quod ex ipso Opere *Principiorum Newtoniano* non satis hujus methodi vestigia apparerent. Fere enim ibi constant omnia illis methodis, quæ dudum HUGENIO innotuerant. Nec post publicatam NEWTONI Methodum, quam vocant, fluxionum, quicquam fere præstitere *Angli* in hoc genere, quod non ex nostris sit sublectum. *David* GREGORIUS etiam in paralogismos fuit prolapsus, cum Catenariam investigavit & propriam demonstrationem attentavit (1). . . . . 1713. Januar.

. . . . . .

Quod superest, Vale & Fave, & rem in multos adhuc annos valens florensque bene gere, simulque salve a

Initio anni 1713.

Tibi Deditissimo.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) Vid. Epist. LXXVIII. LXXXI.

EPISTOLA CCIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De NEWTONI *in* Actis Lipſienſibus *refutatione. De Calculo differentiali & fluxionum. Varia.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1713. Febr. SI nihil aliud contendis, quam non dari tranſitum pro Logarithmis ex Serie numerorum affirmativorum in Seriem negativorum; hoc eſt, non poſſe, exempli gratia, ſumi Logarithmum medii proportionalis inter numerum affirmativum, & alium negativum; hoc certe nihil extraordinarii eſt, quod *non* competat applicatis cujuſcunque curvæ duas partes oppoſitas habentis. Sit enim (*Fig.* 126.) talis curva EAF, cujus axis AD, duæ applicatæ affirmativæ BC & DE, aliaque negativa DF. Datur ſane abſciſſa AG reſpondens *mediæ* proportionali inter BC & DE, ſed nulla datur AG reſpondens mediæ proportionali inter BC & DF; etſi interim negari non poſſit eamdem abſciſſam AD reſpondere utrique applicatæ, & affirmativæ DE, & negativæ DF. Haud ſecus ſe res habet in numeris, eorumque Logarithmis: numeri namque deſignantur per applicatas Logarithmicæ, & eorum Logarithmi per abſciſſas. Jam vero in noviſſimis meis oſtendi Logarithmicam revera habere duas partes oppoſitas, ab utroque axis latere; ita ut eidem abſciſſæ, hoc eſt, eidem Logarithmo, duæ reſpondeant applicatæ, ſeu duo numeri, affirmativus unus, alter negativus. Atque hoc eſt quod negare videbaris, numeros ſcilicet negativos habere Logarithmos. Quod vero attinet ad id quod dicis, ſi ſit æquatio generalis $v^e = x$ poſito

to in casu $x = 1$, fore $e = 0$, & in casu $x = 2$, fore $e = 1$; non posse assignari e cum $x = -1$; hoc quidem verum est in illa suppositione, quæ est arbitraria, sed si supponatur (sicuti supponere licet) in casu $x = -1$, fore $e = 0$; potest utique assignari e cum $x =$ numero negativo; & hoc est quod ego volui. 1713. Febr.

Misi nuper ad *Acta Lipsiensia*, (1) quæ notavi de motu projectilium, & alia huic materiæ affinia. Monui NEWTONUM quorumdam suorum errorum, verbis tamen mollissimis, ne Virum hunc offenderem, mihi alioquin satis benevolum, ut-pote qui me novissime Societati Regiæ Londinensi ultro proposuit, atque cooptari fecit; quam dignitatem etiam Agnato meo brevi conferendam promisit, qui præterea humanissime ab eo fuit exceptus & habitus, cum non ita pridem in *Anglia* degeret. Quomodo vero quæ ad *Acta* communicavi, ubi ad Te pervenerint, sint placitura, lubentissime intelligam, non dubitans quin, quod contra NEWTONUM habeo, assensum tuum eliciat. Interim secunda Editio *Princip.* NEWTONI, quæ jam præterito Novembri in publicum expectabatur, non-nisi hoc demum mense Februario prodibit, MOIVRÆO ita mihi scribente; cujus retardationis causa est sine dubio, quod Agnatus meus unum alterumve ex erroribus supra memoratis, ab ipso NEWTONO non animadversis, ipsi aperuit, atque ita ansam præbuit eos revidendi, corrigendi, & correctionum schedas Libro (qui jam fere erat impressus) inserendi; qua de re NEWTONUS, quod mature adhuc satis fuerit præmonitus, mihi per Agnatum meum gratias agere voluit; quanquam multum absit, quominus ipsi omnes, quos potuissem, lapsus indicaverim. COLLINSII historia calculi differentialis, cum mihi scriberet MOIVRÆUS novissime, nondum erat evulgata, eam autem sequenti hebdomada, post litterarum suarum scriptionem, dicebat certo prodituram. Ad Te perveniet illa citius sine dubio quam ad me. Agnatus meus nunc agit in Gallia apud MONTMORTIUM, & quidem in ipsa arce

(1) 1713 Febr. pag. 77 & Mart. pag. 155. Vid. Opp. Tom. I. N°. XC. pag. 514. & seq.

1713. Febr. ce *Montmortiana*, haud procul *Lutetia*, adhuc per menſem forte ibi commoraturus. Parat MONTMORTIUS alteram editionem Libri ſui de Alea & ſorte; (1) NICOLIUS vero & DE LAGNI conſcribit uterque Hiſtoriam, ille de Cycloïde, hic de Quadratura Circuli, utrique ſuppetit abundans materia.

Paralogizavit utique *David* GREGORIUS in definienda Catenaria, & ego primus, ni fallor, Tibi indicavi ejus paralogiſmum. Non multum abeſt, quin Tecum opiner calculum fluxionum ex calculo differentiali fluxiſſe, & illum hunc pro parente habere, tametſi hoc diſſimulent *Angli* : itaque lubens videbo, quomodo hi partus ſui primogenituram ſint probaturi, ex prædicta illa COLLINSII hiſtoria. Nam quod hanc *in rem* conſpicitur in Operibus *Wallisianis*, parum evincit ætatem; aliaque igitur fortiora argumenta expecto ..... ſcribit HERMANNUS ſe proximo menſe Aprili iter in Patriam redauſpicaturum eſſe, atque librum, quem ibi paraverit, hic Se typis commiſſurum. De cætero, Vale, & me amare perge.

Baſileæ 28. Februar. 1713.

Amplitudinis Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

(1) *Qua priori multo auctior prodiit Pariſiis.* 1713. 4°

EPISTOLA

EPISTOLA CCIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Nic. BERNOULLIO. *De Commercio Epistolico* COLLINSII.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

. . . . . .

. . . . . .

SPERO Dominum Agnatum tuum in *Batavis* rei hydragogicæ practicæ operam dedisse. Id enim in commendationis parte reponebatur. 1713. Mart.

Videbimus quid daturæ sint nobis litteræ *Collinsianæ*, in quibus quidam *Angli* reperisse putant, non quod Pueri in Faba. Ego tuas ad *Newtoniana* annotationes avide expecto, alia nunc non attingo. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Vienna Austria* 25. Martii 1713.

Deditissimus.

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

EPISTOLA CCV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De ipſius & Agnati ejus in Societatem Londinenſem *receptione. De Calculi differentialis hiſtoria. De Logarithmis Numerorum negativorum. Varia.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1713. April. GRATULOR Tibi receptionem in Societatem Regiam *Anglicanam*, vel potius gratulor Societati, cui ornamentum addis. Magis eſt cur gratuler hunc honorem Tuo ex Fratre Nepoti; huic enim non tantum decus, ſed etiam auctoritatem addet apud Curatores *Patavinos*. Spero eum in *Batavis* cogitaſſe non-nihil de praxi fluminum regendorum. Nam ut ex Dno HERMANNO intelligo, competitor quidam apud *Patavinos* hoc uno ſe jactat potiſſimum.

Dnus NEWTONUS merito Te ſibi obſtringere voluit: Quæ in ipſius *Principiis* notaveris in *Actis* videre gratum erit.

COLLINSIUS obiit quæſo, antequam Calculus differentialis innoteſceret; ſed ille cum OLDENBURGIO, WALLISIO, NEWTONO, me, aliiſque commercium aliquod litterarium exercebat in rebus arithmeticis, geometricis, analyticis. Quid inde elicituri ſint ad natales novæ Analyſeos *Anglicanos* ſtabiliendos, apparebit, ubi prodierit hoc Commercium. Ego neſcio utrum ante Te ſim conſpecturus, cum tam longe abſim a domo.

Vereor ut NICOLIUS Cycloïdis, LAGNIUS Tetragoniſmi circularis bonam dent Hiſtoriam, niſi nobiscum communicent.

Conce-

Concedis mihi, ut video; *si sit æquatio generali* $2^e = x$, *ponaturque in casu* $x = 1$ *esse* $e = 0$, *& in casu* $x = 2$ [*si placet*] *esse* $e = 1$, *tunc sequi, non posse assignari* e, *cum* $x = -1$. Sed addis *hanc suppositionem Logarithmorum pro numeris positivis esse arbitrariam, nam retenta æquatione generali* $2^e = x$, *posse assumi; ut* e *sit* 0, *cum* $x = -1$. Verum enim-vero, ut taceam priorem suppositionem esse magis naturalem, considerandum est 1° in posteriore effici ut logarithmus aliquis quantitatis affirmativæ, negativæ, & impossibilis sit idem. Nam eum duplum & dimidium ipsius 0 sit 0, erit 0 logarithmus tam ipsius -1, quam quadrati ejus $+1$, & radicis quadraticæ ejus $\sqrt{-1}$. 1713. April.

Et 2°. Sequetur hoc amplius, 2° non esse quantitatem fixam, sed infinitos habentem significatus, nam non tantum 2° erit $= -1$, ut supponebatur, sed erit $2^\circ = +1$ & $= \sqrt[2]{-1}$, & $= \sqrt[4]{-1}$ & $= \sqrt[8]{-1}$ & sic in infinitum. Et ita nisi 2° sit quantitas ambigua, hæc omnia coincident inter se. Sed si initio tantum ponamus $2^\circ = 1$, nihil tale occurrit, quia, quæcunque potentia aut suppotentia ipsius 1 est 1, non vero quævis potentia aut suppotentia ipsius -1 est -1.

Fit etiam 3° per hypothesin logarithmorum pro negativis, ut fiat transitus a negativis numeris ad positivos, & contra. Nam si duplices logarithmum numeri negativi, habebis logarithmum quadrati a numero positivo; exempli gratia si $x^e = -2$ erit $x^{2e} = +4$; sed hunc transitum Tu ipse improbas, vel ex spectata natura curvæ.

Præterea 4°, logarithmis negativorum admissis, habentur & logarithmi possibiles impossibilium, qui erunt dimidiati logarithmi negativorum; sed sumtis logarithmis non-nisi positivorum, nunquam venietur ad logarithmos possibiles impossibilium.

Denique 5°. Admissa hypothesi logarithmorum pro negativis, fiet falsum quod concessisti. Nam concessisti ab initio, incompatibilia esse $2^e = 1$ & $2^e = -1$, ita ut e possit assignari. Sed si admittas hypothesin $2^\circ = -1$, fiet etiam $2^\circ = 1$.

Ergo

1713. April. Ergo compatibilia ſunt $2^e = 1$ & $2^e = 1$ poſito $e = 0$ contra conceſſa.

Ex his omnibus vides hypotheſin de Logarithmis numerorum negativorum non tantum eſſe parum naturalem & inutilem, ſed etiam non admittendam. Hinc etiam & aliunde quoque ſtatui, proportiones non habere locum in quantitatibus negativis; nec dicendum eſſe -1 ad $+1$ ut $+1$ ad -1, licet productum ex extremis hic faciat æquale producto ex mediis; quia identitatis rationum fundamentum eſt in ſimilitudine, quæ hic nulla eſt. Nam quomodo poteſt $+1$ eſſe ad -1, ut eſt -1 ad $+1$, cum prior ratio ſit majoris ad minus, poſterior minoris ad majus. Etſi ergo verum ſit eſſe æquales has duas fractiones $\frac{+1}{-1}$ & $\frac{-1}{+1}$, non tamen fractiones idem ſunt ac rationes, licet hæ per illas indicentur. Ex quibus intelligitur, in ipſis rei Analyticæ fundamentis aliqua adhuc neglecta fuiſſe.

Spero Dominum HERMANNUM noſtrum jam apud vos eſſe, & iter ſuum *Berolinenſe* acceleraturum; ita enim omnino opus eſt; & rem Cathedræ *Patavinæ* in ſtatu quem volumus *collocaſſe*. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Viennæ Auſtriæ* 26. Aprilis 1713.

Deditiſſimus

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Pariſiis ad me deſtinati erant loci (1) Dni *Marchionis* HOSPITALII, & *Analyſis* Patris REINEAU; ſed negligentia ſive fraude Bibliopolæ *Galli*, qui in Batavis agit, ad me non pervenere. Itaque rem pergratam faceret Dominus Agnatus tuus, ſi mihi hæc opera afferret, una cum *Monmortiano* opere, ac non-nullis ROLLII, & LAGNII, aut ſimilibus, velut PARENTII *Miſcellaneis*, nam non-niſi *Mechanica* ejus habeō. *Baſilea* poſſent cum tempore *Francofurtum* deferri. Pretium ut par

(1) *Intelligit opus de Sectionibus Coni.*

per eſt, lubens reddam. Quid BLANCHINUS, vir inſignis & mihi olim amicus, Roma advectus, nunc in *Gallia Angliaque* egerit, noſſe velim: præclarus eſt in Aſtronomia & Antiquitate.

EPISTOLA CCVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentes.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De COLLINSII *Commercio Epiſtolico. De primo Inventore Calculi differentialis.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

IN penultimis tuis 25. Martii datis, in procinctu ad reditum Te dicebas, qui tamen 26 Aprilis, quo noviſſime ad me litteræ Tuæ exaratæ ſunt, *Viennæ* etiamnum hæſiſti: Ego vero incertus ubinam locorum Te quæram, haſce meas *Hanoveram* dirigam, more ſolito; quæ ut Te ibi offendant reducem, ſalvum, & incolumem, eſt quod ex animo voveo. Biduo poſtquam accepiſſem poſtremas Tuas, Agnatus meus huc appulit ex *Galliis*, ita ut quos petiiſti libros ipſe aſportare non potuerit..... 1713. Jun.

Inſtantiæ Tuæ & objectiones contra Logarithmos numerorum negativorum, omnes ex eodem falſo principio fluunt, quod ſolo attentionis defectu pro vero aſſumis. Si enim vel tantillum mentem advertere voluiſſes, ejus falſitatem facile detexiſſes. Nunc quidem non litigabo, quod ſuppoſitio Logarithmorum pro numeris negativis, ſit æque naturalis quam altera illa pro numeris poſitivis; definiendum eſſet quid per *naturale* intelligeres; ſi naturale eſt id quod uſu receptum eſt, quod per conſuetudinem eſt introductum; concederem ſuppoſitionem Logarithmorum pro

1713. Jun. numeris negativis minus naturalem esse quam illam cui assueti sumus. Sic etiam Logarithmi refluentes [ut vocant] minus naturales erunt, ut & arithmetica Tua dyadica ac WEYGELII Tetractys, quæ usu tamen non carent, licet jam naturalius sit, [quia usitatius] uti decem notis numeralibus quam duabus, aut quatuor, vel quinque. Quod vero attinet ad ipsius Principii [quod tacite supponis] falsitatem, hæc in eo consistit, quod quæ vera sunt tantum pro Logarithmis numerorum affirmativorum, ea quoque ad Logarithmos numerorum negativorum applicare velis, non considerans ex quo fundamento illa sint deducta; alias statim vidisses causam, ob quam applicatio ad Logarithmos negativorum non valeat. Sed respondebo κατὰ πόδας ad quinque tuas objectiones.

Dicis 1° *in suppositione Logarithmorum numerorum negativorum effici, ut Logarithmus aliquis quantitatis affirmativæ, negativæ & impossibilis sit idem*: quod quidem de affirmativis & negativis verum est; concedo enim habere communes Logarithmos: sed consideremus rationem, ex qua concludis etiam *quantitatis impossibilis Logarithmum esse eundem; nam cum duplum*, ais, *& dimidium ipsius* o *sit* o; *erit Logarithmus tam ipsius* — 1, *quam quadrati ejus* + 1, *& radicis quadraticæ ejus* $\sqrt{\ }$ — 1. Hic non animadvertis, quod non absolute essentiale sit Logarithmis, ut duplum alicujus Logarithmi sit Logarithmus numeri quadrati, & dimidium Logarithmi sit Logarithmus radicis: Oportet ut attendas, duplum Logarithmi dare proprie Logarithmum ejus numeri qui est tertius geometrice proportionalis ad primum numerum [hoc est ad unitatem, sive affirmativam, sive negativam] & ad numerum propositum; qui tertius proportionalis, in affirmativis tantum est numeri propositi quadratus; in negativis non item. Deinde attendere debes, dimidium alicujus Logarithmi non absolute esse Logarithmum radicis quadraticæ; sed potius esse Logarithmum medii proportionalis inter primum numerum [hoc est unitatem, sive affirmativam, sive negativam] & numerum propositum; qui medius proportionalis in affirmativis tantum est radix quadratica numeri propositi, non

vero

vero in negativis. Quod si itaque ratiocinium Tuum recte insti- 1713.
tuas dicendo : *Nam cum duplum & dimidium ipsius* o *sit* o, Jun.
erit o *Logarithmus tam ipsius* — 1, *quam tertii proportionalis ad* — 1 & — 1, *qui est* — 1 × — 1 = + 1, *& medii proportionalis inter* — 1 *&* — 1, *qui est* $\sqrt{(-1\times-1)}$ $= +\sqrt{+1}$ vel $-\sqrt{1}$; Nihil certe absurdi inde sequitur.

Dicis 2° *sequetur hoc amplius* 2° *non esse quantitatem fixam, sed infinitos habentem significatus; nam non tantum* 2° *erit* = — 2, *ut supponebatur, sed erit* 2° = + 1 *&* = $\sqrt[2]{-1}$ *&* = $\sqrt[4]{-1}$ *&* = $\sqrt[8]{-1}$, *& sic in infinitum, & ita nisi* 2° *sit quantitas ambigua, hæc omnia coincident inter se.* Hæc secunda objectio est tantum Corollarium prioris; illa itaque sublata, & hæc cessat: nego enim 2° fore = $\sqrt[2]{-1}$, & = $\sqrt[4]{-1}$, & $\sqrt[8]{-1}$, &c. sequitur enim nihil aliud quam quod 2^e sit = $\sqrt[2]{-1\times-1}$, & $\sqrt[4]{-1\times-1\times-1\times-1}$, & $\sqrt[8]{-}$ &c. quæ omnia faciunt $\pm\sqrt{+1}$, hoc est + 1, vel, quod hic valet, — 1, id quod nihil absonum est.

Urges 3° *fieri per hypothesin Logarithmorum pro negativis, ut fiat transitus a negativis numeris ad positivos & contra: Nam si duplicem Logarithmum numeri negativi, me habere asseris, Logarithmum quadrati a numero positivo, exempli gratia, si* x^e = — 2, *fore* x^{2e} = + 4: *sed hunc transitum in ipsum negare, vel ex spectata natura curvæ.* Verum pristina recurrit responsio: nego scilicet duplicando Logarithmum haberi Logarithmum numeri quadrati. Vidisti enim ex duplicatione illa oriri Logarithmum tertii proportionalis ad unitatem (affirmativam, aut negativam) & ad numerum propositum. Sic itaque si x^e = — 2 concludendum fore x^{2e} = — 2 × — 2 : — 1 = — 4; quod nullum transitum arguit a negativis ad positivos.

Eadem est responsio ad Objectionem quartam, quando dicis, *Logarithmis negativorum admissis, haberi & Logarithmos possibiles impossibilium, qui sint dimidiati Logarithmorum negativorum*; supra quippe in responsione ad objectionem primam, vidisti dimidiationem Logarithmi non dare (nisi per accidens) Logarithmum radicis, sed medii proportionalis inter unitatem (affir-

1713. Jun. mativam; aut negativam) & numerum propoſitum, hic autem medius proportionalis nunquam eſt impoſſibilis.

Quod denique objicis 5°, *admiſſa hypotheſi Logarithmorum pro negativis, ſi ita ſaſum quod conceſſerim; nam me conceſſiſſe ab initio incompatibilia eſſ* $2^e = 1$ *&* $2^e = -1$, *ita ut e poſſit aſſignari. Sed ſi admittam hypotheſin* $2^\circ = -1$ *fieri etiam* $2^\circ = 1$; *ergo compatibilia eſſe* $2^e = 1$ *&* $2^e = -1$, *poſito* $e = 0$, *contra conceſſa.* Eamdem repetis ſequelam quam falſam oſtendi. Ex eo enim, quod admittam hypotheſin $2^\circ = -1$, non ſequitur fieri etiam $2^\circ =$, ſed tantum $-1 \times -1 : -1 = -1$. Ita vides difficultates Tuas omnes dilutas. Non dubito quin ſi cum aliqua attentione rem perpendere velis, *mihi* ſis aſſenſurus. Volui hac vice diſtincte ad puncta ſingula reſpondere, ut in poſterum lites ſerere circa rem leviculam abſtineamus.

Attulit Agnatus meus *Lutetia* exemplar unum *Commercii Epiſtolici Dni.* Joh. COLLINSII *& aliorum de analyſi promota,* (1) quod *Abbas* BIGNONIUS, qui plura Exemplaria Eruditis diſtribuenda, *Londino* miſſa, acceperat, ipſi tradidit. Legi *illud*, nec ſine attentione ſufficienti. Diſplicet inprimis modus procedendi parum urbanus; accuſaris ſtatim coram Tribunali, quod ut videtur, ex ipſis Actoribus & Teſtibus conſiſtit, tanquam plagii reus, poſtea productis documentis contra Te, fertur ſententia; cauſa cadis, damnaris. Recenſionem, in *Actis Lipſienſibus*, Januarii 1705 editam, Libri NEWTONI *De numero curvarum ſecundi generis*, deque *Quadratura figurarum*, Tuo ſtylo conſcriptam pronuntiant; imo poſtea Tibi, tanquam Auctori, diſerte imputant. Hæc recenſio inprimis conquerendi anſam præbuit, bilemque movit accuſatoribus tuis ut-pote quam NEWTONI inventis nimium derogare exiſtimant. His itaque permotum fuiſſe KEILLIUM, ut in Epiſtola, in *Philoſophicis Tranſactionibus* impreſſa, NEWTONO quod ſuum eſt vindicaret, oſtenderetque fluxionum Arithmeticam inventam eſſe ante Calculum differentialem;

(1) Editi *Londini* 1713. 4°. & deinde *Ibid.* 1722. 8°.

lem : Imo hunc poſtea, mutatis tantum nomine & notationis modo, ab illa eſſe mutuatum, & illum NEWTONO ſubreptum ſub alia tantum facie in *Actis Erud.* a Te editum fuiſſe. Sed ut ego dicam quod de hac re ſentio, quantum quidem ex hac farragine Epiſtolarum conſtare poteſt; videtur MERCATOR primus Serierum inventor per continuam diviſionem, *Jac.* GREGORIUS, poſtea hanc materiam excolens, incidit, ut appareret, primus in Circuli Quadraturam Arithmeticam $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} +$ &c, quam Tu, inſcius, ſine dubio, quod jam ante Te fuerit detecta, tanquam Tuam in *Actis* edidiſti; & revera Tua fuit æque ac GREGORII; inveniſti enim (ſcilicet poſterior) æque ac GREGORIUS; nam *Inveniſſe eſt induſtriæ, ſed primum inveniſſe eſt ſolicitatis*, ut WALLISIUS alicubi dicit. Deinde videtur NEWTONUS, occaſionem nactus, Serierum opus multum promoviſſe per extractiones radicum, quas primus in uſum adhibuit, & quidem in iis excolendis, ut veriſimile eſt, ab initio omne ſuum ſtudium unice poſuit, nec, credo, tunc-temporis vel ſomniavit adhuc de Calculo ſuo fluxionum & fluentium, vel de reductione ejus ad generales operationes Analyticas, ad inſtar Algorithmi vel Regularum Arithmeticarum & Algebraicarum inſervientes. Cujus meæ conjecturæ validiſſimum indicium eſt quod de litteris punctatis $\dot{x}$, $\ddot{x}$, $\dddot{x}$; $\dot{y}$, $\ddot{y}$, &c. quas pro differentialibus dx, ddx, d^3x; dy, ddy, &c. nunc adhibet, in omnibus iſtis Epiſtolis, nec volam nec veſtigium invenias; imo nequidem in *Princip. Philoſ. Natural*; ubi Calculo ſuo fluxionum utendi tam frequentem habuiſſet occaſionem, ejus vel verbulo fit mentio, aut notam hujuſmodi unicam cernere licet, ſed omnia fere per lineas figurarum, ſine certa Analyſi, ibi peraguntur, more, non ipſi tantum ſed & HUGENIO, imo jam antea dudum TORRICELLIO, ROBERVALLIO, FERMATIO, CAVALLERIO, & aliis, uſitato. Prima vice hæ litteræ punctatæ comparuerunt in tertio Volumine Operum WALLISII, multis annis poſtquam Calculus differentialis jam ubique locorum invaluiſſet. Alterum indicium, quo conjicere licet Calculum fluxionum non fuiſſe natum ante Calculum differentialem, hoc eſt, 1713. Jun.

1713. Jun. quod veram rationem fluxiones fluxionum capiendi, hoc eſt; differentiandi differentialia, per gradus ulteriores, NEWTONUS nondum cognitam habuerit: quod patet ex ipſis *Princ. Phil. Nat.* pag. 263, ubi pro differentiis, vel incrementis, primo, ſecundo, tertio, quarto &c. alicujus poteſtatis, exempli gratia, x^n, judicat ponendos eſſe ſecundum, tertium, quartum, quintum &c. terminos ipſius $(x+o)^n$ in Seriem expanſæ per extractionem, nempe $x^n + \frac{n}{1} x^{n-1} o + \frac{n.n-1}{1\ 2} x^{n-2} o^2 + \frac{n.n-1.n-2}{1.\ 2.\ 3} x^{n-3} o^3$, &c. (intelligit per o incrementum conſtans ipſius x, quod nunc notaret per $\dot{x}$). Vides autem, *quod* vera differentiandi methodus evincit hanc Regulam NEWTONI falſam eſſe. Nam, excepto primo & ſecundo termino, reliqui omnes abludunt a differentialibus ſuperioribus poteſtatis x^n. nam differentialis ſecunda non eſt $\frac{n.n-1}{1.\ 2} x^{n-2} o^2$, ſed ſimpliciter $n(n-1)x^{n-2}o^2$. & differentialis tertia non eſt $\frac{n.n-1.}{1.\ 2.}\frac{n-2}{3}$ $x^{n-3} o^3$, ſed tantum $n(n-1)(n-2)x^{n-3} o^3$, & ita de reliquis, & hoc ipſum eſt, quod in nupero meo ſchediaſmate *Actis Lipſienſibus* inſerto jam notavi, ſed ex eo tempore, quo hæc ſcripſeram; animadverti (quod Agnatus meus mihi oſtendit) NEWTONUM in ſuo errore perſeveraſſe, Uſque ad annum 1711, quo Libellus ejus cui Titulus: *Analyſis per quantitatum ſeries fluxiones ac differentiales, cum Enumeratione linearum tertii ordinis*; qui antea Tractatui Optico erat adnexus, fuit recuſus, (2) ut-pote in quo (pag. 64), ſicuti in præcedenti editione Tractatui Optico adnexa, aſſerit adhuc terminos ſecundum, tertium quartum, &c. hujus ſeriei. $z^n + noz^{n-1} + \frac{nn-n}{o\ \ 2} oo z^{n-2} + n^3 - 3nn + 2no^3 z^{n-3}$, &c. exprimere incrementa primum, ſecundum, tertium &c. ipſius z^n. Sed, quod notandum, in exemplari quod mihi dono miſit per Agnatum meum,

(1) *Londini* in 4°.

meum, ibi calamo adſcripſit altera vice voculam, *ut* : nam ubi habebantur hæc verba *tertius* (terminus) $\frac{nn-n}{2} \circ\circ z^{n-2}$ *erit ejus* 1715. Jun.

incrementum ſecundum, & *quartus* $\frac{n^3-3ny+2y^3}{6} \circ z^{n-3}$ erit *ejus incrementum tertium*; Interſeruit *ut*, ſcribendo nunc, *erit ut ejus* &c. Adeo ut errorem ſuum non animadverterit, niſi brevi ante, & forte non nisi poſt adventum Agnati mei in *Angliam* ex quo alia quoque expiscati ſunt Angli ..... Conſtat igitur NEWTONO rectam Methodum differentiandi differentialia non innotuiſſe, longo tempore poſtquam nobis fuiſſet familiaris. Sed cogor abrumpere hac vice; rogo vero, ut quæ hic ſcribo, iis recte utaris, neque me committas cum NEWTONO ejuſque popularibus; nollem enim immiſceri hiſce litibus. .....

.....

Alias plura : Nunc Vale & Fave.

Baſileæ 7. Junii 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

P. S. Cl. HERMANNUS nondum appulit, ſed indies expectatur. .....

EPISTO-

EPISTOLA CCVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De COLLINSII *Commercio Epiſtolico.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1713. Jun. NON vacat nunc diſcutere quæ meæ Doctrinæ de impoſſibilitate Logarithmorum numeris negativis aſſignatorum iterum opponis; ſi quid enim judico, non poteſt facile hic controverſia eſſe, niſi in modo loquendi, res ipſa vero ſatis clara eſt; impoſſibilium quantitatum impoſſibiles eſſe Logarithmos & duplum impoſſibilis impoſſibile eſſe; Logarithmum denique numeri eſſe duplum Logarithmi radicis; plura addi ad ſententiam meam neceſſe non putabam. Si aliter Logarithmum ſumis, ut hæc locum non habeant, nihil hoc ad me. Conceſſiſti, ſi ſit $2^e = x$, & poſito $e = 0$, ſit $x = 1$, non poſſe dari e poſito $x = -1$. Hoc mihi ſufficit, nec aliud intelligo, cum dico non dari Logarithmum negativorum, & in hac mea Logarithmi definitione utique continetur Logarithmum numeri eſſe duplum Logarithmi radicis quadraticæ. Alias tamen tuas Annotationes examinabo. Magis naturale putem appellandum non id cui magis aſſueti ſumus, ſeu quod natura prius eſt & ſimplicius.

Cum heri demum Tuas litteras *Hanovera* acceperim, iiſque ſtatim reſpondere velim, cætera differo.

Angli-

Anglicanum libellum mihi oppoſitum nondum vidi; merentur illæ inſulſæ rationes, quas afferri ex Tuis conjicio, ſale ſatyrico defricari. Poterant NEWTONUM ſuum in compoſſeſſione inventi Calculi conſervare, ſed apparet non magis eum cognoviſſe Calculum noſtrum, quam APOLLONIUS cognovit calculum VIETÆ & CARTESII ſpecioſum. Fluxiones cognovit, non Calculum fluxionum, quem demum, ut recte judicas, noſtro jam edito conflavit. Itaque plus juſto ei attribui ipſe, & humanitatis meæ hoc pretium fero. 1713. Jun.

Scribit mihi Dominus Agnatus tuus, in recenſione *Lipſienſi*, de qua queruntur, valde attolli TSCHIRNHAUSII inventa. Ego non bene memini, ſed ſi ita eſt, facile judicas illam *Newtoniani* libri recenſionem non eſſe a me; ego enim tam magnifica mihi de Dno TSCHIRNHAUSIO, ut ſcis, non promittebam.

Ubi domum reverſus fuero, KEILII diſſertationem manuſcriptam mihi miſſam inſpiciam, quam ego ut par eſt ſprevi. Volebat, credo, ille ut ferram cum ipſo reciprocarem. Reſpondi ſimpliciter ad amicum, hominem novum & parum verſatum in Hiſtoria inventorum anteriorum, ſomnia ſibi fingere, de modo quo me mea cognoviſſe putat. Juſſu autem Societatis has nugas ad me miſſas non poteram ſuſpicari, etſi miſerit SLOANIUS.

Nunc primum audio GREGORIO attribui meum inventum magnitudinis Circuli: HUGENIUS & quoque alii *Pariſiis* teſtes ſunt inventionis meæ, & modi quo inveni. HUGENII hac de re litteras adhuc inter ſchedas meas eſſe puto. Quin ipſe NEWTONUS inventum meum OLDENBURGIO tunc communicatum in litteris ſuis laudavit, modumque inveniendi meum ſingularem eſſe faſſus eſt. Ignorabat ergo tunc inventionem GREGORII.

Satis apparet NEWTONUM id egiſſe ſuis blanditiis, ut benevolentiam Tuam captaret; conſcium ſibi quam non recto ſtent talo quæ molitus eſt. Ego tametſi nolim, ut in mei gratiam Tibi negotium faceſſas, expecto tamen ab æquitate Tua & can-

1713. Jun. dore, ut profitearis apud amicos quam primum, & publice data occaſione, Calculum NEWTONI noſtro poſteriorem Tibi videri. . . . . .

Velim noſſe quid judicent *Pariſini*. VARIGNONIUM pro me ſtare vix dubito; ſed nonnulli alii. . . . . libenter fortaſſe arripient occaſionem carpendi ſibi datam, ſed hæc, credo, a parum intelligentibus fient.

Jam a multis annis hæc *Anglis* nonnullis, etiam inſignibus Viris, vanitas eſt inolita, ut captarent occaſionem res *Germanorum* involandi, & pro ſuis venditandi. BOYLIUS *Glauberianum* inventum nitri regenerati ſibi tribuit; idem totum inventum Anthliæ Pneumaticæ a GERIKIO habuit, & tantum minuta quædam in ejus ſtructura mutavit, & tamen *Angli*, & eorum exemplo alii, verum inventorem ignorantes, Machinam *Boylianam* appellarunt. Ita nunc libenter *Nicolaum* MERCATOREM *Holſatum* gloria primæ inventionis Serierum privare vellent, & mihi indignati ſunt optimi Viri & mihi amici decus vindicanti. Sic HUGENIUS HEURAETII inventum contra WALLISII oppoſitiones vindicavit NEILIO cuidam eas tribuentis.

Dicis a Domino Agnato tuo non tantum NEWTONUM habuiſſe videri quamdam erroris ſui correctionem, ſed & alia nonnulla ab eo expiſcatos eſſe *Anglos*; hæc qualia ſint rogo ut indices, inſervient enim nobis ad cautelam. Spero eis nondum innotuiſſe meum modum tangentes inveniendi curvarum quarumdam non vulgari modo compoſitarum, ex quo deinde præclaras conſequentias duxiſti (1). Nondum enim, quod ſciam, publicatus, ſpero etiam eum Italo illi, cui cum Domino HERMANNO lis fuit, non fuiſſe communicatum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Vienna Auſtria* 28. Junii 1713.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Vid. Epiſtol.* LIX, LX, LXI.

EPIS-

EPISTOLA CCVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De Commercio Epiſtolico COLLINSII. *De Problemate* ANGLIS *proponendo. De* CHÆINÆI *jactantia. De* HERMANNO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

PER me licet definire logarithmum pro arbitrio Tuo; modo non neges [quod ab initio conceſſiſti] aſſumtionem unitatis affirmativæ pro primo numero eſſe mere arbitrariam; adeoque licere unitatem negativam pro primo numero adhibere, ut ſcilicet ſupponatur log. $-1 = 0$; quo fit ut omnia, quæ de logarithmis numerorum negativorum in anterioribus meis litteris ſcripſi, bene procedant; nec tamen inde quod metuis ſequatur, impoſſibilium quantitatum fore poſſibiles logarithmos. Vidiſti quoque quo ſenſu verum ſit, logarithmum numeri eſſe duplum logarithmi radicis, & quam parum evertat exiſtentiam duarum logarithmicarum ſuper eodem axe, a Te primo negatam, a me vero ex ipſa Hyperbolæ natura poſtea demonſtratam. Hoc autem unicum erat quod volebam. Id, ſi mihi nunc concedas, patiar libenter ut reliqua ſint meræ definitionis. 1713. Jul.

De libello *Anglicano* multa non habeo quod addam jam in ſuperioribus a me dictis; Forte invenies ipſe plura, ubi ipſum libellum videris. Quid *Pariſini* in univerſum de eo ſentiant nondum equidem mihi conſtat. VARIGNONIUM quod attinet, ille in ſuis litteris *Anglorum* procedendi modum eorumque argutas in arrogando prenſationes valde improbat: Optat vero,

1713. Jul. ut in longa poſſeſſione Te non turbaſſent. Quo ipſo mihi in mentem revocavit communem fere ſortem Tibi eſſe cum Principe Tuo, ut-pote quem iniquiores *Angli* dejectum cuperent a ſucceſſione Regni, uti Te a poſſeſſione Tui calculi. Interim non dubito, quin Tibi eum vindicandi ſuperſint argumenta bene multa, tam ex privatis litteris quam aliunde petenda. Quantum mihi de rei veritate innoteſcit, facile judicabis nihil me celaturum, ſive apud amicos, ſive publice, ubi occaſio id poſtulaverit; nec eſt cur timeas aliquid blanditiis a me obtineri poſſe in æquitatis meæ præjudicium. Magni quidem facio NEWTONUM, ejuſque benevolentiam minime contemno, ſed *non ſpero* eum aliquid præter honeſtatem a me petiturum, *uti certe nihil* hactenus petiit. Et ſi quis peteret, vel petere ſuſtineret, nihil reſponſi a me aliud referret, quam tritum illud; *Amicus* SOCRATES, *amicus* PLATO, *ſed magis amica Veritas.*

Quæ Agnatus meus *Anglis* communicavit, partim NEWTONI *Principia Philoſophiæ* ſpectant, quorum nonnulla in *Actis Lipſienſibus* videbis; partim alia, quæ ad analyticam *non* pertinent; ideoque timere non debes revelatum ipſis eſſe modum illum ſingularem tangentes inveniendi curvarum quarumdam, & de differentiationis tranſitu a curva in curvam, hoc eſt, de invenienda differentia inter duas curvas infinite propinquas; quam materiam, ſi bene memini, valde promovi, & ad alia non vulgaria nec facile obvia feliciter applicui. Qualia ſi tentaminis loco *Anglis* proponerentur, foret meo judicio breviſſima via ad os obturandum illis; ſi nimirum infirmitatem ſuam & Calculi ſui, cujus tantopere jactant antiquitatem, inſufficientiam proderent, atque ſic inviti palmam cedere cogerentur: quamobrem Problemata quædam excogitare deberes hac ſola methodo ſolubilia, ut inde diſcerent eſſe quædam ſaltem, quæ nos ſuo Calculo fluxionum non debemus: ſicuti CHEYNÆUS quondam (1) inepte jactavit, nihil nempe intra hos 20 vel 30 annos prodiiſſe in lucem quæ non ſint iteratæ repetitiones, vel ad ſummum levia tantum Corollaria eorum, quæ NEWTONUS jam-

(1) *In methodo Fluxionum inverſa pag.* 59. & 60.

jam pridem invenerit. Quasi nobis nihil amplius relictum fuisset, vel nullius esset pretii, quod subinde a nobis publicatum extat, & cujus in *Newtonianis* ne vestigium quidem videre est; qualia sunt quæ de Catenariis, Velariis, Isochronis Paracentricis, Brachystochronis, de novis proprietatibus Cycloidis, de ejus segmentis innumeris quadrabilibus, de Calculo exponentialium seu percurrentium, eosque differentiandi modo, de Coëvolutarum dimensione, de Motu tractorio, de Reptorio, de Curvarum reductione ad circulares, de earum transformatione, & de innumeris aliis, quæ *Angli* pro parte tractarunt, sed omni suo Calculo fluxionum adjuti irresoluta reliquerunt, quod vel ex solo Problemate Catenariæ & Curvarum transformandarum patet, cui pertinaciter & longo tempore insudantes, aliud nihil quam turpes paralogismos produxerunt. Reliqua vero nostra si spernere affectant, qui fit quod ea omnia corradere, & in suam linguam convertere non dedignentur; exemplo illius *Angli* nobilis DES-HAYES, cujus extat liber in folio, anglice conscriptus, (nescio an videris) continens *Marchionis* HOSPITALII Analysin & reliqua nostra hinc inde ex *Actis Lipsiensibus* aliisque Diariis compilata, & omnia verbotenus translata. Præterea nihil fere, vel parum admodum, de *Newtonianis*, suisve aliis, Editor admiscuit, licet prodigus ad modum sit in laudes NEWTONI, nostri vero parcus laudator, nec nisi in Præfatione, & quidem ita, ut qui nostra non cognoverit non facile judicaturus sit, illa quæ tractat inventa ad nos magis pertinere quam ad alios obscuri nominis, quorum integram phalangem nobiscum memorat, & tantam multitudinem obtrudit, ut, quemadmodum persuadere conatur, plagii suspicionem a se amoveat. Sed contrarium facit manifeste, dum veros auctores & inventores sub nube reliquorum, a quibus nihil mutuatus est, abscondit, & ita quod unicuique debet subdole dissimulat: Num quid iniquius censes? . . . . . 1713. Jul.

Cæterum non denegavi Tibi gloriam inventionis quadraturæ circuli per Seriem $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$ &c. Dixi tantum ex litteris GREGORII patere GREGORIUM fuisse primum hujus

1713. Jul. Seriei inventorem; ſed ipſe videbis quid hac de re ſit credendum, ubi ad manus habueris Libellum Epiſtolarum. Poteſt eſſe, ut GREGORIUS invenerit prius, quod Tu poſtea etiam Tuo marte inveniſti, & inſcius quod ante Te jam fuerit ab alio inventum. Interim, ſi per litteras probare potes ipſum NEWTONUM Te primum credidiſſe Inventorem, & inventum laudaſſe, hoc in rem Tuam apprime faciet ſimulat enim NEWTONUS, in aliquibus litteris in Libello iſto publicatis, ſe non adeo magni-facere hanc Seriem, ob ſegnem admodum advergentiam, ut & ſibi dudum innotuiſſe, quod primo inventa fuerit a GREGORIO.

Tandem HERMANNUS noſter, a Catharro pectorali, quo laborabat, reſtitutus, ante octiduum iter ingreſſus eſt, *Argentoratum* petens, hinc *Francofurtum ad Mœnum*, ubi non diu morabitur, ſed citiſſime perget *Francofurtum ad Viadrum*, Provinciam ſibi demandatam auſpicaturus. Quid de ſede ſua *Patavina*, diſceſſu ſuo vacante relicta, conſtituerint Proceres *Veneti*, aut quid ſint conſtituturi, ipſi æque ac mihi ignotum hactenus fuit ..... Tradidit nuper Cl. HERMANNUS *Agnato meo* Diploma a Domino CUNEO acceptum, quo *in* Societatem Regiam Berolinenſem cooptatur; pro quo jam gratias egit Domino CUNEO per litteras, per Dominum HERMANNUM ad eum deferendas. Hiſce quidem Vale, Vir Ampliſſime, & Fave.

Baſileæ a. d. 29. Julii 1713.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

EPIS-

EPISTOLA CCIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De Commercio Epiſtolico* COLLINSII.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

ATe & a Dno. *Abbate* FARDELLA litteras eodem fere tempore accepi. FARDELLA *Barcinone* in Aula, me commendante, egerat, ubi rebus ſuis non male conſuluit. Inde gravi ſymptomate Apoplectico percuſſus, & præter ſpem recreatus, aliquandiu *Neapoli* egit, & nunc valetudinis cauſa *Aponum* ad aquas calidas prope *Patavium* acceſſit, ſcribit ad me *Patavio* 4 Auguſti, Cathedram diſceſſu Dni HERMANNI vacuefactam adhuc vacare, & operam ſuam promittit. 1713. Auguſt.

Interea aliquid in mentem venit, quod Tibi in aurem dicam. Quid ſi Tibi ipſi, aucto ſtipendio, demandaretur ſparta *Patavina*? Eſt enim, ni fallor, ſalarium multo pinguius *Baſileenſi*, & in Tui, credo, gratiam augeretur; nec magnum adeo eſt ab *Helvetiis* ad *Patavinos* iter, & locus credo magis conveniret tuæ valetudini, quam *Germania* inferior, nec tibi Medico & Mathematico Religionis diverſitas nocebit. Tibi Tuus ex Fratre Nepos *Baſileæ* ſuccedere poſſet. Aperui ſententiam meam Dno. FARDELLÆ, litteris hodie datis, addidique nihil poſſe Reformatores ſtudii facere, quod magis faciat ad Academiæ illius decus. Addidi me Tibi in hunc ſenſum eſſe ſcripturum, & a Te petiturum, ut ipſi recta mentem Tuam ſignifices, quod poteris facere ænigmatice. Si modo ei dicas an ſententiæ meæ accedas, vel non. Nam ſi refutas, diſſimulabit ille conſilium, & pro Dno Nepote Tuo laborabit; ſin mihi accedis, poterit ille oſten-

1713. Auguſt. oſtendere Senatoribus *Venetis* Academiæ curam gerentibus, quantum Te vocato ornamenti ſit Academiæ acceſſurum.

Vereor ne Dno. Nepoti Tuo nonnihil obſit juventus; etſi enim Dno. HERMANNO non obfuerit, erat tamen alius tunc habitus rerum, & plus tunc fortaſſe poterat FARDELLA, qui nunc diu abſens aliam, puto, rerum faciem invenit. Accepi *Romæ* cogitaſſe Proceres de Mathematico quodam *Romæ* vocando, Viro ex ordine quodam Religioſo, ſed nomen excidit. Ea res facit ut timeam ne noſtræ commendationes non ſatis validæ fuerint..... Quidquid ejus ſit experiemur an conſequi deſtinata liceat, alterutro modo. FARDELLÆ ſignificabis, *ut* aſſenſu etiam Tuo intellecto tamen rem ita gerat, ut *non procus* ſed ſollicitatus videare, quod famæ tuæ meritisque convenit.

Certiſſimum eſt omnes in *Anglia* ad noviſſima uſque tempora ignoraſſe *Jacobum* GREGORIUM Tetragoniſmum meum etiam habuiſſe; certe ipſe ejus ex Fratre Nepos *Davidi* GREGORIUS hoc ignoravit, & inventum in Libro ſuo *De Quadraturis* (1) mihi adſcripſit. Ubi ad meas ſchedas reverſus fuero, *inſpiciam* veteres litteras quæ adhuc extant, in quibus, *ni fallor*, *manifeſta* erunt veſtigia, NEWTONUM Analyſin noſtram parum exploratam habuiſſe tunc, cum aliquod ei mecum per OLDENBURGIUM commercium erat. Ego, neglecto KEILIO, aliiſque ejuſmodi, NEWTONI adulatoribus, hominibus obſcuris, cogar NEWTONO ipſi exprobrare animum parum ſincerum & acta teſtimonio conſcientiæ contraria: nam ipſe ignorare non poteſt Analyſin iſtam infiniteſimalem ab ipſo ad me proficiſci non potuiſſe, & tamen nugatoribus imperitis talia aſſerentibus favet & indulget. Ita dum nimia, cum alterius injuria, affectat, cogit me ei jam negare quæ, ex meo candore alios æſtimans, nimis liberaliter conceſſeram, credideramque aſſerenti, in Calculum noſtrum de ſuo eum incidiſſe; quod verum non eſſe re diligentius excuſſa ſatis apparet.

Intelligo in *Anglia* eſſe Viros Eruditos, qui proceſſum Viris gravibus & bonis indignum non probant. Et quod conjicis non ab omni veri ſpecie abeſt, eos, qui parum Domui *Hanoveranæ*,

(1) In *Exercit. Geomet. De dimenſione Figurarum*, *pag.* 42.

veranæ favent, etiam me lacerare voluiſſe; nam amicus *Anglus* ad me ſcribit, videri aliquibus non tam ut Mathematicos & Societatis Regiæ ſocios in ſocium, ſed ut Toryos in Whigium quoſdam egiſſe. Sed ego exigua, credo, ſcheda efficiam ut pœniteat eos nugarum. Utar inter alia argumentis Tuis, ſed a Te nominando abſtinebo. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Viennæ Auſtriæ* 19. Auguſti 1713.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Spero Dominum VARIGNONIUM curaturum, Te præſertim hortatore, ne quid in Gallia fiat, de quo queri poſſim. . . . . .

EPISTOLA CCX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De Nova Editione* Principiorum NEWTONI. VARIGNONII *Judicium de Inventore Calculi differentialis.* *De* HERMANNO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

QUo die noviſſimas Tuas accepi, eodem accepit Agnatus meus litteras a Domino MICHELOTTO Celebri Medico Practico apud *Venetos*, qui ſignificat Illuſtrem RUZZINUM amplexum eſſe partes Agnati mei, & jam-jam in ejus gratiam *Venetias* ſcripſiſſe: addit ſe quoque ejus rem agere, cum opti- 1713. Septem.

1713. Sept. mo ſucceſſu, apud urbis Proceres & Academiæ Curatores, quos viſendi, ut medicus, crebram habeat occaſionem. Reſpondit Agnatus Dno. MICHELOTTO prout rei ratio exigere videbatur. Scripſit quoque me ſuadente ad Dnum *Abbatem* FARDELLAM, ut in quo ſtatu res ſuæ eſſent *Venetiis* ſciret, & huc quoque operam ſuam dirigere vellet. Hæc quidem & Tibi ſine mora perſcribenda duxi, ut quid porro rebus ſic ſtantibus factu opus ſit, mature deliberes. Quod interim in mentem Tibi venit de ſparta iſta mihi ipſi demandanda, vereor vehementer ut unquam aliquem ſucceſſum ſortiri poſſit. Noſti enim me eſſe uxoratum, imo & numeroſa familia onuſtum, unde difficillimum foret mutare domicilium, niſi forſan conſultum *putaveris*, *ut* HERMANNI exemplo me in ſexennium adſtingam, &, relicta familia, pro eo tempore *Patavinis* inſerviam; ſed dubito, num Academiæ illius Curatores lautum ſatis ſalarium offerre vellent, quod ſuſcepti conſilii & tantæ mutationis magnitudinem adæquet: niſi enim fortunæ inſignis melioratio evidentiſſime pateret, patriis laribus me avelli non paterer. Binis vicibus vocationem *Ultrajectinam* reſpui, quamvis honorificis conditionibus ſtipatam; & modo ante triennium repudiavi bis mille florenos annuos a *Leydenſibus* oblatos, cum Profeſſorio munere, ut de emolumentis extraordinariis quæ in Academiis *Hollandicis* ordinaria fere ſuperant nihil dicam, qualia in Academiis *Italicis* non dantur, ut audivi ab HERMANNO, & aliunde idem confirmatum habeo. Adde quod diſcrimen Religionis me valde moveret, ut *Italiæ* præferrem *Belgium*: quæ omnia tantum ponderis habent, ut ſuperari non poſſint, niſi notabili fortunæ augmento, quod ſe ex *Italia* offerret. Tuum vero hac de re judicium & conſilium lubenter audivero. Cæterum recte judicas rem ita gerendam eſſe, ut non procus, ſed ſollicitatus videar; etenim famæ meæ non bene conveniret, ſi poſt tot honorificas invitationes ultro mihi oblatas, diceretur me ambiviſſe ſtationem derelictam ab HERMANNO, qui in nonnullis Diſcipulus meus fuit: cauſa hæc eſt, quare ipſe non ſcripſerim Dno. FARDELLÆ, ſed per agnatum ſcribi curaverim.

Pro

Pro voto meo facies, si in scheda quam paras contra libellum *Anglicanum* argumentis a me suggestis ita utaris, ut *Angli* a me profecta non sentiant; nisi forte quædam invenias, quæ publice extant in Annotationibus meis in *Actis Lipsiensibus* nuper editis; de quibus aliquis *Anglus*, Discipulus antehac meus, nunc *Parisiis* agens, sequentia mihi scribit: *La semaine passée*, inquit, *il arriva un de mes amis* d'Angleterre, *qui m'informa qu'on n'avoit pas encore achevé d'imprimer la Nouvelle Edition des* Principes de Monsieur NEWTON; *pour moi je croi que le Chevalier tarde à dessein pour voir, s'il peut, les remarques que vous avez faites sur la première Edition de ce livre: ce qui me confirme dans cette opinion, est que j'ai rencontré l'autre jour un Ecossois, qui se mêle un peu de Mathématiques, qui m'a informé qu'une faute, que vous aviez trouvée dans ce livre, faisoit beaucoup de bruit en* Angleterre; *mais que les amis de Mr.* NEWTON *la faisoient passer pour une petite faute de calcul.* Qualem vero intelligat errorem quem detexerim, [detexi enim plures] non facile conjiciam, nisi sit ille de quo Agnatus meus eum præmonuit, cum nuper in *Anglia* versaretur, antequam schediasma meum fuisset impressum, & cujus erroris correcturam postea, singulari scheda, suo libro nondum edito inseruit NEWTONUS. Habet autem error iste, qui respicit determinationem resistentiæ medii, pro data curva describenda a projectili, originem suam ex eo ipso quod paralogizat NEWTONUS (ut ego ostendi) in differentiandis potestatibus ad ulteriores gradus, seu in capiendis fluxionum fluxionibus omnium ordinum, ope potestatis indefinitæ in Seriem expansæ. 1713. Sept.

Utrum facile patiatur VARIGNONIUS, ut aliquid in *Gallia* fiat de quo queri possis, in hac præsertim lite ab *Anglis* Tibi intentata, & quid ei hanc in rem perscripserim intelliges ex sequentibus, quæ responsi loco nuperrime mihi reposuit. *Je suis*, inquit, *comme vous, fort mécontent de la mauvaise querelle que Monsieur* KEILL *vient de susciter à Monsieur* LEIBNITZ. *Il me paroit comme à vous que le* Commercium Epistolicum *prouve seulement que Monsieur* NEWTON, *au temps des Lettres qui*

1713. Sep. *y ſont rapportées, avoit connoiſſance des infiniment petits, mais il n'y paroit pas qu'il en eut le calcul tel que Monſieur* De Leibnitz *l'a publié en* 1684, *& que Monſieur* Newton *l'a donné* 3 *ans après dans les Pages* 251, 252, 253, *de ſes* Princip. Mathem. *où il reconnoit que le Calcul lui avoit été communiqué* 10 *ans auparavant par Monſieur* Leybnitz *auquel tems il dit qu'il l'avoit auſſi, ainſi que la phraſe renverſée le prouve, ſans dire à quel point il l'avoit. Avant vous, Monſieur* De-Leybnitz, *& feu Monſieur votre Frere, je ne ſai point qu'on eut paſſé les premiéres différences, employées dans les pages précedentes de Monſieur* Newton, *qui n'en a fait mention que long tems depuis dans ſon Traitté* De Quadraturis. *Je ſui, dis-je, très fachè de voir Monſieur* Leybnitz *forcé de ſe diſtraire de ſes occupations ſi utiles au public, pour ſe defendre d'un mauvais Procès dont le Public n'a que faire.*

Ex quo Cl. Hermannus hinc deceſſit, nihil amplius de eo inaudivimus; niſi quod *Francofurtum ad Mœnum* tranſierit. Speramus autem prope-diem litteras ab eo *Francofurti ad Oderam* datas: Hæ vero, ut Te, feliciter emenſo *itinere*, reducem inveniant *Hanoveræ* ſalvum & incolumem, eſt quod ex animo voveo & precor. Hiſce itaque Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 9. Sept. 1713.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo

J. Bernoulli.

P. S. Fratris Opus poſthumum *de Arte conjectandi* (1), evaſit tandem prelum; curabitur ut ad Te quoque exemplar ejus mittatur prima occaſione.

(1) Jac. Bernoullii &c. *Ars. Conjectandi, Opus poſthumum* &c. Baſ. 1713. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CCXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De sua cum Neutonianis *lite, deque Doctrina serierum promovenda.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

Gaudeo res Tuas eo loco esse ut mutationem non quæras. Quia Dno Agnato Tuo firma spes est successus, merito prioribus inhæremus, nec Dnus. *Abbas* FARDELLA deerit pro suo in nos affectu. Miror Dnum. HERMANNUM ne verbo quidem rerum suarum statum significare mihi, ex quo *Italia* excessit. 1713. Octob.

Dnum. NEWTONUM pœnitebit faviſſe adulatoribus, & nugaces eorum conjecturas de meis repertis comprobasse, quas non fundatas esse haud poterat ignorare. Certe quæ KEILIUS ad me miserat, & quæ publice repetiisse intelligo, erant plena ineptiis, mihique refutatione indigna videbantur.

Vellem doctrinam Serierum, in qua potissimum versatus fuit NEWTONUS, promovisset longius, inprimis circa modum agnoscendi utrum advergant, qui transcendentibus æque ac ordinariis quadret. Ita enim multa in transcendentibus agnosci possent, quæ alias non facile paterent. Ideo Dominum Agnatum tuum hortatus sum, ut huic argumento diligentius incumbat, repetiique monitum in adjecta Epistola, vel ideo quod ille de mente mea ex priore præcipitantius judicavit; cum explicationem verborum meorum convenientiorem, credo, mererer.

Universalissima [id est ordinariis æque ac transcendentibus quibuscunque communis] hæc regula est, ut omnis valor per Seriem sit advergens, cum partes Seriei in infinitum decrescentes sunt alternis affirmativæ & negativæ. Et videtur methodus excogitari pos-

1713. Octob. se, quamvis Seriem advergentem transformandi in talem. Quanquam & alias vias video, sed quæ amplius excoli mererentur.

Nihilne ad te MOIVRÆUS scribit de moliminibus *Newtonianorum*, vel BURNETUS, qui hoc anno fuit nonnihil implicatus negotio molesto, quod libellum Aulæ ingratum protrusisse diceretur. Nam Pater ejus Episcopus *Salisberiensis*, qui nuper obiit, erat in partibus Aulæ adversis.

Gratias ago, quod Dni. VARIGNONII sententiam sane æquitati consentaneam mecum communicasti. Is qui litem ab *Anglis* mihi motam in *Diario Parisino* attigit merito irrisit judices in propria causa.

Non est cur Dnus VARIGNONIUS vereatur ne *hæc lis me* magnopere turbet, aut tempus mihi perdat; excitabit *potius ut aliquid* molier, aut quod molitus sum perficiam, a quo fortasse alias abstinuissem. Ἀγαθὴ δέρις οὐδὲ βροτοῖσι.

Non parvi momenti est quod notas errorem *Newtonianum* circa determinationem medii, cujus resistentia data curva describatur, etiam ex non bene intellecta ratione subdifferentiarum profectum esse.

HUGENIUS etiam ad marginem Exemplaris sui quosdam in NEWTONO errores notaverat, (1) ut mihi narravit, qui in *Batavis* Exemplar vidit, cum Bibliotheca Viri distraheretur. Quod superest vale & fave.

Dabam *Viennæ* 25 Octobris 1713.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Gratissimus erit libellus Domini Fratris tui p. m. de arte conjectandi.

(1) *Vid. Epist. XXXVI.*

EPIS-

EPISTOLA CCXII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De* HERMANNO. *De ſerierum Doctrina. De* NEWTONO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Neſcio an Agnato aliqua ſpes ſucceſſus ſuperſit; ex quo enim a MICHAELOTTO Litteras accepit, in quibus multa promittebat, nihil amplius ab eo in hunc uſque diem intellexit; pariter reſponſi nihil accepit ab *Abbate* FARDELLA; ita ut de felici eventu jam-jam deſperare incipiamus. Fortaſſe Tibi quid certius ea de re conſtat. Quod ad meas res attinet, fateor eo loco illas eſſe, ut mutationem non facile permittant..... Dni HERMANNI Pater mihi dixit ſe à Filio ſuo intellexiſſe quod *Francofurti ad Oderam* feliciter appulierit, & paucis poſt diebus ſuam docendi provinciam auſpicatus fuerit, ab oratione quadam inaugurali: Ante abitum ex hoc loco, ad Te litteras miſit, niſi vehementer fallor; quas vero intercidiſſe oportet, ſi non acceperis. 1713. Demceb.

Tecum ſentio fore, ut aliquando pœniteat Dnum. NEWTONUM, quod tam faciles aures præbuerit adulatoribus. Conſultum interim eſſet, ut quam reſponſionem moliris contra *Commercium Epiſtolicum* mature abſolvas, & in publicum edas; ne ob retardationem gloriandi cauſam habeant..... Sed vereor, ne non vacare poſſis huic negotio, antequam ad lares Tuos redieris.

Bene mones de Doctrina Serierum, multa per eas agnoſci poſſe in traſcendentibus quæ alias non facile paterent. Agnatus meus qui, ob negotia quædam extra urbem agit, ſuper hoc argumento

ad

1713. Decemb. ad Te ſcribet. Interim; neſcio an demonſtrare poſſis quod aſſeris; omnem valorem per Seriem eſſe advergentem, per conſequens finitum, cum partes Seriei continuo decreſcentes ſint alternatim affirmativæ & negativæ.

A longo jam tempore nihil litterarum accepi a MOIVRÆO & a BURNETO, quanquam uterque reſponſionem mihi debeat: ſed aliunde audivi novam Editionem *Princip. Phil. Natur.* NEWTONI jam a quatuor aut quinque menſibus publice proſtare; eam vero nondum vidi, etſi aliquis *Anglus* ejus exemplar ex *Gallia* mittendum quamprimum acceperit, mihi promiſerit. Quem notavi errorem NEWTONI, circa determinationem medii cujus reſiſtentia data curva deſcribatur, correxit in nova Editione *antequam publicaretur*, per interpolationem alicujus ſchedæ; idque ex monitu Agnati mei; reliquos errores ſuos potuit etiam corrigere ex ſcripto meo, quod publicavi in *Actis Lipſienſibus*, (1) ſub initium hujus anni, & quod ille vidit, aut ſane videre potuit, antequam lucem aſpexiſſet nova ipſius editio: ſed ſicuti priorem correctionem inſeruit, quaſi ex ſemet ipſo haberet, nulla facta mentione mei, vel ejus a quo fuerit monitus; ita haud dubie quod ad cæteras, eadem ſinceritate agit.

Errores illi, quos dicis HUGENIUM ad marginem Exemplaris ſui in NEWTONO notaſſe, ſunt forte non alii, quam qui jamdudum publice extant ad calcem *Hiſtoriæ Cycloïdis* a quodam GRONINGIO *Wiſmarrenſi* editæ: forte etiam ab ipſo GRONINGIO Tibi hoc narratum fuit; nam & mihi narravit, cum ex *Batavis* veniens *Groninga* tranſiret, & in tranſitu gradum Doctoratus Juris capeſceret: ſed nihil eorum omnium, quæ ego notavi in NEWTONO, ab HUGENIO notatum fuit; Et certe haud valde magni momenti ſunt notæ *Hugenianæ*, poſſetque NEWTONUS gloriari, ſi cætera omnia in Opere ſuo recte ſe haberent.

Curabimus ut in Nundinas *Lipſienſes*, vel *Francofurtenſes* mittantur, ibique Bibliopolæ *Hanoverano* tradantur, ſi quæ adſunt

Tibi

(1) 1713. Febr. p. 77. & Mart. p. 155. *Vid. etiam* Opp. Tom. I. N°. XC. p. 514. & ſeq.

Tibi deſtinata, juxta Libellum Fraternum de *Arte conjectandi*: Quod ſupereſt Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 6. Decembris 1713.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſeriebus convergentibus. De ſua cum Newtonianis *lite. Varia.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . . . .

SCRIPSI ad FARDELLAM, etſi reſtitiſſes, mihi tamen ſpem ſubnatam, ſi honorificæ ſatis conditiones offerrentur, poſſe Te *Patavinis* vindicari, quo nihil in hoc genere a Republica fieri poſſet glorioſius. 1714. Januar.

Dno. HERMANNO tandem litteras *Francofurto-Olerano* accepi; ſed ex quibus non intelligo, utrum mihi antea ſcripſerit, ex quo *Italia* diſceſſit.

Ipſe, ubi animum attenderis, facile animadvertes omnem valorem per ſeriem eſſe advergentem, per conſequens finitum, cum partes ſeriei continuo decreſcentes ſunt alternationis affirmativæ & negativæ. Et ecce demonſtrationem.

1714. Januar.

Sit Series $\overbrace{a - b + c - d + e - f}^{L} + g - b + i - k + \&c.$ $\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{M}$

cujus termini decreſcant in infinitum, ita ut quivis ſit minor proxime antecedente.

Dico 1°. quantitatem ejus eſſe finitam, & 2°. Seriei portionem ab initio ſumtam terminatam per +, verbi gratia L, eſſe majorem Serie ipſa. At 3°. portionem ab ipſo ſumtam terminatam per —, veluti M eſſe minorem Serie. Sed 4°. errorem ſemper eſſe minorem quam terminum ultimum aut ultimo proximum ſigno — affectum. Et 5°. Seriem finitam *continuatam* eſſe advergentem ad infinitam.

Series vocetur S. Primum L eſt major quam S, quia ex L fit S, plus ſubtrahendo, (nempe f, b, k, &c.) quam addendo (nempe g, b, i, &c.) quæ fuit Aſſertio ſecunda. At M eſt minor quam S, nam ex M fit S plus addendo, (nempe g, i, &c.) quam ſubtrahendo (nempe b, k, &c.) quæ *fuit* Aſſertio tertia. Quare S cadit inter L & M, adeoque eſt quantitas finita, quæ fuit Aſſertio prima. Sed error ſeu differentia ipſius S ab extremis L & M eſt minor quam differentia extremorum (nempe f) ſecundum Aſſertionem quartam. Continuandoque quantum lubet, f eſt minor data ex hypotheſi; itaque habetur & Aſſertio quinta.

Judicio Tuo pro me uſus ſum, ſed nomine Tuo ſuppreſſo; atque ita ut indicio non ſit Te eſſe Authorem ejus; dico ita judicaſſe Mathematicum inſignem, & qui partialitatis accuſari non poſſit. Sed ut Apologiam juſtam edam, opus eſt ut Commentarium ipſum Epiſtolicum videam, & cum meis ſchedis conferam. Fortaſſe recudi curabo auctius.

Neſcio an in eo *Commercio*, quod nuper *Londini* edidere, repetantur eæ litteræ quas Wallisius, me conſentiente, edidit, & quæ ſatis manifeſte *Newtonianam* prætenſionem deſtruunt.

Keilius vix meretur ut nominetur, homo enim vanus glorio-

gloriolam me impugnando quæſiſſe videtur. Velim noſſe an CHEYNÆUS ſe negotio immiſcuerit. 1714. Januar.

NEWTONUS multis modis effecit, ut jam de candore ejus, adde etiam de Propoſitionibus dubitare cogamur. Debebat agnoſcere per quem profeciſſet. Aiunt Doctrinam de explicando motu Planetarum per ſimplicem trajectionem combinatam gravitati, ab HOOKIO jam propoſitam fuiſſe. Paralogiſmi quos in ſcriptis ejus notaſti, faciunt ut dubitare cogamur, utrum recte numerum Curvarum tertii gradus determinaverit. Digna foret diſquiſitio illa cura Dni. Agnati Tui, quem conſilio Tuo ad profunda ejuſmodi eruenda juvare poſſes. Gratiſſimum etiam mihi rem & in publicum utiliſſimam faciet, ſi in Seriebus porro elaborabit, quarum doctrina multum adhuc abeſt a perfectione. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Viennæ* 10. Januarii 1714.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Scripſit ad me Dnus. HERMANNUS, *Hanoveræ* jam agere Nobilem *Venetum* VENIER, amicum Procuratoris LOREDANI Academiæ Curatoris, & per eum juvari conſilia noſtra poſſe. Statim ſcripſi *Hanoveram* ad amicum, ut ſi illic eſſet VENERIUS, ſignificaretur illi, quanta ſit laus, quanta merita Gentis *Bernoulliæ* in rem mathematicam, quamque res ad gloriam ſuæ Reipublicæ pertineat. Peto ut incluſas ad Dominum SCHEUCHZERUM cures.

EPISTOLA CCXIV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De Seriebus convergentibus.* *De* NEWTONO, *& ejus Enumeratione linearum tertii ordinis.* *De* Theoria Manuariæ nauticæ. *De* SCHEUCHZERO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1714. Febr. ACCEPIMUS nuper, agnatus meus & ego, litteras ab *Abbate* FARDELLA, in quibus quod ipſi de me ſcripſeras ſignificat; ſciſcitaturus, num, ſi conditiones honeſtæ & lautæ ſatis mihi offerrentur, eas acceptare vellem; urgetque *ut ipſemet* ego illas perſcribam, promittens ſe omnem lapidem moturum, ut Proceres *Veneti* in eas conſentiant; ita tamen ut hoc non noceat Agnato meo, ſi forte ego recuſavero; quare ſpem de novo concepimus felicioris ſucceſſus; Reſpondimus nos ambo Dno. FARDELLÆ, ſine mora, hunc circiter in modum; nos ſcilicet gratias agere pro ſumma qua eſt erga nos benevolentia, ipſumque proin rogatos nos velle, ut in hoc affectu perſeveret, atque incæptum opus abſolvat; me quidem magnas habere difficultates ſuperandas, cum ſim uxoratus, atque ſex Liberorum parens, impeditus numeroſa familia, atque ædes proprias inhabitans; me vergere ad quinquageſimum annum, qua ætate vigor & vires langueſcere incipiunt; nondum triennium eſſe elapſum, quo Vocationem *Leydenſem* repudiaverim, cum oblato ſalario bis mille florenorum *Hollandicorum* annuorum, & emolumentis extraordinariis (qualia in Academia *Patavina* non habentur,) tantumdem minimum efficientibus, non computatis, nullaque habita

habita ratione ejus quod *Leydæ* inveniſſem meæ Religionis homines, cum quibus & tutius, & liberius, quam in *Italia* degere potuiſſem; hæc omnia proinde tantum apud me ponderis & rationis eſſe, ut, ſine evidentiſſima & notabili fortunæ meliora- 1714. Febr.
tione, a me impetrare non queam tam magnam, tamque moleſtam ſubire mutationem, atque de novo lares aliorſum transferre; cum vero temeritatis, ne dicam imprudentiæ, quædam nota in me eſſet, ſi peterem ſtipendium inſolitæ adeo magnitudinis, me convenientius judicare ut ab ea re animum abducam, atque mentem meam candide aperiam, quam ut vana ſpe diu lactem eos, qui forte exiſtimant me pretio ordinario obtineri poſſe; quod vero ſpectat ad Agnatum meum, adhuc cœlibem, neque tanta obſtacula habentem, eum utique non rejecturum invitationem, ſi præſertim ſtipata foret ſalario annuo non minori quam quo fruebatur Prædeceſſor Cl. HERMANNUS. Hæc cum ita ſe habeant, addidi porro, me Dnum FARDELLAM rogare, ut quod ſibi ſit authoritatis apud Proceres *Venetos*, illud impendat in gratiam Agnati mei; me plane non dubitare, quin Agnatus meus Provinciam ſibi demandatam omni ex parte ſit adimpleturus, ac, quam de iſto conceperunt, ſpem minime deluſurus. Hæc ſunt, quod ad ſubſtantiam, quæ Dno FARDELLÆ pro reſponſo dedi; quæque & Tibi perſcribere volui, ut in litteris, quas forte dabis ad ipſum, ejus quod e re eſſe cenſuerimus mentionem facere poſſis.

Bona eſt demonſtratio quam dediſti de advergentia valoris ſeriei, cujus termini alternatim affirmativi & negativi continuo decreſcunt; ita nempe, ut quivis ſit minor proxime antecedente; ſed putabam Te poſſe demonſtrare valorem quoque finitum eſſe, cum Seriei termini ita ſint comparati, ut quivis affirmativus proxime antecedente affirmativo, & quivis negativus proxime antecedente negativo ſit minor, & ſi forte non minor, ſed major eſſet quam immediate præcedens: quod utique impoſſibile eſt demonſtratu; dantur enim exempla in contrarium, ut $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{9} - \frac{1}{32}$ &c, cujus termini in infinitum decreſcunt, & alternatim ſunt affirmativi & negativi; habet tamen Series valorem infinitum; nam termini affirmativi conſtituunt

1714. Febr. Seriem harmonicam, quæ, ut conſtat ſummam habet infinitam; negativi vero faciunt Seriem geometrice proportionalium, cujus valor eſt finitus. Cæterum in ſuppoſitione tua, qua terminus proxime præcedente minor ſupponitur, finitus valor Seriei facillime aliter ita demonſtratur, $a - b + c - d + e - f +$ &c. $< a - b + b - d + d - f + f -$ &c. $= a$. Ergo $a - b + c - d + e - f$, &c, minor quam a: ergo ejus Seriei valor finitus. Reliquæ obſervationes a Te demonſtratæ etiam hinc facile demonſtrantur.

Optime facies, ſi quæ ſuppeditavi ea a me profecta diſſimules, in Apologia quam paras contra *Commercium Epiſtolicum* ab *Anglis* editum; in quo quidem repetuntur quædam ex *litteris quas* WALLISIUS edidit. Neſcio autem, annon quædam, quæ *in* Tui defenſionem facerent ſint omiſſa; neque hactenus vacavit omnia inter ſe conferre. Ante annum & ultra promiſit Dnus MOIVRÆUS, nomine NEWTONI, hunc mihi miſſurum hoc *Commercium*, una cum Exemplari novæ Editionis ſuorum *Princip. Philoſ.* Jam vero dudum Exemplaria diſtribuenda miſit in *Galliam*; ad me vero nihil amplius, nec libri, nec *litterarum* hactenus pervenit. Unde animum ſubiit ſuſpicio, an forte NEWTONUS mihi ſuccenſeat, quod animadverſiones quaſdam meas ſuperioris *Anni* Menſibus Februario (1) & Martio (2), in *Actis Lipſienſibus* publicaverim, in veterem Editionem *Princip. Phil.* KEILIUS NEWTONI ſimia videtur; quidquid ab eo vidi ex NEWTONO compilatum eſt. CHEYNEUS valedixit, ut audio, rebus Mathematicis. . . . . .

An NEWTONUS non erraverit in *Enumeratione Linearum tertii ordinis*, omittendo forte quaſdam, is quaſdam alias bis ſumendo, pro diverſis quæ eædem ſunt habendo, ut accidit CRAIGIO & aliis, qui Problema de transformatione Curvarum ſolvere volentes, eamdem cum data exhibuerunt ad diverſum tantum axem; an inquam NEWTONO non ſimile quid contigerit, affeverare non auſim: ejus enim Tractatum hac de materia ut examinarem nondum a me impetrare potuit. . . . . : Frater meus aliquando

(1) Pag. 77. (2) Pag. 155.

do hoc vadum tentavit; quo vero ſucceſſu non memini, fortaſſe in Scriptis ejus aliquid invenire eſt. 1714. Mart.

Sub prelo habeo aliquem Tractatum Gallicum de Manuaria nautica, cui titulus *Eſſai de la Manœuvre des Vaiſſeaux* (1), quem ante Paſcha prelum evadere ſpero, ita ut ad Nundinas *Francofurtenſes* pro Te exemplar mittendi tempus ſuperſit. Huic ſcriptioni anſam dedit RENALDUS *Gallus* Eques & Ingeniarius Navalis, qui circa medium anni ſuperioris ad me miſit Libellum (2), in quo litem exoletam, quam antea habuit cum HUGENIO refricavit, atque contra Objectiones *Hugenianas* aliter quam olim, ſed non magis feliciter, Theoriam ſuam vindicare voluit. Reſpondi RENALDO, ſed damnando ipſius opinionem, aliumque errorem maximi in hac re momenti oſtendendo, quem ipſe HUGENIUS non animadverterat: Quam itaque jam antea excogitaveram novam Theoriam, novaſque pro ea Regulas, quales HUGENIUS conſtruendas in ſe ſuſcipere non auſus eſt, in ſingularem Diſſertationem redegi, Tibi, ut ſpero, non diſpliciturum.

Dnus SCHEUCHZERUS Senior, Profeſſor Matheſis *Tigurinus*, cui litteras Tuas illis quas ad me ſcripſiſti incluſas, tranſmiſi, poſtquam per 20 annos Profeſſionem ſine ſalario adminiſtraſſet, nunc cum in demortui alicujus locum ſuccedere, ejuſque ſalario, vi Decreti, gaudere debuiſſet, ſpe ſua excidit; quare animo dejectus anhelat ſtationem extraneam. Sicubi aliquam ipſi procurare poſſes, operam Tuam non male collocares: eſt enim Vir multi laboris, & ſcribendo, & obſervando; ſed cui, ob fortunæ tenuitatem & facultatum anguſtiam, multa deſunt ad ſtudiorum promotionem; Eum itaque curæ Tuæ commendo, Vale & Fave.

Baſileæ 28. Februar. 1714.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

(1) *Editum* Baſil. 1714. 8°. *Et Opp.* Tom. II. N°. XCI. p. 1.

(2) *Memoire, ou eſt démontré un Principe de la Méchanique des Liqueurs &c. qui a été conteſté par Mr.* HUGHENS. Par Mr. RENAU &c Paris 1712. 12. *Vid.* Joh. BERNOULLII *Opp.* Tom. II. N°. XCII. pag. 97.

EPIS-

EPISTOLA CCXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1714. Mart. HOc momento litteras Tuas accipio, ac statim respondeo, quia Dnus. Cognatus Tuus ait, mittendum esse *Francofurtum* Libellum Dni Fratris Tui p. m. si indicem quis ibi recipere debeat. Et cum tempus instet, significo posse ibi dari Bibliopolæ *Hanoverano* FORSTERO, vel alicui alteri *Brunsvicensi* aut *Hannoverano* Mercatori. Quod si ergo missus est *jam Francofurtum* liber, de quo non dubito, per litteras *significari fortasse* adhuc poterit cui tradi debeat, nisi forte id jam factum est. Posset fortasse etiam in *Lipsienses* Nundinas pari ratione mitti. Gaudebo simul videre præclarum Tuum, haud dubie, libellum *De Navibus regendis.* Cætera ad Te & Dnum. Cognatum Tuum scribenda, ob brevitatem temporis, dum cursor publicus instat, in sequentes differo.

Est *Hannoveræ* quidam Dnus VENIER, Nobilis *Venetus*, cujus Frater, ut intellexi, aliquam in rebus *Patavinis* auctoritatem habet: huic etiam causam Dni. Cognati Tui commendavi. Putem Doctrinam Serierum absolutam majoris momenti fore, quam prima fronte videtur. Quod superest, Vale & Fave & Dnum. Cognatum interim à me saluta.

Dabam *Viennæ* 31. Martii 1714.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Commercio Epistolico & LEIBNITII *ad id Responsione. De Serie* Leibnitiana *vel* Gregoriana *pro quadratura Circuli; &c.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

MITTO ecce FORSTERI Chirographum de accepto fasci- 1714.
culo in quo continentur *Ars Conjectandi*, Opusculum Mai.
Fratris mei posthumum, & *Manuaria Nautica*, a me nuper edita: Tuum nunc est fasciculum repetere à Dno FORSTERO. Cl. WOLFIUS mihi misit non ita pridem Tomum primum sui Cursus mathematici, & cum eo plura Exemplaria schediasmatis continentis responsionem Tuam (nam Tuam esse dixit WOLFIUS & publice extat in Diario illo germanico Büchstaal quod *Lipsiæ* imprimitur) meque rogavit, ut ea inter Mathematicos mihi notos distribuerem; quod equidem jam feci; præsertim in *Galliam* non pauca misi, sed in *Angliam* mittere nulla volui, ne me *Angli* pro Auctore suspicentur hujus Responsionis, aut saltem illius Epistolæ, quam inseruisti. Si Tibi ad manus fuissent scripta & litteræ, inter Te, *Anglosque* olim reciprocatæ, invenisses fortasse plura & fortiora argumenta in usum Tuum facientia..... Pag. 25. *Commercii Epistolici* habetur Epistola *Jacobi* GREGORII ad COLLINSIUM 15° Februarii 1670. data, ubi hæc leguntur; *Quod attinet* NEWTONI *Methodum Universalem, a iqua ex parte, ut opinor, mihi innotuit, tam quoad geometricas quam Mechanicas curvas. Nihilo tamen minus ob Series ad me missas gratias habeo, quas ut remunerem mitto quæ sequuntur. Sit Radius = r, Ar-*

1714. Mai. *cus* $= a$, *Tangens* $= t$, *Secans* $= s$; *& erit* $a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8}$ *&c. eritque* $t = a + \frac{a^3}{3r^2} + \frac{2a^5}{15r^4} + \frac{17a^7}{315r^6} + \frac{62a^9}{2835r^8}$ *&c. &* $s = r + \frac{a^2}{2r} + \frac{5a^4}{24r^3} + \frac{61a^6}{720r^5} + \frac{277a^8}{8064r^7}$ *&c. ſit nunc tangens artificialis, &c.*

Jam quod ſpectat ad primam ſeriem $a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6}$ &c. . . . . ex qua inferunt tuam quadraturam arithmeticam Circuli $= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} +$ &c. jam ante a *Jacobo* GREGORIO communicatam, adeoque inventi gloriam non Tibi, ſed GREGORIO deferendam: neſcio quomodo hanc conciliabunt cum loco quodam in quem nuperrime incidi, ex *Davidis* GREGORII *Excercitatione Geometrica de dimenſione figurarum*, impreſſa *Edimburgi* anno 1684, ubi hæc diſerta habentur verba. *Fortaſſis notatu dignum erit hinc conſequi Præſtantiſſimi Geometræ* Gothofredi Gilberti (*Guillelmi*) LEIBNITZII *Circuli quadraturam.* Tranſact. Phil. Menſis Aprilis 1682 editam, *ſi nempe ponatur* DA $= \frac{1}{2}$ *arcus* AF 45 *grad. erit* AC *etiam* $\frac{1}{2}$; *unde erit ſector* DAF $= \frac{1}{2}$ DA $\times$ AF *arc.* $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} +$ &c, *ejuſque octuplum nimirum Circulus, cujus quadratum circumſcriptum eſt, erit* $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} -$ *&c. in infinitum.*

Ergo *David* GREGORIUS aſſerit Tibi primæ inventionis gloriam. Quis autem tam vecors eſſet, ut putaret *Davidem* hoc feciſſe in præjudicium *Jacobi* Patrui ſui, cujus inventum, ſi Inventor fuiſſet, ipſe ignorare non potuiſſet; deprædicans alioquin ſingulis fere paginis ejus Methodos & Series, fatenſque ab initio ſuæ *Excercitationis*, ſe nactum fuiſſe poſt mortem Patrui ſui, ejuſdem adverſaria, in quibus utique reperturus fuiſſet Seriem Tibi ab *Anglis* controverſam; ſi vel maxime *Jacobus* vivens eam celare voluiſſet *Davidem*; quod tamen minime veriſimile eſt, nam ne umbram quidem veriſimilitudinis haberet, ſi quis diceret

ret *Jacobum* GREGORIUM ſtudio abſcondidiſſe *Davidi* ſangui- 1714.
ne ſibi proximo, quod cum COLLINSIO, homine ad ſe ni- Mai.
hil pertinente, tam liberaliter communicaverit? Quæ cum ita ſint, neſcio quid ſentiam de eo quod habetur in Epiſtola quadam OLDENBURGI ad Te ſcripta 15° Aprilis 1675, & *Commercio Epiſtolico* inſerta pag. 39, in qua nempe hæc verba reperio, *Et converſim ex tangente invenire arcum ejus* $a = t - \frac{t^3}{3r} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8} -$ &c. . . . . ;

. . . . . ;

Ex *Gallia* intelligo FONTENELLIUM Academiæ Secretarium ſcribere librum de infinite parvis & magnis, quem brevi abſoluturus ſit (1). Cæterum ab Agnato meo quam-officioſiſſime ſalutaris. Vale, Vir Ampliſſime & Fave.

Baſileæ 23. Maii. 1714.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimum.

J. BERNOULLI.

(1) *Prodiit demum* A°. 1727. *Sub hoc Titulo, Elemens de la Geometrie de l'Infini.* 4°.

EPISTOLA CCXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Theoria Nautica. De lite sua cum Newtonianis. *De Professione* Patavina. *De* SCHEUCHZERO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1714. Dec. PULCHERRIMA tua *de Phoronomia navium* dissertatio tandem ad me pervenit, postquam conversio rerum *Britannicarum* reditum *Hannoveram* meum accelerauit. Præclara edis specimina Artis Analyticæ in re maxime utili humano generi. Et spero futuros, qui Tabulas condant, quales proponis, quibus calculus sublevetur (1). Equidem distractissimus negotiis & laboribus diversi longe generis, non aliter legere potui Librum tuum, quam ut solemus Historias vel Romanicos, nec figuras cum verbis conferre, aut ratiocinationum plicas evolvere licuit; tantum tamen in his rebus tribuo ingenio judicioque tuo, ut non dubitem summam rei Tuo studio recte esse explicatam. Placuit etiam quod magni utique viri *Christiani* HUGENII & judicium vindicasti & defectus suppleviſti. Eleganter etiam notasti objectionem *Renaldinam* similem esse illi, qua VANNIUS olim Jesuita *Italus* regulam plani inclinati impugnabat. Cum *Britanni* nuper præmium ingens longitudinum Inventori constituerint, fortasse dabunt operam, ut cætera ad rem nauticam pertinentia accuratius elaborentur, Tuæque profundæ meditationes in consilium adhibeantur.

Multi illic Viri præclari adulatorum NEWTONI temeritatem parum probant. Cl. CAMBERLANUS (celebris *Statu Magnæ Britanniæ* novissime edito) cum litteras quasdam ad se meas in con-

(1) *Id egregie factum est à Cl. Dno.* PITOT *in* Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux reduite en pratique. *Paris* 1731. 4°.

conventu Societatis Regiæ ostendisset, quibus male mecum actum esse querebar, misit ad me excerptum ex Protocollo Societatis ea die habito, quibus negant litem a se decisam, neque viam esse præclusam aiunt ei qui aliquid relationi Commissariorum (male proinde pro sententia Societatis editæ) opponere velit. 1714. Decemb.

At KEILIUS interea *Gallicum* quemdam libellum (1) edidit. Quibus inter alia errorem, quem in NEWTONO deprehenderas removere conatur frustra.

Mihi consilium est, edere aliquod Commercium litterarium meum, unde apparebit quam in aliis quoque NEWTONUS olim tenuis fuerit. Et quia scio, ex *Collinsianis* homines partium studio deditos ea suppressisse quæ NEWTONO minus placere debere judicabant, sollicitabo ut ea ipsa quoque producant. Dabo etiam operam ut quædam edam in quibus NEWTONO aquam hærere scio.

Fieri potest, ut GREGORIUS etiam invenerit Seriem, qua arcus circuli exprimitur per tangentem, quanquam meas schedas (quarum pars vel periit vel latet) nondum excutere licuerit. . . . . Sed arbitror mihi non fuisse communicatam hanc GREGORII Seriem, nisi tunc cum meam jam in *Angliam* misissem. Itaque cum varias series *Gregorianas* & *Newtonianas* acciperem, credo me judicasse hanc inter cæteras post meum judicium relatam. Certe NEWTONUS ipse in suis litteris ejus inventionem tunc mihi tribuit. Itaque de GREGORIO inventionis participe nulla ad me suspicio pervenit. . . . . .

Cum a multo tempore nihil a Dno. HERMMANNO, vel ab Amicis *Venetis* viderim; nescio quo nunc sit loco negotium Professionis Mathematicæ *Patavinæ*. HERMANNUS verebatur ne *Polenus* favore quorumdam Nobilium *Venetorum* subnixus Brabium auferret. Si res adhuc integra est, nulla re magis capi possunt *Veneti*, quam fama scientiæ motus aquarum, quæ in ea Republica merito maximi momenti habetur, itaque optaveram doctissimum Dominum Nepotem tuum huc incumbere, & quæ

(1) Comparet ille in *Diario litterario*. 1714. *Juill. & Aoust. Art.* 4. *pag.* 319.

in hanc rem dedere MICHELINUS & GUILIELMINUS accuratius examinare, eos enim tractasse rem puto superficie tenus, & ἀς ἐν πλάτει: a Te adjutus longius ibit quam quisquam.

Dominus SCHEUCHZERUS iter *Russicum* excusavit, retentus a sua Republica, auctusque beneficiis. Vellem in aliquot annos Virum Magno Principi commodare statuissent. Ita rem juvissent publicam, nec suis commodis obstitissent.

Annum quem mox inibimus aliorumque multorum seriem Tibi felicem obvenire, Tuisque ex animo precor, ut quam-diutissime de republica bene mereare. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 30. Decembris 1714.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CCXVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De sua Theoria nautica. De Commercio Epistolico & KEILII *Libello. De Problemate* Newtonianis *proponendo.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1715. Febr. POSTQUAM longo tempore nihil abs Te responsi accepissem, cujus equidem silentii causam ignorabam: tandem, magno meo gaudio, litteræ Tuæ, ultimo anni superioris die datæ, ad me sunt perlatæ; ex quibus prosperam Tuam valetudinem, (quam Deus per hunc pluresque alios secuturos annos sartam tectamque conservet, bono universæ Reipublicæ Litterariæ, quam hactenus tam insigniter inventis scriptisque Tuis exornasti) valde lætus collegi.

collegi. Gratum fuit intelligere traditum Tibi fuiſſe, neque diſplicuiſſe Libellum meum Gallicum *De praxi Nauticâ*. Optaſſem vero, ut eum aliqua cum attentione legere Tibi licuiſſet, quo ſententiam ferre potuiſſes de lite, quæ hac in re etiamnum intercedit mihi cum Dno. RENALDO, quem omnibus meis rationibus, partim in Libro meo, partim in variis litteris quas ad objectiones ab eo mihi motas diluendum ad ipſum perſcripſi, ab erronea opinione ſua nondum avellere potui. . . . . 1715. Februar.

. . . . . .

Facile credam, quod poſtquam Sereniſſimus Tuus Princeps Magnæ *Britanniæ* thronum conſcendit, Societas *Anglicana* nolit jam haberi pro ſua ſententia, quod tamen ejus auctoritate & nomine prodiit in *Commercio Epiſtolico*, tanquam Judicis ſententia deciſoria pro NEWTONO. Fortaſſis etiam KEILIUS ſuum Libellum Gallicum (quem ante Reginæ obitum publicavit) non fuiſſet publicaturus, ſi præſenſiſſet optatam illam, quæ paulo poſt contigit, converſionem rerum *Britannicarum*. Conſultiſſimum erit quod formaſti conſilium edere aliquod Commercium Litterarium alteri illi *Anglico* opponendum. Cum enim *Angli* omnia per litteras & rerum geſtarum hiſtorias evincere contendant..... æquum eſt, ut & Tua producas ad Commercium illud pertinentia, ab adulatoribus *Newtonianis* omiſſa..... Optarim libenter videre libellum illum Gallicum KEILII; (1) nihil ex eo vidi, quam quod nuper noſter HERMANNUS perſcripſit, excerptum ex *Diario Hagienſi*, menſis Julii & Auguſti 1714. maximam partem ad me ſpectans; niſi quod dicat KEILIUM Te parum honorifice tractare, pariter ac Auctorem vel Auctores illius Epiſtolæ, quæ Apologiæ loco pro Te in lucem prodiit. Tuum Schediaſma quoque circa motus Planetarum, *Actis Lipſienſibus*, menſis Februarii 1689 inſertum, ſub examen revocari, in quo KEILIUS duos paralogiſmos notare moliatur. Ad me vero quod attinet, agnoſcit quidem errorem, quem detexi in NEWTONO circa determinationem reſiſtentiæ commiſſum. (Vide Schediaſma meum

(1) *Journal Litteraire* 1714. *Juill. & Août. Art.* 4. *pag.* 819. *& ſuiv.*

1715. Februar. meum in *Actis Lipsiensibus* mensium *Februarii & Martii*, 1713;) Sed multis persuadere conatur KEILIUS, me multo gravius lapsum esse, quod erroris *Newtoniani* originem rejicere voluerim in Series ipsius, cujus terminos a NEWTONO pro fluxionibus vel differentialibus superioribus adhibitos esse, KEILIUS contra me negat, licet NEWTONUS alicubi disertis verbis hoc dicat; quem locum, si opus fuerit, ostendere possum, quidquid nunc dicat KEILIUS, vel NEWTONUS ipse, aliive Cultores ejus, ad dissimulandum quod veram differentiandi continuationem ignoraverit. Sed de ipso, quem indicavi, errore NEWTONI molliſſime loquitur KEILIUS, dicendo eum *ex accidente* irrepsisse, producta aliqua tangente ad partem oppositam ejus ad quam produci *oportuisset*, & ideo facile fuisse errorem ejus indolis committere. Interim non addit, quod hic error, quantumvis facilis, mansisset incorrectus in nova Editione *Principiorum Phil.* si NEWTONUS de eo non fuisset opportune monitus ab Agnato meo in *Anglia* tum degente, cum liber jam esset prelo evasurus. De reliquis quibusdam erroribus, quos pariter notavi, nihil dicit KEILIUS... Tandem me hortatur, ut justitiam faciam NEWTONO, *circa* Series, & ut publice agnoscam me in erroris *Newtoniani* origine indicanda errasse, quanquam NEWTONUS ipse tantam æquitatem non habuerit, ut in nova Libri sui editione fateretur, a quo erroris sui commonefactus fuerit; eum nempe ita corrigens, quasi a nemine monitus sponte lapsum suum animadvertisset. Recte facies, si quædam edas, in quibus NEWTONO æquam hærere scis. Suppetunt haud dubie multa eorum, quæ olim inter nos agitata fuere, & quæ per communem differentialium methodum non facile obvia sunt; qualia sunt quæ de transitu ex curva in curvam habuimus, quæ peraguntur singulari quadam differentiatione adhibita: Proposui olim, si meministi, publice quædam Problemata hujus generis, sed quæ pro curvis dissimilibus a nemine hactenus fuerunt soluta; ea ipsi de novo possent proponi. Exempli gratia, (*Fig.* 127.) inter infinitas Ellipses super communi axe AC descriptas, quæritur illa ABC, quæ secans rectam positione datam, vel quamcunque etiam curvam datam LBN, relinquat arcum AB inter

Tab. XXIII.

omnes

omnes AR, AS, &c. minimum Longitudine. Aliud Problema foret, ſed difficilius : Iiſdem poſitis, determinare Ellipſin ABC, cujus arcus AB a gravi ex A deſcendente breviſſimo tempore percurratur. Hujuſmodi multa alia ſunt, quæ *Anglis* forte plus negotii faceſſent, quam ſibi ſtatim imaginabuntur. Ex eorum numero, quæ ſingularem differentiandi & integrandi methodum requirunt, etiam hoc eſſet, ubi petitur modus complanandi ſuperficies conoideas obliquas, vel quaſvis alias datas ſuperficies curvas, etſi non conoideas. Intelligo per ſuperficiem curvam datam, cujus ſingula puncta determinantur (ſic ut lineæ curvæ data puncta) per ordinatas tres x, y, z, quarum relatio data æquatione exprimeretur : ſunt autem tres illæ coordinatæ, nihil aliud quam tres rectæ ex quolibet ſuperficiei curvæ puncto perpendiculariter ductæ in tria plana poſitione data, & ſe mutuo ad angulos rectos ſecantia. Sit æquatio inter coordinatas, exempli gratia, hæc $xyz = a^3$; quæritur hujus ſuperficiei dimenſio, vel ſaltem reductio ad figuram aliquam planam. Quod attinet ad Solidum ipſum inter ſuperficiem datam & plana poſitione data comprehenſum, ejus quidem dimenſio facilius habetur quam ſuperficiei, non tamen omni difficultate caret. Vale .....

1715. Februar.

Baſileæ 6. Februar. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Reſponſio ad præcedentem.

De re nautica perficienda. Hortatur ut hydraulicam tractet. De Metaphyſica NEWTONI. *De Problemate* Anglis *proponendo. De æquationibus ad ſuperficies.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1715. April. PRÆCLARAM, quantum intelligo, in re nautica ex Matheſi illuſtranda navaſtl operam. Rectius talibus inventis mediocria præmia ſtatuerentur, quam immenſa pro inveniendo, quod nonniſi multorum collatis inventis perfici poteſt, atque ita mea ſententia, ei ſoli non deberetur, qui aliorum inventis tantum ultimum manum imponeret; quale eſt Longitudinum *marinarum* Problema. Scriptum eſt mihi ex *Anglia* Commiſſarios rei diſcutiendæ cauſa nominatos hactenus ne conſediſſe quidem; cujus ratio eſt quod Parlamentum Inventori quidem futuro, ſed non Commiſſariis providit.

Et gratis pœnitet eſſe probum.

Optem, quando Tibi tam pulchre ejuſmodi Meditationes ſuccedunt, ut negotium aquarum currentium in manus ſumas. Ea de re ſcripſit GUILLELMINUS, cui contradixit PAPINUS. Libellus GUILLELMINI latinus (1) mihi jejunus videbatur, ſed *Italicus* (2) qui praxin attingebat, non ſpernendus. Hunc examinari a Te, vel, Te directore, a Domino Agnato tuo operæ pretium eſſet, vel *Venetorum* cauſa, ut intelligant quantum ſibi defuerint. Et cum GUILLELMINO, præclaro quidem cætera Viro,

(1) *Aquarum fluentium menſura nova methodo inquiſita. Pars. I. & II. Bonon.* 1690, 1691. 4°.

(2) *Della natura de' Fiumi, Tractato Fiſico-mathematico. Bolog.* 1697. 4°. Comparet uterque in GUILLELMINI Operum edit. *Genev.* 1719. 4°.

Viro, ſed in profundiore Matheſi minus provecto, non ſatis in hoc argumento fidam, ſufficeret, guſtus præbendi cauſa, initio notari in quo GUILLELMINUS rem acu non tetigerit. 1715. April.

Cum accepiſſem NEWTONUM mira quædam de Deo dicere in *Optices* ſuæ editione Latina, quam hactenus nondum videram; inſpexi & riſi ſpatium eſſe ſenſorium Dei; quaſi Deus, a quo cuncta procedunt, ſenſorio opus habeat: præterea ſpatium nihil aliud eſt quam ordo coexiſtendi, ut tempus ordo mutationum generalis ſeu ordo exiſtendi incompatibilium; unde ſpatium abſtractum a rebus non magis eſt res vel ſubſtantia, quam tempus. Atque ita Metaphyſica huic Viro parum ſuccedunt. Notavi etiam quædam, unde apparet Dynamicen, ſeu Virium leges non eſſe ipſi penitus exploratas. Vacui demonſtratio, quam cum affeclis molitur, paralogiſtica eſt.

Perplacent quæ *Anglis* proponi poſſe judicas. Velut de tangentibus curvæ per magnitudines arcuum diſſimilium curvarum determinatæ. Ni fallor jam alicubi in *Actis* vel *Diariis* tale quid publice propoſuiſti. Quæ etiam cum *Fratre* egiſti, & minima a puncto ad punctum ſuperficiei ducenda, aliaque hujuſmodi multa, ex Methodis quas jam didicere non facile derivabunt. Doctrinam de æquationibus localibus trium coordinatarum, ſeu de locis vere ſolidis, olim aggredi cœpi, eorumque interſectiones ſeu curvas etiam non planas; ſed proſequi non vacavit. Operæ pretium faceret qui ſtudium impenderet. Videriſque in eo argumento nonnihil laboraſſe; quæ velim ne ſupprimas.

Paralogiſmus, quem mihi KEILIUS imputat, nihil eſt, & redit ad *modum loquendi*. Cum ſcribat inciviliter & indecenter, a me reſponſum non habebit. De re ipſa agam, hominem non curabo. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 9. Aprilis 1715.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. *Italus*, quidam ingenioſus, ut apparet, & in Calculo noſtro verſatus, miſit mihi ſchedam adjunctam de provehenda methodo tangentium inverſa: hanc peto ut examines, & mihi cum judicio Tuo remittas. Eſt hæc pars Matheſeos, velut illa DIOPHANTI, ut varias artes in nonnullis caſibus utiliter adhibere liceat.

EPISTOLA CCXX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De re nautica promovenda. De PARENTII *annotatis in ſuam* Manuariam Nauticam. *De hydraulica Mathematice tractanda. De Problemate* Anglis *proponendo. De* RICCATI *ſcripto quodam Analytico*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime Fautor Honoratiſſime!

1715. Mai. SI tibi arrident, quæ de re nautica ſcripſi, habeo de quo mihi gratuler; eum enim finem aſſecutus ſum, quem intenderam, ſcilicet ut nihil de ea materia ſcripturus eſſem, quod a viris Doctis & Judicioſis approbari non poſſet. Tecum ſentio, quod non male actum foret, ſi talibus inventis mediocria præmia ſtatuerentur, ut ſaltem excitarentur ingenia ad moliendum aliquid pro bono publico; quis enim libenter operam ſuam commodabit, ſi præſertim ex ea nec gloria, nec lucrum, ſed diſpendium potius temporis & pecuniæ (ut mihi ſane accidit) ipſi enaſcatur. Dnus. RENALDUS quem ad agnitionem erroris ſui, ... nondum adigere potui, invitis omnibus meis rationibus, tam in libro, quam in litteris meis pluribus poſtea cum ipſo commutatis, ad ſollicitationem *Melitenſium*, miſſus eſt a Rege *Galliæ* cum aliquot navibus bellicis in *Melitenſium* auxilium contra *Turcas*.

cas. Ita mea cum ipso disputatio aliquandiu sopita jacebit. Sed interim PARENTIUS libellum meum suggillandum fuscepit, primo peculiari quodam scripto quod in lucem protrusit, postea etiam in *Diario Trevultiensi*, (1) Mense Aprili. sed ..... nihil nisi ineptias mira obscurirate involutas oppposuit: multa mihi imputat quæ non dixi; multa prævertit, & verba mea detorquet in alienum sensum; sed, quod pessimum est, quædam mea ..... sua facit, dum me refutare videtur: scilicet hoc artificio utitur, ..., ut dissimulet Plagium suum; quod quidem ob tantam, quam affectat, obscuritatem facile ipsi succedit: Et si interim ratione civilitatis, qua me tractat, conqueri non possim de ejus modo scribendi; quia est litigiosus, in hoc unico gloriam quærens, ut lites in infinitum protrahat, novasque ex litibus ferat, idque inprimis, ut audio, ambit, ut adversarios acquirat alicujus nominis & famæ, ex quibus victis..... sibi famam comparare nititur. Tamen quædam ad Dnum. VARIGNONIUM ex annotatis meis misi, ut si e re esse autumaverit non sub meo, sed sub alieno nomine edat; ut æquus lector videat quid de ingenio PARENTII sit tenendum. Dubito autem an sit editurus ea VARIGNONIUS, ut-pote qui quam-maxime dissuadet altercationem, sive tecto, sive aperto nomine cum PARENTIO inchoandam; nisi & honorem & tranquillitatem meam periclitari velim. 1715. Maii.

Pulchre quidem mones, ut negotium aquarum currentium in manus sumam: sed, ob supra memoratas rationes, non video quid me eo permovere possit, vel debeat, obrutum in dies longe diversis negotiis, partim Academicis, partim domesticis, aliisque: præsertim si id fieri non possit, nisi magno temporis & laboris dispendio, sed parva vel nulla prorsus spe emolumenti, & modico admodum famæ augmento: GUILLELMINI libellos hac de re scriptos nunquam ego vidi, & de PAPINI contradictione nihil pariter, nisi quod in *Actis Lipsiensibus* extat. Ea itaque omnia examinandi copia non datur .....

(1) 1715. *April. p.* 697. & *Journal des Sçavans. Ed. Hol. Mai.* 1716. *p.* 524.

1715. Maii. . . . . .

Verum eſt; olim partim in *Actis Lipſienſibus*, partim in *Diariis Gallicis*, propoſui Problemata de tangentibus curvæ per magnitudines arcuum curvarum determinatæ, & de aliis huc ſpectantibus: quædam eorum ſoluta fuere per *Fratrem* meum, & HOSPITALIUM; ſed tantum pro curvis ſimilibus, quæ quidem cum meis conſpirarunt eatenus, ſed nemo rem præſtitit pro curvis diſſimilibus. *Angli* ne digiti quidem apice ea attingere voluerunt, qui alias prompti ſatis fuerunt in reſpondendo, ſi quid ad captum ſuum deprehenderunt . . . . . .

Remitto ecce Scriptum, quod mecum communicaſti, *Itali* illius, mihi quidem ignoti; niſi per conjecturam *aſſerere auſim* quod ille ſit vel VERZALIA, hoſpes quondam & diſcipulus meus . . . . . vel *Comes* RICCATUS; prior omnia mea manuſcripta vidit & exſcripſit, cum in ædibus meis commoraretur; alter vero eadem communicata habuit a Dno. HERMANNO eorumdem ſcriptorum meorum poſſeſſore. RICCATUS autem, forte neſcius unde HERMANNUS habuerit nuper *in Diario Veneto*, ubi HERMANNI partes contra me (*licet* nulla lite inter nos duos exiſtente) agere voluit, ingenue faſſus eſt, ſe talia a Dno. HERMANNO didiciſſe: ſed, ſi verum fas eſt, dicere, niſi alia haberemus multo generaliora, quam quæ in hoc ſchediaſmate continentur, & quæ a noſtris tantum, vel mutuando, vel mutando, originem habent, parum ſane provecta eſſet methodus tangentium inverſa. Subſtitutio illa, & tranſmutatio indeterminatarum, quæ fundamentum ſcriptoris hujus eſt, nobis dudum familiariſſima. Regulæ, quas dat, ad exempla ſunt accommodatæ, adeoque haud magni pretii: nam quodlibet exemplum peculiarem Regulam poſceret. Adſperſi hinc inde notulas, idem fere, aliudque nonnihil indicantes: Cæterum Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 22. Maii. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPIS.

EPISTOLA CCXXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Commendatio Joh. ARNOLDI Angli. *De* KEILIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

HAs litteras jam ad Te exaro, in eum præcipue finem, ut commendare poſſim hunc cui eas ad Te perferendas tradidi, Virum (1) Is quidem natione *Anglus*, ſed minime KEILII, aliorumque invidorum amicus, per aliquot annos meus in Mathematicis Diſcipulus, peculiare monſtravit probavitque mihi ſuum ingenium, non in vulgaribus tantum, ſed etiam in penitioribus noſtris Analyticis. Certe in Calculo differentialium & integralium non parum profecit; habebis in eo, ubi Patriam redierit, Tuum defenſorem contra invidos & malevolos, ut-pote, cui totius controverſiæ, quæ Te inter & KEILIUM viget, ſtatum expoſui, & oſtendi ipſum KEILIUM, alioſque ex *Anglis*, non ſemper..... qua deceret ſinceritate nobiſcum agere; ac ſæpe verborum ſenſum malevole detorquere, & ſtudio res ipſas confundere, ut eo melius Lectori imponere queant: quod inprimis factum video in KEILII reſponſione, vel potius in Libello illo famoſo, Tibi maxime injurioſo, in *Diario Litterario Hagienſi*, menſibus Junio & Julio anni ſuperioris edito, cujus excerpta quædam mihi tranſmiſit Cl. HERMANNUS noſter: Meo quidem judicio optime feceris, ſi injurias iſtas promptiſſime retudas nuda rei expoſitione, conquiſitis, hunc in finem, ex ſcriniis Tuis, litteris omnibuſque Schedis & Actis; quo quid inter Vios actum ſit, & quantum unicuique ſit tribuendum & quouſque quilibet, ut par eſt, de Inventorum gloria participet, toti Mundo conſtet, & ita oblatranti KEILIO os obturetur. De cætero

1715. Jul.

(1) *Joh.* ARNOLDUM.

cætero ad præcedentes meas litteras me referò. Vale, Vir Illustrissime, & Fave.

Basileæ a. d. 13. Julii 1715.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI

EPISTOLA CCXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad penultimam.

De PARENTIO. *De Com.* RICCATI *Scripto Analytico. De Longitudinibus ex Theoria Lunari inveniendis. De* HARTZOEKERO.

Vir Nobilissime & Celeberrime, Fautor Honoratissime!

. . . . . .

1715. Augusti. AQUARUM currentium argumentum eo maxime consilio suasi, ut *Veneti* melius intelligant quantum amittant. Sed putabam Domino Cognato Tuo id esse committendum, Te tamen dirigente.

Rectissime facis, quod Dnum. PARENTIUM suo sensu abundare pateris; videtur enim lites quærere, & me etiam aliquoties mordere voluit. Inter alia objecit mihi quod negem *Conservationem esse continuatam creationem* (quod sano sensu ferri potest) & quod concursui Divino fim contrarius; quæ non in meis scriptis invenit, sed per pravas consequentias illis intulit.

Respon-

Reſpondi reipſa potiuſquam verbis, dum in *Theodicæa* naturam 1715.
concurſus conſervationiſque ſatis explicui. Genium viri ſtatim Auguſt.
agnovi ex præfatione *Elementorum Mechanicorum* (quod ni fallor primum ejus Opus fuit) ubi dicit ſe via quadam ea demonſtraſſe, quam deſeruerit, ubi ab aliis (VARIGNONIO inprimis) jam uſurpatam intellexiſſet; & novam excogitaſſe. Sed illa, quam pro nova venditat, *Hugeniana* eſt, ſumta ex Analogia navis, quam ipſe PARENTIUS involvit, ut alia videatur. Objecit etiam quædam contra Harmoniam præſtabilitam, ſed in quibus nihil reſponſione dignum notavi.

Recte judicaſti: ſcriptum quod tibi miſi, profectum fuit a Dno. RICCATO, ut poſtea didici ex Epiſtola quadam Dni. ZENDRINI, quam nunc Tibi mitto. In reſponſione petii a Dno. ZENDRINO ut *Comitem* RICCATUM moderationis admoneat, quod ille Tibi tanquam communi & ſuo & Dni HERMANNI præceptori plurimum deferat: nolim etiam in malam partem interpretetur, quod *Italis* ſpeciatim Problema quoddam ſolvendum propoſuiſti; quid enim habent in hoc genere *Itali*, quod Tibi non debeant?

Cum aliquando *Viennæ* legerem Dni. HERMANNI collationes cum Dno. VERSAGLIA, (quibus finem impoſitum puto) videbantur mihi quædam monenda occurrere, ſed nunc *Diaria Veneta* non ſunt ad manus.

Videntur adhuc quædam excutienda ſupereſſe in materia conatuum paracentricorum; quid nimirum fiat, ſi centrum ipſum eſt mobile.

Dnus HERMANNUS edet librum *de motu fluidorum* (1), in quo non dubito quin multa pulchra ſit allaturus; ſed dubito an excuſſurus ſit materiam fluminum.

Ex adjunctis Dni ZENDRINI litteris, quas remitti peto, videbis hunc animum non nihil adjeciſſe ad hoc de fluminibus argumentum: quo ſucceſſu ego non definiverim.

(1) *Is pars eſt Phoronomiæ, in qua de viribus Corporum ſolidorum & fluidorum agit, quæ Amſt. 1716. 4°. prodiit.*

1715. Augusti. Miror tanto proposito Longitudinibus præmio, *Anglos* non in eo laborare ut perficiant Theoriam Lunæ: nam si ea satis haberetur, res sic satis confecta foret, ut jam olim *Johannes Baptista* MORINUS in *Gallia* ostendit, qui Commissarios a *Cardinali* RICHELIEU impetraverat. Et sane fassi sunt illi ex Lunæ motu sufficienter cognito Problema solvi, sed recte negarunt rem eo usque productam; quemadmodum memini mihi BULLIALDUM olim *Parisiis* dicere. Si secundum NEWTONI sententiam tota res pendet a gravitate Planetarum in se invicem & in Solem, deberet esse in potestate. Sed verendum est ne aliæ adhuc causæ interveniant, & hoc ipsum vellem accuratius examinari, & quid ex sola illa gravitate consequatur, in Tabulas redigi, ut comparatione cum observationibus appareat, utrum & quantum inde natura discedat: sic enim fortasse propius ad hoc naturæ mysterium accedere licebit. Et vero ex omnibus Observationibus Astronomicis (post satellites Jovis in ordinem redactos) nullæ mihi videtur utiliores, quam quæ circa Lunam instituuntur, diametros ex apparentes, & appulsus ad Fixas accurate notando.

Legistine aliquando Dni HARTSOEKERI *Conjecturas Physicas* (1)? Sunt eæ quidem sic satis ingeniosæ, sed plerumque, ni fallor, audaciores. Cum ante annos aliquot huc transiret, monstraverat mihi sua Experimenta magnetica, & omnium rationem a se redditam putabat; sed mihi longissime adhuc abesse videtur a veræ rationis explicatione. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 5. Augusti 1715.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Conjectures Physiques par* Nicol. HARTSOEKER. Amst. 1706. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CCXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Filio ſuo Nicolao. De PARENTIO. *De* RICCATI *cum Agnato ſuo controverſia. De* HERMANNI *Phoronomia. De* HARTZOEKERO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

. . . . . .

NUNC quidem Agnatus meus de novo in ſcenam protrahitur, ſed de feliciori ſucceſſu dubito. Solent, ut videtur, nos habere ut pilas, quas aliquandiu hinc inde jactatas tandem explodunt. . . . . Jam-jam ſentire incipio ætatis ingraveſcentis incommoda . . . . . Lampada nunc tradam Filio meo natu maximo (1), Juveni XXI annorum, ingenio mathematico aliiſque dotibus ſatis inſtructo. Abſolvit nuper ſtudium ſuum juridicum, & in eo nunc eſt, ut hac hebdomada, pro Licentia gradus Doctoratus diſputet; quo peracto, permittam ei ad exteros peregrinari, quantum quidem licebit per tenuitatem facultatum mearum. Spero fore ut, ille, Tuo auxilio & commendatione ſuffultus, ſtationem quamdam convenientem invenire aliquando poſſit. Hoc ſi fieret, me adhuc vivente, vix quicquam jucundius mihi per totam vitam contigiſſe arbitrarer. Pro ea, qua polles auctoritate, & qua es erga me benevolentia, difficile Tibi non erit voti mei compotem me redde- 1715. Sept.

(1) *Nicolao.*

1715. Sept. re, & qui jam ſum totus Tuus, me Tibi porro arctiſſime obſtringere.

De PARENTIO ſentis quod ego dudum obſervavi; ille ſcilicet data opera lites quærit; gloriam videtur affectare ex eo, *ut* non-niſi illuſtres habeat adverſarios; quos dum refutare conatur, ſibi eorumdem inventa tribuit, & ſub alio habitu, ... pro ſuis venditat; hoc quippe artificio plagium celari poſſe putat. Vidi ex ejus diſquiſitionibus (*Recherches*) quod Te quoque mordere voluerit, fugillando Syſtema Tuum de ordine præſtabilito. Quomodo autem ipſi reſponderis in *Theodicæa* Tua videre mihi nondum contigit; quia hic Liber ad manus meas nondum pervenit. Cæterum etſi PARENTIUM indignum cenſeam cui reſpondeam; non tamen abſtinere poſſum, quin data occaſione eum ictu ferulæ perſtringam; id quod nuper feci in aliquo ſpecimine meo, *de Centro Turbinationis*, *Actis Lipſienſibus* menſe Junio (1) noviſſimo inſerto, ubi notavi ſurditatem, & falſitatem cenſuræ *Parentianæ*, qua quondam Theoremata *Hugeniana* de oſcillationibus Pendulorum exagitabat.

Remitto, ut jubes, Epiſtolam Dni. ZENDRINI. *Ex ea* video Auctorem, ut & RICCATUM . . . . . noſtri tantum imitari. In Noviſſimo Tomo XXI°. *Diarii Veneti* edidit RICCATUS illam, quam in litteris ſuis comminatus eſt ZENDRINUS, reſponſionem ad defenſionem quam Agnatus meus pro me ediderat in Tomo præcedenti XX°. ejuſdem *Diarii*. Reſponſio iſta eſt ejus naturæ, ut neſciam an Agnatus meus ſit replicaturus. . . . . Problematis ab Agnato *Italis* propoſiti nullam RICCATUS exhibet ſolutionem; cujus quidem hanc dedit rationem, vel potius prætextum, ſe ſcilicet non ſatis ambitioſum eſſe ad captandam gloriam ex ſolutione Problematum. . . . . Interim ſolutio ejuſdem Problematis, quam Tibi perſcribit in Epiſtola ſua ZENDRINUS, bona eſt & legitima; ſed ſine dubio eam ab HERMANNO accepit; ſiquidem verum ſit, quod MICHELOTTI nobis ſignificavit, HERMANNUM nempe ſolutionem noſtri Problematis ad amicos ſuos in *Italiam*

(1) *Pag.* 242. *Vid. Opp. Tom. II.* N°. XCVII. *pag.* 187.

liam miſiſſe: Ipſe vero HERMANNUS forte nunquam ſoluturus 1715.
eſſet, niſi fundamentum ejus a me ipſo didiciſſet, eo tempore Septem.
quo ex *Italia* redux iter parabat *Francofurtum*. Sciendum enim eſt, quod poſtquam ipſi hoc Problema, ſed generaliter conceptum, propoſuiſſem, aliquot poſt diebus mihi dederit aliquam ſolutionem, ſed erroneam & paralogiſticam; cujus paralogiſmum a me ſibi monſtratum ingenue agnovit, atque ultro faſſus ſe nullam perſpicere viam ad veram ſolutionem perveniendi, eam a me expectare aperte teſtabatur: quam etiam dedi pro Parabolis, oſtendendo quod curva virium exiſtente ex Parabolarum genere, etiam curva temporum ſit aliqua ex Parabolis (1); quod pluſquam ſatis erat HERMANNO ad caſum illum particularem *Italis* propoſitum, ſolvendum.

Recte ſtatuis adhuc quædam excutienda ſupereſſe in materia conatuum paracentricorum, ubi præſertim centrum virium ſupponitur mobile. Sunt mihi de ea re varia Theoremata, quæ juncta cum Methodo, qua uſus ſum in *Actis Lipſienſibus* 1713, Menſibus Februario & Martio, ſubſidia præbebunt ad maximas difficultates ſuperandas. Certe NEWTONUS ipſe, aliique *Angli*, Methodi ejus præſtantiam agnoverunt & laudarunt.

HERMANNI Librum (2) vidi hic manuſcriptum, ſed multa ab eo tempore ſe adjeciſſe mihi ſcribit Oportet jam prelum evaſiſſe Librum hunc, prout ex noviſſimis ejus litteris intelligo.

Non videtur magni momenti quod ZENDRINUS habet de curvitate ripæ fluminis alicujus. Nititur enim hypotheſibus, ut apparet, mere precariis.

Imo perluſtravi HARTSOEKERI Conjecturas Phyſicas, ut & ejus Dilucidationes (*Eclairciſſemens*) in quibus vidi contemptim ſatis loquentem de Phoſphoro meo Mercuriali, & indignantem FONTENELLIO, quod nimis honorifice de eo conſcripſerit; ſed ignoſco homini, qui, ceu alter Thraſo, omnes provocat, & de NEWTONO aliiſque eruditis acerbe & ignomi-

(1) *Agebatur, opinor, de Problemate quod ſolvitur, Opp.* Tom. IV. N°. CLXXV. pag. 243.

(2) *Phoronomiam.*

nioſe jocatur; adeo ut tanto minus miratus fuerim, quod nec mihi pepercit. Interim & mihi licebit eum comparare cum PARENTIO, cum quo egregiam Thraſonum bigam conſtituit.

Metuendum eſt ne, cum morte Regis *Galliarum*, etiam litteræ & Scientiæ aliquod detrimentum patiantur. ..... quod tempus docebit. Tu vero Vale quam-diutiſſime, & Favere perge.

Baſileæ a. d. 11. Septembris 1715.

Amplitudini Tuæ

Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad ante penultimam & præcedentem.

De Problemate Anglis *proponendo. De ipſius Filio Nicolao. De* SCHÜLEMBURGIO. *Varia.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1715. Nov. TRANSIIT hac nuper Dominus *Johannes* ARNOLDUS *Anglus*, Vir, ut apparet, doctus & bonus, & a Te mihi litteras gratiſſimas attulit. Dedi ipſi aliquot exempla Schedæ impreſſæ, cui judicium Tuum eſt inſertum, quod adverſarios non parum urit. KEILIUS quidem reſponſione indignus eſt, ſed rem ipſam brevi narratione complecti e re erit, & adjicere Problemata

ta quædam, unde intelligamus quid ipſi poſſint. Cum illam novam differentiandi rationem conſideraſſes (1), cujus ope Problemata ſolvuntur, quale illud de minimo arcu Elliptico intercepto, excogitaveras inde applicationem quamdam ſic ſatis generalem, qua, ſi bene memini, Problemata quædam, quæ ad differentio-differentiales deſcendere ſolent, intra differentiales primi gradus coercentur. Ego nunc non bene memini, nec in litteris antiquis quærere vacat. Te autem melius meminiſſe puto, itaque rogo ut ſi commodum eſt, iterum communices. Inſerviet enim fortaſſe ad aliquod Problema proponendum, cujus non ſtatim apparebunt fontes. 1715. Nov.

Gaudeo etiam Dominum Filium tuum (2) *Bernoullizare*, & hereditarium familiæ decus tueri. Mallem Phyſicæ & Medicinæ, quam Juriſprudentiæ operam dediſſet. Abundamus etiam bonis Jure-Conſultis, ſed pene caremus bonis Medicis; ſed in his optimum eſt cujuſque inclinationem ſequi ſi qua ſe det occaſio, commendabo lubens merito.

Dominus *Generalis* SCHULENBURGIUS mihi a multis annis amicus, in eo eſt ut conditionem *Venetorum* accipiat, qui ei Præfecturam rei militaris terreſtris offerunt. Ipſe mihi nuper ſcribit *Vienna* CÆSAREM & *Principem* EUGENIUM hortari, ut conditionem accipiat. Ubi *Venetias* proficiſcetur, quod credo mox fiet, penes te erit jubere, ſi quid a me per ipſum in rem fieri poſſe putes. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 4. Novembris, 1715.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Vid. Ep. LIX, LX, LXI.*
(2) *Nicolaum.*

P. S.

1715. Nov. P. S. Domini HERMANNI Librum (1) accepi. Multa sunt bona, sed quædam moneri possunt. Videtur nimium *Anglis* deferre. Problema Trajectoriæ, si Centrum locum mutet, tentavit; meo judicio, non absolvit. FLAMSTEDIUS mihi per amicum significavit, in *Newtoniana* Lunæ Theoria esse quædam falsa, quædam incerta. Si RICCATUS, ut audio, officiose & ut par est respondit, optimum fortasse erit litem cessare. Ego scripsi ZENDRINO, merita Tua in scientiam ipsosque *Italos* ejus cultores tanta esse, ut æquum videatur judicio Tuo, quantum fieri potest, deferri. PARENTIO non respondi in *Theodicæa*. Curabo ut hujus Libelli exemplum, occasione data, ad Te perferatur. Spero Regentem Regni *Galliarum*, Scientiarum *amantem*, non passurum ut morte Regis Respublica Scientiarum aliquid detrimenti capiat.

(1) *Phoronomia, sive de Viribus Corporum Solidorum & fluidorum. Lib. II.* Amst. 1716. 4°.

EPISTO-

EPISTOLA CCXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Mittit Problema Anglis proponendum. De HERMANNI *Phoronomia, &c.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

UT petito Tuo ſatisfacerem, incunctanter perluſtravi Adverſaria mea, & tandem inveni Apographum Epiſtolæ cujuſdam meæ, olim ad Te datæ; unde hoc, quod Tibi mitto, excerptum (1) fieri curavi, continens duas Methodos ex nova illa differentiandi ſecundum parametrorum variabilitatem ratione erutas; quarum ope ſolvuntur Problemata circa curvas ordinatim poſitione datas, licet non ſimiles; ex quibus, exempli gratia, quæritur ea quæ vel maximum vel minimum præſtet, aut quæ ſint trajiciendæ per novam aliquam curvam, ſive in dato angulo, ſive in angulis data lege variabilibus. Si quid invenias quod in uſum tuum faciet contra KEILIUM alioſve adverſarios, gratiſſimum mihi erit. Latent certe quædam in iſta materia, quibus exerceri poſſunt Thraſones *Anglici* pro KEILIO militantes. Hi forte invenient ex quo ſe non facile extricabunt, licet omni fluxionum Methodo adjuti. 1715. Nov.

Etiam mihi videtur HERMANNUS in Libro ſuo nimium *Anglis* deferre; adeo quidem ut NEWTONI morem demonſtrandi affectet, per totius fere Libri decurſum: unde fit ut demonſtrationes, quas vocat lineares, ſæpiſſime magno legentium faſtidio & fatigatione plures occupent paginas, cum ſi Analyſi uti voluiſſet

(1) *Illud erat P. S. Epiſt. LXI.*

1715. Nov. voluiſſet eas quandoque 3 aut 4 lineis abſolvere potuiſſet. Videtur voluiſſe Libri molem extendere præter neceſſitatem, niſi forte majorem inde ſibi gloriam, naſcituram putaverit. Quæ ſunt alicujus momenti, præcipue vero in prima Libri parte, ea certe pleraque jam complexus ſum, partim in Schediaſmate meo *Actis Lipſienſibus* 1713. Menſibus Februario & Martio inferto, partim in poſterioribus Capitibus Libelli mei Gallici *de praxi nautica*. Quoſdam etiam notavi paralogiſmos. Modum conſiderandi vectem in omnibus ſuis punctis impulſum a potentiis variantibus, quem ego adhibui in meo Libello pro invenienda media directione potentiarum velum, ſuperficiem navis, vel alius *corporis* ſuperficiem impellentium, HERMANNUS ſibi quoque *arrogat* in ſua Præfatione; ſed quo jure neſcio. Dicit quidem me vidiſſe manuſcriptum ſuum, quod non nego; an autem Theoremata huc facientia inibi reperta fuerint, ut innuit, certe aſſeverare non poſſum. Male itaque agit, quando ad memoriam meam appellat. Quomodo enim quamlibet minutiam attendere potuiſſem, intra biduum vel triduum, quo manuſcriptum *ejus* perluſtrare mihi datum fuit? Profecto non aliter conſideravi *quam* minutiam, id quod jam illum ut magni quid æſtimare video, cujus ſe mecum inventorem audire geſtit. Nihil utique naturalius eſt, nihil magis obvium quam referre potentias agentes in ſuperficiem aliquam ad vectem imaginarium, prolongando nempe eorum directiones. Dedi hoc in Libello meo ſine ulla pompa; nihil quippe hic ſuſpicabar jactantia dignum. Habeo vero, ut & hoc addam, quod querar de HERMANNI, ſive non ſatis felici memoria, ſive non ſufficienti candore. Etenim quando in Appendice pag. 393. in fine audacter dicit *neminem alium, quod ſciat, demonſtraſſe aquam, aliumve liquorem, ea velocitate ex vaſe erumpere quam aquæ gutulæ orificio proxima acquirere poteſt, caſu accelerato ex altitudine liquoris ſupra orificium*; Lectori perſuadere conatur ſe primum fuiſſe hujus rei demonſtratorem. Sed imponit Lectori; habuit enim demonſtrationem a me, eo tempore, quo ex *Italia* redierat; & tantum abeſt, ut aliquam antea habuerit demonſtrationem, ut cum interrogaſſem,

num

num hoc Theorema hydraulicum demonſtrare poſſet, vel apud quemquam Auctorem demonſtratum vidiſſet, ingenue faſſus fuerit, ſe illud, licet multoties tentaſſet, nunquam demonſtrare potuiſſe, neque ab aliis demonſtratum fuiſſe. Dedi itaque meam demonſtrationem (1), quam tum approbabat & laudabat; nunc vero ſub mutato habitu intricatiorem redditam pro ſua venditat. Nunc judices, quo jure, quave conſcientia, dicere poſſit neminem alium, quod ſciat, illud demonſtraſſe. Cæterum Problema Trajectoriæ, ſi Centrum locum mutet, nequidem tentavit nedum abſolvit. Habet fateor quædam de Trajectoria mobili, ut circa Centrum immobile moveatur, quod jam NEWTONUS uberrime pertractavit. . . . . 1715. Nov.

Gratias ago quod data occaſione Filium meum Tibi commendatum fore promittas. Prætulit ſtudium Juridicum Medico, ſuam inclinationem ſecutus: in Phyſicis tamen non prorſus eſt hoſpes.

RICCATUS non valde officioſe reſpondit, dum varios in me meumque Agnatum aculeos ſparſit, quos autem hic in nupera ſua Replicatione, ut par eſt, retorſit. . . . . Gratiſſimum erit, ubi me compotem feceris *Theodiceæ* tuæ. Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 23. Novemb. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimus

J. BERNOULLI.

(1) *Quæ habetur Act. Erud.* 1716. *Aug. p.* 375. & *Opp.* Tom. II. N°. XCIX. *pag.* 208.

EPISTOLA CCXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Reſponſio ad præcedentem.

De Commercii Epiſtolici recenſione in Tranſ. Philoſ. De NEWTONI *Philoſophia. De Problemate Anglis propoſito. De* HERMANNO. *De Horologio turbinatorio.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1715. Decem. SCRIPSI litteras ad Illuſtriſſimum SCHULENBURGIUM, eaſque Clariſſimo MICHELOTTO miſi, ut ipſe reddat, & cum eo conſilia conferat, neque enim dubito *Virum inſignem* libenter nobis fauturum, cum mihi ſit amicus *ſingularis*. *Hoc* volui ut ſcires, ita enim ipſe Domino MICHELOTTO poteris ſignificare, quæ videbuntur.

Dominus *Abbas* DE CONTI ſcripſit ad amicum *Pariſinum*, qui mihi ſignificavit *Anglos* longa recenſione *Commercii Epiſtolici* in *Tranſactionum* aliqua (1) ſuas contra me argutationes iteraſſe, atque inter alia etiam Philoſophiam meam impugnaſſe. De Analyſi noſtra dicunt, NEWTONUM originarium eſſe, nos tantum nomina adjeciſſe, eaque apta ad controverſias in Matheſin introducendas. Philoſophiam NEWTONI eſſe mere experimentalem, meam conjecturalem: ſed ni fallor harmonia præſtabilita ſeu, quale nos ſtatuimus, Commercium Animæ & Corporis res demonſtrata eſt; demonſtratum etiam, ni fallor, firmitatis ſeu nexus in corporibus originem non poſſe deſumi niſi a motibus conſpirantibus, atomoſque eſſe rem abſurdam. At NEWTONUS minime per

(1) N°. 342. *habetur Gallice in Diario litterato.* Tom. VII. Art. 5. pag. 113. & ſeq. & Art. 15. p. 944.

per ſua experimenta demonſtrat materiam ubique eſſe gravem, 1715.
ſeu quamvis partem a quavis attrahi, aut vacuum dari, ut ipſe Decembr.
quidem jactat. De Deo etiam miras fovet ſententias; extenſum eſſe, ſenſorium habere, & vereor ne revera inclinet in ſententiam AVERRHOIS & aliorum, etiam ARISTOTELI tributam de Anima ſeu Intellectu agente generali in corpore quovis proratione organorum operante. Illud etiam mihi plane abſurdum videtur, quod putat machinæ mundanæ motum ex ſe deſiturum, niſi a Deo ſubinde rurſus animaretur. Itaque miraculis opus habet, nec ſine perpetuis miraculis ſuam attractionem explicare poterit.

Dominus *Abbas* CONTIUS *Pariſiis* diſcedens Epiſtolam ad me reliquit, quæ mihi nunc reddita eſt. Ipſi jam reſpondeo, & ut pulſum *Anglorum* Analyſtarum nonnihil tentemus, rogo ut, quaſi ſuo proprio motu aut amici rogatu, Problema hoc illis proponat. *Invenire lineam* BCD, *quæ ad angulos rectos ſecet omnes curvas determinati ordinis ejuſdem generis; exempli cauſa, omnes hyperbolas ejuſdem verticis & ejuſdem centri* AB, AC, AD &c. *idque via generali.* Ita videbimus quousque ſuis fluxionibus profecerint.

An excerptum ex antiqua Epiſtola Domini Filii Tui manuſcriptum eſt?

Significavi Dno. HERMANNO, mihi non videri bene demonſtratam, imo nec veram ipſius Propoſitionem pag. 7. Quod cauſa gravitatis agat in omnes corporis partes; nam ſi miſceantur æquabiliter in corpore partes graves & non graves, eadem gravitas manebit variato ſcilicet ſitu. Et ſi per partes corporis intelligit quicquid ejus volumine comprehenditur, patet materiam gravificam permeantem comprehendi, quæ ipſa gravis non eſt.

Dominus HERMANNUS erga me proteſtatur, ſe plane inſcio eſſe natam illam cum RICCATO litem, & adeo non a ſe foveri ut deſiſti ſit ſuaſurus, in quo recte faciet. Cæterum & ego quædam notavi acta ab ipſo paulo obliquius erga me, inter alia loquitur de meo Theoremate compoſitionis tendentiarum,

1715. Decemb. quasi ipse demonstraverit; sed ego *in Diario Gallico* (1) vere demonstrationem addideram eamdem, ni fallor, cum ea quam affert. Suo erga NEWTONUM Anglosque affectato studio nihil lucrabitur; audio enim KEILIUM jam in ipsum strictiuras quasdam dedisse. Quod superest Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* Decemb. 1715.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Vidi quae in *Actis* hujus anni *de Turbinatione* dedisti pulcherrima (2). Velim nosse an Tibi nota sit constructio Horologii turbinatorii, quale, ni fallor CAMPANUS *Romae*, aliique confecere; quae Horologia id habent, ut sonum pene nullum edant, eoque iis conveniant qui difficulter obdormiscunt. Vellem hanc constructionem discere.

(1) *Iourn. des Sc.* 1693. 95. *Journ. du 7. Sept.*
(2) 1715. *Jun. pag.* 242. & *Opp. Tom. II. N°. XCVII. pag.* 187.

EPIS-

EPISTOLA CCXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem

De Commercii Epistolici *recensione. Mittit Filii sui solutionem Problematis specialis* Anglis *propositi. Alia proponit difficiliora. De* Hermanno. *De Horologio turbinatorio.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

. . . . . .

ETIAM Mommortius in suis ad Agnatum meum litteris meminit ejus, quod amicum *Parisinum* Tibi significasse dicis, *Anglis* scilicet, longa recensione *Commercii Epistolici* in *Transactionum* aliqua, suas contra Te argutationes iterasse. Quare necesse puto, ut nonnihil matures alterum illud, quod paras, Commercium Epistolicum priori ab *Anglis* edito opponendum. 1716. Januar.

Excerptum illud ex antiqua Epistola, quod Tibi petenti miseram, non Filii mei (qui in negotiis pro me obeundis absens erat ab urbe) sed alicujus ex Discipulis meis manuscriptum est. Interim ut scriptionem Filii mei & quid in Mathematicis præstare possit, videas; ecce mitto ad Te solutionem ab ipso inventam Problematis de inveniendâ curva omnes Hyperbolas ejusdem axis transversi ad angulos rectos secante, quod per Dominum *Abbatem* Contium *Anglis* Analystis proposuisti, in exemplum Problematis illius generalis, quo quæritur Trajectoria omnes curvas determinatæ ordinis ejusdem generis ad angulos rectos trasi-

1716. Januar. trajiciens. Fateor hoc Problema generaliter ſumptum ab Analyſtis illis non facile ſolutum iri, niſi cogitent de modo noſtro differentiandi parametros, vel alias lineas quæ parametrorum loco ſunt, ſeu de tranſitu differentiationis a curva in curvam. Sed velim animadvertas non omnia hujus Exempla particularia æque difficilia eſſe: ſunt enim quæ peculiari hac differentiandi ratione non indigent, ut ſunt ea curvarum ad quarum tangentes determinandas parametri variabiles in conſiderationem non veniunt; ex horum numero eſt exemplum, quod propoſuiſti, de Hyperbolis; ut pote quæ, ſicut & omnes Sectiones conicæ commune centrum & verticem habentes, habent eandem ſubtangentem pro communi abſciſſa, qualemcunque habeant parametros: Eſt enim Tab. XXIII. pro omnibus (*Fig.* 128.) OF; OA = OA : OE ſic itaque timendum eſt, ne Analyſtæ *Angli* hoc Exemplum ſolvant per communes Methodos; & poſtea ubi vident rem tam facile ſibi ſucceſſiſſe inde evadant inflatiores, & in opinione ſuæ ſuperioritatis magis confirmentur. Quod ſi tale quid futurum ex *Abbate* CONTIO mature intelligeres, quando ſcilicet publicationem hujus Exempli a ſe ſolvendi mirarentur *Angli*; meo judicio non inconſultum erit, ſi illi ſtatim prævenientur, Typis mandando in *Actis Lipſienſibus* (1) (vel in alio, quod Tibi placuerit, Diario) hanc Filii mei ſolutionem, ut videant eos, qui noſtras methodos poſſident, ubi vix tyrocinium evaſerint, jam in poteſtate habere talia, ad quæ Thraſones ..... nonniſi ægre, vel plane non pertingunt; ſi præſertim alia Exempla nonnihil difficiliora ejuſdem Problematis propoſuiſſes, vel adhuc proponeres. Quale foret, ſi pro Hyperbolis ejuſdem verticis & axis tranſverſi ſed parametrorum variabilium, ſupponerentur Hyperbolæ ejuſdem verticis & ejuſdem parametri, ſed axium tranſverſorum variabilium: invenietur enim quidem ſatis facile (ſi dextre procedatur) pro natura curvæ trajectoriæ quæſitæ (ponendo nunc AE, x; EC, y) hæc æquatio differentialis $2xy\,dx = (-2yy + cx)\,c\,y$: hæc vero æquatio, in qua c ſignificat parametrum conſtantem & inva-

(1) Et prodiit quidem Menſe *Maio* 1716. *p.* 226. Habetur etiam in *Joh.* BERNOULLII *Opp. Tom. II. N° CIV. p.* 270.

invariabilem Hyperbolarum, nullam adhuc admittit constructionem, concessis licet quadraturis, ob implicationem indeterminatarum cum suis differentialibus x, y, dx, & dy; quæ necessario prius sunt separandæ, ut constructio obtineatur. Dubito autem an *Angli* (quos nihil hactenus de hoc separationis negotio scripsisse vidi) in hunc gurgitem se demittere audeant. Non minus curiosum esset hoc Exemplum, ubi proponerentur omnes omnium graduum Parabolæ, ejusdem parametri, verticis, & super eodem axe descriptæ a Trajectoria normaliter secandæ, ita ut solus index vel exponens Parabolarum esset variabilis. Æquatio enim pro natura curvæ quæsitæ satis quidem simplex, sed non per viam tritam eruitur hæc $x\,l\,x\,dx = -y\,l\,y\,dy$; ubi x & y, designant coordinatas originem a vertice communi Parabolarum sumentes: integrando terminos, hæc altera obtinetur $2xx\,l\,x - xx = -2yy\,l\,y + yy \pm aa$, quæ porro ad exponentialem reducitur $x^{2xx}\,y^{2yy} = n^{xx+yy\pm aa}$. 1716. Januar.

Mihi videtur si Hermanno placuisset dissuadere Riccato diutius litigare, litem jam diu sopiri potuisse: quod idem non obscure insinuavi nuper ipsi Dno Hermanno, eumque simul monui, ut citissime scribat ad scriptorem alicujus *Diarii Belgici* sub nomine *Reipublicæ Eruditorum* (Republyk der Geleerden) ut reparet injuriam, quam in recensione Operis *Hermanniani* mihi intulit; quando excerpens verba ex Præfatione, ubi Hermannus mentionem facit proprietatis alicujus circa Centrum gravitatis, quam proprietatem inventam sibi & mihi attribuit Hermannus; scriptor Diarii verba Hermanni truncata affert, eaque ita interpretatur quasi Hermannus me plagii insimulare voluisset. An scriptor studio & ex malitia id fecerit, ut commendabilem & vendibilem redderet librum Hermanni, quippe qui typis eorumdem Bibliopolarum quorum Diarium, nempe Westeniorum, excusus est, aut an fecerit quia sensum Hermanni, obscure satis ibi loquentis, non perceperit, definire jam non cupio.

1716. Januar. Si Tibi placuerint quæ dedi in *Actis Lipſienſibus* ſuperioris anni de turbinationibus, habeo de quo mihi gratuler. HUGENII horologium turbinatorium hiſce meis meditationibus anſam utique dedit; ſed de conſtructione hujus horologii nihil aliud mihi notum eſt, quam quod habetur in ipſo Opere HUGENII, cui titulus, *Horologium oſcillatorium*, pag. 155: ex quo autem facile intelligo ejuſmodi horologium ratione conſtructionis & diſpoſitionis internæ rotarum, non multùm differre a communibus horologiis, & nihil hic aliud requiri, quam ut pro Pendulo oſcillante, cujus vibrationes reciprocantes motum horologii in iſochroniſmo conſervant, adaptetur Pendulum turbinans, cujus turbinationes continuæ ſint iſochronæ; id quod fieri poteſt, ſi filum Penduli circumplicatum ſit laminæ incurvatæ ſecundum evolutam Parabolæ. Sic enim ſive intendatur, ſive remittatur vis turbinans, adeoque ſive ampliores ſive anguſtiores ſuperficies Conicas deſcribat filum Penduli; erunt tamen omnes ejuſdem altitudinis, & proinde turbinationes iſochronæ. Quod ſupereſt, annus hic novus cum plurimis aliis ſequentibus Tibi ſit feliciſſimus, Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 15. Januar. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

EPIS-

EPISTOLA CCXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Problemate Anglis *proponendo. De horologio turbinatorio. De Profeſſione Patavina. De ſuo Opere hiſtorico.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON ſine multo applauſu legi ſpecimen Domini Filii tui, Juvenis, ut video, magna nobis promittentis. Solutio elegans ingenioſis Scholii obſervationibus ornatur, dum eam etiam ad Ellipſes transfert. Cæterum a me in litteris ad Dnum. *Abbatem* CONTIUM Hyperbolarum communis verticis centrique mentio facta eſt, non quaſi Problema in iis conſiſteret, ſed ut intelligeretur. Addidi enim diſerte; quæri methodum generalem. Quod ſi mihi ſuppeditare Exemplum voles, quod non particulari aliqua facilitate adjuvari putes, ſed ad generalem adigere, rem gratam facies. Id enim pro ſpecimine ſolutionis veræ Domino *Abbati* nominare potero; vellem autem tale eſſe, ut factis evolutionibus tandem ad quadraturas reducatur, ne dicant ne a nobis quidem ſufficientem ſolutionem dari poſſe. Quanquam revera ſine noſtra methodo a Te provecta, [quemadmodum olim, ni fallor, animadverti] recurrendum ſit ad differentias ſecundi gradus; noſtra autem methodo inter primas conſiſtatur. Gratum erit etiam, ſi opera Domini Filii Tui (modo vacet) analyſin cum vertex & parameter manent; & cum Parabolæ mutant exponentem, adjeceris. 1716. Januar.

Conſtructionem Horologii turbinatorii ab oſcillatorio putem non-nihil debere differre in applicatione rotæ proximæ ad Pen-

1716. Januar. dulum, nam in oſcillatione pendulum tendit huc illuc, ſeu itque reditque, ſed in turbinatorio ſemper tendit in eaſdem partes. Inde etiam turbinatione quidam uſi ſunt ad Horologium conficiendum, quod careret ictibus illis, qui moleſti ſunt ægre dormiſcentibus.

Dominus MICHELOTTUS mihi ſcripſit ſe litteras meas *ad* Dnum *Generalem* SCHULENBURGIUM attuliſſe, & cum eo de negotio fuiſſe locutum, neque illum defore occaſione data. Putat ille Dnus MICHELOTTUS. . . . . facile deinde effici poſſe, ut Dnus *Agnatus* Tuus ſuccedat . . . . . Non dubito quin ipſe Tibi amplius de toto negotio *ſcripſerit.*

Domini *Comitis* SCHULENBURGII Frater, cum nuper hic eſſet, mihi dixit ex Fraternis litteris ipſum mox iter facturum in *Dalmatiam*, ut præſidia *Veneta* viſat & omnia ad expeditionem inſtantem paret; Itaque haud ſcio an ſatis occaſionem habiturus ſit negotium noſtrum adjuvandi, ob diſtractiones & abſentiam. Spero tamen Dominum MICHELOTTUM *invigilaturum*, ubi aderit, ut optima ejus voluntate utatur.

Ego nunc totus ſum in abſolvendo magno Opere Hiſtorico meo, cujus apparatum a multis annis collegi, quod antiquitates *Brunſwicenſes*, ſimulque Annales Imperii Occidentis ab initio regni CAROLI MAGNI uſque ad finem Imperii HENRICI *Secundi* complectitur. In hoc enim intervallo origines fere ignotæ a me erutæ, continentur. Si Deus mihi iis quæ adhuc ſuperſunt viribus amplius uti concedit, hoc anno Colophonem imponam. Atque inde liberior, ſi quid temporis ſupereſt, aliis nonnullis meditationibus non proletariis abſolvendis tribuam. Cæterum hic labor præſens me fere totum ſibi vindicat. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 31. Januarii 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Mittit Problema Trajectoriarum, quale requirebat, Anglis proponendum. De horologio turbinatorio.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

HABEO de quo mihi gratuler, quod uſque adeo Tibi placuerit Filii mei ſpecimen, continens ſolutionem Problematis a Te propoſiti, de ſecandis normaliter per curvam aliquam Hyperbolis axis tranſverſi & verticis communis, quam & Ellipſibus normaliter ſecandis convenire monſtravit. Ecce nunc, quia petis, Analyſin a Filio meo conceptam pro determinandis Trajectoriis Parabolarum, in quibus, vertice & parametro manentibus, exponentes ſunt variabiles. Communicabo (quamvis ſine Analyſi) ſolutionem Exempli, quod omnia quæ deſideras habet requiſita; nulla quippe particulari facilitate reſolvitur, ſed potius particulari quadam dexteritate opus eſt, quæ non cuivis obvia erit; deinde recurrendum quoque eſt ad differentias ſecundas, quæ autem per Methodum noſtram ad primam reducuntur; poſtremo tale eſt, ut, factis evolutionibus, arte quadam ſingulari ad quadraturas reducatur, cum alioquin, niſi rite tractetur, æquatio prodeat, in qua indeterminatæ cum ſuis differentialibus intricatæ adeo invicem permixtæ reperiantur, ut inſeparabiles videantur. Problema autem, quod duabus partibus conſtat, in hunc modum propono. 1716. Mart.

PROBLEMA I°. *Super recta* (Fig. 129.) AG, *tanquam axe, ex puncto* A *conſtruere infinitas curvas, qualis eſt* ABD, Tab. XXIII.

1716. Mart. *ejus naturæ, ut radii oſculi, ex ſingulis ſingularum curvarum punctis* B *educti, ſecentur ab axe* AG *in* C *in data ratione, ut nempe ſit* BO: BC = 1 : *n*. 2°. *Conſtruendæ ſunt trajectoriæ, qualis eſt* ENF *priores curvas* ABD *ad angulos rectos ſecantes.*

SOLUTIO. 1°. Eſto AL perpendicularis ad AG: vocetur AI, x: IB, y; & quædam conſtans ad arbitrium aſſumpta, a: fiat y, ſeu $IB = \int (x^n dx : \sqrt{(a^{2n} - x^{2n})})$ erit punctum B in quadam curva ABD, quæ deſideratam habet conditionem BO: BC = 1 : *n*. Quod ſi jam mutetur a eaque major minorve ſumatur, prodibit alia ABD a priori diverſa eamdem conditionem habens: Et ſic infinitæ conſtruentur curvæ optatæ. *Quod erat faciendum pro primo.*

2°. Fiat nova Curva AH habens (nominatis abſciſſis AM, Z:) applicatis $MH = a^n : z^n \sqrt{(a^{2n} - z^{2n})}$ ubi a denotat eamdem arbitrariam, quæ aſſumta eſt pro curva ABD. In hac nova curva AH, fiat area AHM æqualis magnitudini arbitrariæ conſtanti C: ſecabit HM producta curvam ABD in puncto N quod erit in aliqua ex trajectoriis quæſitis ENF: mutata jam C, aliæ orientur trajectoriæ. *Quod erat faciendum pro altero.*

Notetur ſi $n = +1 : (2p+1)$ aut $= -1 : 2p$, erunt curvæ omnes ABD, ut & omnes ENF algebraïcæ (intelligo per p quemvis numerum integrum & poſitivum). Si verò $n = +1 : 2p$, utrarumque conſtructiones dependent a quadratura Circuli. Et tandem ſi $n = -1 : (2p+1)$ dependent a quadratura Hyperbolæ.

Contructio interna horologii turbinatorii in nihilo alio differre poteſt a communi, quam in applicatione ſolius rotæ proximæ quæ axem penduli turbinantis ſine reciprocatione movere debet gyratione continua. HUGENIUS aſſerit hujus generis horologia plura, nec ſine ſucceſſu, conſtructa fuiſſe. Habent, ut probe animadvertis, hoc commodi, quod careant ictibus illis repetitis, qui ægre obdormiſcentibus moleſti ſunt. Motus enim turbinationis,

tionis, ut facile conjicio ſine ſtrepitu peragitur. . . . . .
. . . . . Vale, Vir Illuſtriſſime, & favere perge.

Baſileæ 11. Mart. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De ſua cum NEWTONO *lite, &c.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

OPPORTUNE litteras Tuas accipio, renovata jam lite *Anglicana.* NEWTONUS ipſe, cum videret mihi KEILIUM indignum reſponſione haberi, in arenam deſcendit, litteris ad Dnum *Abbatem* CONTIUM ſcriptis, qui ad me miſit. Ego reſpondi, & verſionem *Anglicæ* NEWTONI Epiſtolæ, cum reſponſione mea, ad Dnum REMONDUM miſi *Pariſios*, *Abbati* CONTIO tranſmittendam, & amicis *Pariſinis* oſtendendam. Ex *Gallia* Tibi omnia communicabuntur, miraberis tam levibus argumentis actum. Potiſſimum eſt me aliquoties ipſi inventum conceſſiſſe, ergo nunc ſalvo candore negare non poſſe. Reſpondeo me tantam de ipſius candore tunc opinionem, habuiſſe, ut quidvis affirmanti facile crediderim, nunc dum accuſationi contra me 1716. April.

1716. April. me connivet, imo accedit, quam falſam novit, dubitare de ejus ſinceritate coactum. Epiſtolam quam Tuam eſſe ſcit, ait a Mathematico vel Mathematicum affectante ſcriptam, (*par un Mathématicien ou prétendu Mathématicien*) quaſi merita Tua ignoret. Totam chartam cui Epiſtola Tua inſerta eſt, vocat diffamatoriam, quaſi magis famam lædat quam addita *Commercio Epiſtolico*.

Dominus ARNOLDUS mihi ſcripſit, KEILIUM in novo quodam *Tranſactionum* loco contendere Te quoque ignorare Calculum differentialem; ſed homo indignus eſt cui reſpondeatur.

Cæterum CONTIUS, qui ad partes novorum amicorum *non-nihil* accedere videtur, ſcribit *Anglos* facile ſolviſſe Problema *duarum Serierum curvarum invicem perpendicularium*; MOIVREUM enim, præter alios, ſcilicet ut figeret ideas, rem reduxiſſe ad ſubtangentem, verba CONTII ſunt, *il faut ſuppoſer la même ſoutangente par la même abſciſſe*, quæ non ſatis intelligo. Quidquid vero ſit, hoc non eſt ſolvere Problema, ſed ejus caſum. Problema ipſum jam in *Actis Lipſienſibus* propoſuimus, Maio anni 1697, pag. 211, & cum FATIUS inſurrexiſſet, Maii 1700. pag. 204. Commodum autem evenit, ut exemplum a Te acceperim, quo non ita facile ſolutum iri judicas; nihil potuit fieri accommodatius. Id nunc CONTIO mittam, ut habeant in quo ideas figant, tantiſper dum ſolutionem generalem inveniant. Interim Domini Filii Tui ſolutionem elegantem caſus Hyperbolici vel Elliptici ad Dnum WOLFIUM miſi, ut *Actis Eruditorum Lipſienſibus* inſeri (1) curet.

Operæ pretium erit inquiri apud amicos *Pariſiis* vel in *Italia*, an ibi extent horologia turbinatoria: mereretur enim eorum conſtructio exacte cognoſci. . . . . .

. . . . . .

Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 13. Aprilis 1716.

Deditiſſimus.

(1) 1716. Maj. pag. 226.

G. GUILELMUS LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXXXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De speciali Problematis Trajectoriarum solutione, alteroque vicissim a TAYLORO *proposito. De* NEWTONO & KEILIO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

BENE se habet, quod NEWTONUS ipse tandem in arenam descenderit. pugnaturus sub proprio suo nomine, & sepo- 1716. Maii.
sita larva . . . . . Quidquid sit, spero nunc veritatem historicam melius detectum iri; siquidem NEWTONUS, pro suo, quem habere suppono & confido, candore, res gestas fideliter enarrabit, eorumque quæ a Te producentur, veritatem publice agnoscet.

Ex *Gallia* nihil aliud intellexi, nisi quod a Domino MONTMORTIO [Fratre ni fallor REMONDI qui Tecum in Commercio est] Agnatus meus litteras accepit, in quibus aliquid de ea re commemorat confirmatque idem quod de CONTIO habes, qui nimirum perscripsit *Anglos* Exemplum Hyperbolarum ad angulos rectos secandarum solvisse; quod equidem non miror, quia exemplum facillimum & a Filio quoque meo solutum. Addit vero *Anglos* jactare generalem solutionem Problematis, sed dubito solutionem fore talem qualem desideramus. Nam si per *solvere* intelligant exhibere utcunque aliquam æquationem differentialem ex indeterminatis invicem permixtis complicatam, eorum solutio non erit perfecta; quia nulla constructio inde deduci potest, concessis licet figurarum quadraturis. Ideoque, cum forte,

1716. Maii. pro ſolutione Exempli poſtremo a me tranſmiſſi, dederint aliquam æquationem in qua indeterminatas cum ſuis differentialibus ſibi mutuo intricatas obſervaveris; nullo modo acquieſcendum erit, ſed inſiſtendum & urgendum, ut quod ſupereſt abſolvant, ſeparentque a ſe invicem indeterminatas, ſine quo gloriari non queunt ſe ſolviſſe Exemplum hoc: eſt enim ex eorum numero, ubi ſeparatio ita ſuccedit, ſi rite tractentur, ſed hic ſingulari quadam arte opus eſt. TAYLORUM, ſubjungit MONTMORTIUS, etiam ſolviſſe prius exemplum Hyperbolarum, tum etiam jactaſſe, ſe quoque habere Exempla quædam, quæ Tibi viciſſim propoſiturus ſit, refertque unum a TAYLORO perſcriptum, quod *hoc eſt: Determinare Trajectorias normaliter ſecantes curvas quibus reſpondet hæc æquatio* $z\,z\,d\,dx = 2\,x\,d\,z^2$, *in qua ſupponitur* dz *conſtans; & definire naturam harum curvarum, quibus iſta æquatio reſpondet.* Poſt brevem applicationem ſolvi hoc Problema, & poſtea etiam ſolvit Agnatus meus, amboque invenimus quod triplex curvarum ſpecies ſatisfaciat æquationi iſti $z\,z\,ddx = 2x\,dz^2$, nempe Parabolas, Hyperbolas, & Curvas quaſdam *quæ ſunt trium* dimenſionum. Quod ſi nunc Parabolæ illæ normaliter ſunt ſecandæ, erit Trajectoria aliqua Ellipſis: ſi vero Hyperbolæ illæ, habebimus pro Trajectoriis, alias Hyperbolas prioribus ſimiles & concentricas; ſi Curvæ illæ trium dimenſionum ſint ſecandæ, erit etiam Trajectoria altioris ordinis: ſic itaque pars poſterior Problematis triplicem ſolutionem admittit: prior vero etiam triplicem, niſi per conditionem aliquam, qualem TAYLORUS addit [quam vero non ſatis intelligo] reſtringatur ad unam aliquam ſimplicem.

Miror quomodo NEWTONUS ſcire potuerit me auctorem eſſe Epiſtolæ illius, quam inſeri curaſti chartæ illi contra NEWTONUM publicatæ (1); cum tamen nemo mortalium ſciverit me illam ſcripſiſſe, niſi Tu ad quem ſcripta eſt, & ego a quo ſcripta eſt. Fortaſſis autem expreſſio iſta, *par un Mathématicien ou prétendu Mathématicien*, alium habet ſenſum quam putas: poteſt enim etiam ita ſumi, quaſi NEWTONUS crediderit, Epiſtolam iſtam eſſe ſuppoſititiam & tanquam a Mathematico quodam conficto,

(1) *Scivit ex ipſo* LEIBNITIO *ad* BOTHMARUM *ſcribente.*

fictо, exaratam, revera tamen ab ipso Auctore chartæ inventam & intrusam; quod si rem ita sumas, videbis *par un prétendu Mathématicien* intelligendum esse Mathematicum confictum & nunquam, existentem. Vellem ARNOLDUS locum indicasset in *Transactionibus*, ubi KEILIUS dicit me quoque ignorare Calculum differentialem: interim parum me moveret quod KEILIUS ex ira furiosius contra me deblaterat; etsi crederem verum esse quod ARNOLDUS retulit, sed cum nec ex *Gallia*, nec aliunde simile quid audiverim, ARNOLDUS forte deceptus est, eo quod intellexerit KEILIUM alicubi dicere me usum Serierum convergentium NEWTONI non satis intelligere. Alias enim KEILIUS, si me dicere vellet Calculi differentialis ignarum, sibimet ipsi turpiter contradiceret, quippe qui in *Diario Gallico Hagiensi*, ubi contra Chartam illam, de qua supra, disputans ad me provocat tanquam ad Judicem idoneum & Calculi differentialis callentissimum, quique adeo quam-optime decidere possim annon Problema illud; *Data area curvæ invenire ejus applicatam* [quod NEWTONUS jam dudum solverit], idem sit quam hoc, *Datæ quantitatis invenire differentialem.* Præterea alia in me cumulat Elogia; quæ omnia ejus sunt naturæ, ut me necessario Calculi differentialis peritissimum crediderit; adeo ut vel calumniator, vel mente captus censendus esset, si nunc contrarium diceret. . . . . Vale & Fave. 1716. Mai.

Basileæ a. d. 20. Maii. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

P. S. Scripsi ad Filium *Venetias*, ut de Horologiis turbinatoriis inquirat. . . . . .

EPISTOLA CCXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Problemate Trajectoriarum. De TAYLORI *Methodo incrementorum. De ſua cum* CLARKIO *controverſia. De Horologio turbinatorio.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

1716. Jun. SOLUTIONEM Trajectoriarum perpendicularium ad Hyperbolas Domini Filii Tui reperies in *Actis Lipſienſibus* (1). Adjectum eſt, inſervire ad intellectum Problematis generalis, quod *ad* explicandos progreſſus in Calculo infinitesimali inſervire poſſit. Equidem dictum non eſt, per ſe tamen intelligitur, in generali illo ſaltem efficiendum eſſe, ut res reducatur ad æquationem *differentialem* primi gradus, & in ſpecialibus reducendam rem ad quadraturas, quoties per notas hactenus artes licet.

Miſi CONTIO Problema Tuum ſpeciale, & videbimus quid TAYLORUS, vel alii, in eo ſint præſtituri.

Accepi TAYLORI *Methodum*, quam vocat, *incrementorum* (2). Eſt applicatio Calculi differentialis & integralis ad numeros, vel potius ad magnitudines generales. Ita *Angli* equos, ut in Proverbio eſt, adjungunt poſt currum. Ego incepi Calculum differentialem a numerorum Seriebus, eoque utiliter uſus ſum ad ſummas Serierum numericarum, & poſtea animadvertens in Geometria differentias, & ſummas dare quadraturas, & multa ob incomparabilitatem evaneſcere in lineis, via naturali perveni a Calculo generali ad ſpecialem geometricum ſeu infinitesimalem. Iſti contra procedunt; nempe quod veram inveniendi methodum non habuerunt. In toto ſuo Libello

(1) 1716. Maj. pag. 226.

(2) *Methodus incrementorum directa & inverſa, Auctore Brook* TAYLOR &c. Lond. 1715. 4°.

bello neminem citat nisi Newtonum. Scriptus est satis obscure, 1716.
& cum ad usum venit, suarumque artium specimen exhibere vult, Jun.
vix habet nisi jam dicta. . . . . .

. . . . . .

Serram etiam Philosophicam nunc cum Newtono, vel quod eodem redit, cum ejus Hyperaspita Clarkio Regis Eleemosynario me reciprocare fortasse jam intellexeris (1). Scis Keilium & Præfatorem (2) novæ Editionis *Principiorum* Newtoni etiam Philosophiam meam pungere voluisse. Itaque scripseram ego forte Sereniss. Principi Regiæ *Walliæ*, pro excellenti ingenio suo harum rerum non incuriosæ, degenerare nonnihil apud *Anglos* Philosophiam, vel potius Theologiam Naturalem. Lockium & similes dubitare de immaterialitate animæ; Newtonum Deo tribuere sensorium, quasi spatio tanquam organo sensationis opus habeat; inde alicui in mentem venire posse, quasi non sit nisi anima mundi secundum veteres Stoïcos. Eumdem Auctorem Dei Sapientiæ & perfectionibus derogare, dum velit Mundum esse Machinam non minus imperfectam quam horologia nostrorum artificum, quæ sæpe retendi debent, aut alias corrigi; ita Machinam Mundi, secundum Newtonum & asseclas, correctione quadam extraordinaria subinde indigere, quod parum sit dignum Deo Auctore. Mea sententia Deum omnia tam sapienter ab initio constituisse, ut correctione non sit opus, quæ imprudentiam arguat. Sereniss. Princeps *Walliæ* excerpta hujus Epistolæ Clarkio communicavit. Is scriptum contra Anglico sermone ipsi dedit, quod illa ad me misit, respondi, replicavit; duplicavi, triplicavit; ego novissime quadruplicavi, seu ad tertium ejus scriptum respondi. Inter alia improbat formulam a me in *Theodicæa* usurpatam, quod Deus sit *Intelligentia supramundana*, tanquam a me a mundi gubernatione excludatur. Ego quæsivi an ergo velit Deum nihil aliud esse quam *Intelligentiam mundanam*, seu ani-

 mam

(1) Videatur *Recueil de diverses piéces sur la Philosophie, la Religion naturelle, l'Histoire, les Mathématiques, &c. par Mrs.* Leibnitz, Clarke, Newton *&c. Amst.* 1720. 12°.

(2) Rogerum Cotesium *Profess. Cantabrig.*

1716. Jun. mam mundi? Male excuſat doctrinam *Newtonianam* de ſpontanea virium activarum diminutione & tandem ceſſatione in mundo, niſi a Deo reparentur. Ex quo intelligitur NEWTONUM ejuſque aſſeclas veram ſcientiam rei dynamicæ nondum habere. Ex noſtris enim principiis ſemper ſervatur eadem quantitas virium. Male etiam excuſat phraſin *Newtonianam* de ſpatio ſenſorio Dei. Et quia ſpatium hodie eſt Idolum *Anglorum*; ego ipſi oſtendo ſpatium non eſſe aliquid reale abſolutum, non magis quam tempus, ſed ordinem quemdam generalem coexiſtendi, uti tempus eſt ordo exiſtendi ſucceſſive. Itaque eſſe aliquid ideale, quod ſi creaturæ tollerentur, non futurum eſſet, niſi in ideis Dei. Oſtendi etiam ſecundum NEWTONUM crebris miraculis ad ſuſtentandum naturæ cenſum opus eſſe, & ex CLARKII excuſationibus deprehendo ipſum non habere bonam notionem miraculi. Ipſi enim miracula tantum ſecundum nos a naturalibus differre videntur, tanquam minus uſitata: ſed ſecundum Theologos & veritatem, miracula [ſaltem ea quæ ſunt ſuperioris ordinis, velut creare, annihilare] tranſcendunt omnes naturæ creatæ vires. Itaque quidquid ex naturis rerum inexplicabile eſt, quemadmodum attractio generalis materiæ *Newtoniana*, aliaque ejuſmodi, vel miraculoſum eſt, vel abſurdum. Fortaſſe non-nihil adhuc continuabitur noſtra collatio, in qua abſunt quæ offendere poſſint, & videbo quo res ſit evaſura. Hujuſmodi enim collationes mihi ludus jocuſque ſunt, quia in Philoſophia.

Omnia præcepi atque animo mecum ante peregi.

. . . . . .

. . . . . .

Gratum erit aliquando intelligere, tibi innotuiſſe ſtructuram Horologiorum turbinatoriorum jam uſitatorum: ni fallor olim *Romæ* CAMPANUS, [Frater ejus qui vitris terendis excellebat] talia parabat. Quod ſupereſt Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 7. Junii 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Taylorо. *De ipsius cum* Clarkio *disceptatione. De Agnati sui ad* Patavinam *Professionem vocatione.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

NONDUM vidi *Acta Lipsiensia*, in quibus dicis extare solutionem Filii mei Trajectoriarum perpendicularium ad Hyperbolas: etenim, non nisi semel tantum singulis annis, quod de istis *Actis* prodiit, accipio; nimirum Mercator ex nostratibus, qui frequentant Nundinas *Lipsienses* Maiales, *Actorum* fasciculum pro me mercibus suis huc advehendis adjungit. Postremum vero, quod miror, nondum accepi, ita ut quid inde ab anno in *Actis* proditum sit, nesciam. 1716. Jul.

Taylori Librum (1) pariter nondum vidi: Montmortius ab aliquo jam tempore promisit, se duo ejus exemplaria nobis transmissurum; sed forsan occasionem mittendi nondum habuit. Facile credo Taylorum neminem citare, nisi Newtonum; hoc enim multis *Anglis* in more est, ut omnia invideant cæteris, vel omnia ad se, vel ad suos derivent. Sic Taylorus Theoriam meam de Centro oscillationis pene totam, ut scribit Cl. Hermannus, ex *Actis Lipsiensibus* desumsit; eamque, ne plagium esset nimis manifestum, obscuritatis quodam peplo ita involvit, ut fere inintelligibilis sit; quam tamen clarissime exposui.

Ais quod suarum artium specimen exhibere volens, vix habeat nisi jam dicta, quodque totus Liber scriptus sit satis obscure; hoc ego non miror..... sed hoc maxime..... quod dum *Angli* illi..... sunt..... plagiarii, eo temeritatis

(1) *Methodum incrementorum directam & inversam.*

1716. Jul. tatis procedant, ut aliis hoc vitium exprobrare audeant; *Quis tuleris Gracchos*, &c. . . . . .

De Diſceptatione Philoſophica, quæ tibi eſt cum CLARKIO, nihil ante intellexeram. Ex iis quæ refers video nihil tam abſurdum proferri poſſe a NEWTONO, quod inter *Anglos* non inveniat Patronos ac Defenſores ſuos. . . . . .

. . . . . .

Hinc dubito, utrum hoc tantum ab ipſis ſis conſecuturus, ut agnoſcant NEWTONUM errare poſſe, aut omnino aliqua in re erraſſe. Mihi quoque dudum abſona viſa eſt ejus doctrina de ſpontanea virium diminutione & tandem ceſſatione in mundo: ſiquidem *per ſe* clariſſimum mihi apparet nullam vim deſtrui, quæ *non ſimul effectum* edat ſibi æquivalentem; quia nihil tendit ad ſui annihilationem: effectus autem nihil eſt aliud quam vis ipſa efficienti ſubſtituta, ita ut eamdem virium quantitatem ſervari neceſſe ſit. *Dicit* NEWTONUS alicubi in *Principiis Philoſophiæ Naturalis* (1), Vortices cæleſtes CARTESII ideo admitti non poſſe, quia, ob partium ſuarum attritionem & frictionem, tandem a motu ceſſarent: ſed jam ſibi ipſi contradicit. Si enim, ſecundum ipſum, *jactura virium* in Mundo reparari a Deo, & tota Machina mundana ſubinde quaſi retendi debet; annon & idem CARTESIUS in Vorticum ſuorum defenſionem reponere poſſet; quod nempe, ſi vel maxime per attritionem partium in motu retardarentur, Deus tamen decrementum motus reſarcire poſſit, eos quandoque per novam impulſionem in priſtinam celeritatem incitando.

Significavit nuper Dominus MICHELOTTUS, Moderatores Archilycæi *Patavini* tandem decreviſſe, ut Agnatus meus ad docendam Matheſin invitetur, & nihil aliud ſupereſſe quam ut Decretum ſuum Senatui proponant, ad ejus confirmationem & ratificationem habendam: Monet ut ſe ad iter præparet & inſtruat, quo ſub initium proximi Novembris, Lectiones ſuas publicas *Patavii* inchoare queat. Interim, quod miror, ſolemnes litteræ Vocationis nondum tranſmiſſæ huc ſunt, etſi jam ante ſeſquimenſem fere

MICHE-

(1) *Imo potius in* Optica Quæſt. 31.

MICHELOTTUS perſcripſerit Moderatorum Decretum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Baſileæ a. d. 14. Julii 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo.

J. BERNOULLI.

P. S. Hiſce jam ſcriptis accipio faſciculum *Actorum Lipſienſium*, in quibus video Filii mei ſolutionem Problematis Trajectoriarum Hyperbolarum. Adjecit Dominus MENKENIUS Lexicon Mathematicum Cl. WOLFII, & *Nova* ſua *litteraria* Germanica, quæ omnia legam per otium.

EPISTOLA CCXXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Gratulatur ipſius Agnato. De HERMANNI *Solutione Problematis Trajectoriarum. De* Ruſſorum *Monarcha*, & SCHEUCHZERO.

Vir Nobiliſſime & Celeberrime!

GRATULOR Domino Nepoti Tuo rem apud *Venetos* confectam, quemadmodum ex amici noſtri *Veneti* litteris intellexi. Quibus conditionibus, & in quot annos pactum ſit, diſcere gratum erit. Deum precor ut res pulchre ſuccedat ipſius commodo & publico. 1716. Jul.

Dnus HERMANNUS ſcripſit ad Dnum WOLFIUM, Problema illud de ductu perpendicularium ad Seriem curvarum non videri tam difficile. Ecce Methodum qua ſolvi poſſe ſcribit, quam

1716. Jul. ex litteris ejus a Dno WOLFIO tranſcriptam Tibi mitto, petoque ut eam examinare velis.

„ Lineam rectam, quæ in una eademque linea curva conſtans „ eſt, ſed variabilis variata curva, vocabo *Modulum*. Differentie„ tur curvæ datæ æquatio, ſumto etiam Modulo pro quantitate „ variabili, & eadem æquatio adhuc ſemel differentietur, ſed ita „ tamen ut x velut conſtans tractetur, & pro Elemento ipſius y „ ponatur $\delta y = (dx\,dx + dy\,dy) : dy$. Ope duarum ejuſ„ modi æquationum eliminari poteſt Modulus, ejuſque Elementum, „ adeo ut habeatur æquatio ad curvam omnes datas ad angulos „ rectos trajicientem. Hæc ſolutio generaliſſima eſt, ſed exemplo „ BERNOULLII junioris illam illuſtrare placet.

„ Eſto æquatio Hyperbolarum $y = b\sqrt{(xx - aa)} : a$ in „ qua x ſunt abſciſſæ a centro, y applicatæ, a ſemilatus tranſver„ ſum, & b ſemiaxis conjugatus, quem pro modulo accipere opor„ tet. Ergo æquationem logarithmice exprimendo, erit $ly = lb$ „ $+ l\sqrt{(xx - aa)} - la$, & ſumta x pro conſtante, & diffe„ rentiando fiet $\delta y : y = db : b$, ſed per regulam eſt $\delta y = (dx\,dn$ „ $+ dy\,dy) : dy$. Ergo etiam $db : b (= \delta y : y) = (dx\,dx$ „ $+ y\,dy) : y\,dy$; qui valor ſubſtitutus in præcedenti $dy : y$ „ $= db : b + x\,dx : (xx - aa)$ dat $dy\,dy : y\,dy = (dx\,dx$ „ $+ dy\,y) : y\,dy + x\,dx : (xx - aa)$, vel $- dx : y\,dy$ „ $= x : (xx - aa)$, ſeu $aa\,dx - xx\,dx = xy\,dy$. id eſt „ $aa\,dx : x - x\,dx - y\,dy$, quæ eſt æquatio quam BER„ NOULLIUS invenit in *Actis*.

Hæc Dnus HERMANNUS, quæ ſi recte ſe habent, non erunt ſpernenda; eximent enim nos a neceſſitate adhibendi differentiationem meam extraordinariam, quæ tamen alibi uſus ſuos retinebit. Eam ſuſpicor nec Dno HERMANNO nec *Italo* illi vitilitigatori a Te fuiſſe communicatam.

Ego pene integro octiduo in acidulis *Pirmontanis* magni *Ruſſorum* Monarchæ aſſeclam egi; & quanto magis hujus Principis indolem perſpicio, tanto eam magis admiror.

Male factum eſt, quod *Tigurina* Reſpublica ei SCHEUCHZEROS non ſaltem in aliquot annos indulſit. Id Reipublicæ *Tiguri-*

ni

næ honorificum, SCHEUCHZERIS autem & Reipublicæ litterariæ utile futurum fuiſſet. A Dnis SCHEUCHZERIS ab eo inde tempore nihil amplius intellexi aut accepi.

Cum acidulas bibere Monarcha decreviſſet, ſanguinem miſit: miſere & alii ex Comitatu, quibus idem bibendi conſilium, & inter alios ſacerdos *Ruſſus*, quem unum ſecum habet. Hujus ſanguis erat omnium peſſimus, ſubalbidus craſſuſque. Tranſacto bibendi tempore, Princeps, ut eſt ingenioſus, experimentum profectus ex aquis ſumere decrevit; ſacerdotique iterum venam pertundi juſſit. Allatus eſt ſanguis emendatiſſimus, floridus utique & qualem a ſaniſſimo homine expectares; affui ipſe cum afferretur. Applauſit Princeps non immerito; nam vix eſt ut ſoli diætæ tam brevis temporis tam inſignis mutatio adſcribatur. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 26. Julii 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CCXXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

De Profeſſione Patavina. *De* HERMANNI *ſolutione Problematis Trajectoriarum. De* VERZALIA. *De* TAYLORI *Methodo incrementorum.*

Vir Ampliſſime ac Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

DE conditionibus futuræ Vocationis *Patavinæ* nihil adhuc nobis conſtat; nec in quot annos ſe adſtringere debeat Agnatus, hactenus eſt pactum. Interim Cl. MICHELOTTUS de negotio iſto ſcribit, tanquam confecto, jubetque nos ſecuros eſſe de vocatione 1716. Auguſt.

1716. Auguſt. certo & infallibiliter forteque brevi ſubſecutura: nihil enim aliud ſupereſſe quam ratificationem Moderatorum Decreti in Senatu peragendam: Decretum autem ipſum nondum fuiſſe propoſitum, propter *Turcicum* bellum, in quod Senatus jam omnes ſuas cogitationes vertat: Expectandum itaque eſſe momentum, quo Senatus de rebus aliis tranquillius deliberare poſſit. Speramus fore ut, accepto nuntio de *Turcarum* graviſſima clade in *Hungaria*, *Veneti*..... ..... animum reſumant.

Facile crediderim HERMANNO difficile non videri [ſaltem *in* ea qua ſumpſit extenſione] Problema de ductu perpendicularium ad Seriem curvarum. Miror namque, quod non perceperis *methodum*, qua ſolvi poſſe ſcripſit, eſſe Tuam ipſiſſimam, *quam*, *ante* complures annos, in litteris Tuis (1), poſtquam Tibi meam aperuiſſem, mecum viciſſim communicaſti; ego vero publicavi, excerptum ex Epiſtola Tua ad *Acta Lipſienſia* mittens. Vid. *Acta Lipſienſia* Anno 1698, pag. 471 (2). HERMANNUS, qui..... ..... habet feliciſſimam memoriam revocandi ea quæ diu ante in Libris legit, rem iſtam ſuam facere volens, *habitu* nonnihil mutato, aliis obtrudit. Si locum citatum *conferas*, *videbis* facillime potiſſimam diverſitatem in eo conſiſtere, ut HERMANNUS vocet *modulum*, quod Tu vocabas *conſtantem ſed variabilem b*; ego vero *Lineam locum parametri variabilis* habentem. Fallitur autem HERMANNUS, quando putat methodum hanc, ſive Tuam, ſive ſuam tam facile ad omnia exempla applicari poſſe. Si pro curvis tranſcendentibus tentare voluiſſet ſolutionem, obſervare potuiſſet mirum quantum adhuc deeſſe, quominus iſta methodus ſuccedat. Aliquid profecto in caſu tranſcendentium deprehendo, quod & mihi etiamnum remoram injicit, facitque, ut nondum plenariam ſolutionem, talem qualem optarem, inveniſſe me jactare poſſim, ſaltem in quibuſdam tranſcendentium generibus; nam in permultis aliis res mihi perpulchre ſuccedit. Non bene memini, num aperuerim HERMANNO differentiationem extraordinariam; videtur tamen probabile, ob frequentem, quam habuimus, de

(1) Epiſt. VI.
(2) *Opp. Bernoull.* Tom. I. N°. LII. pag. 267. 268.

de his rebus ſermocinandi occaſionem. Ut enim minime ſum myſ- 1716.
terioſus, ita liberaliſſimus ſemper fui, præſertim erga HERMANNUM Auguſt.
in communicando, quamvis ille ſubinde ita ſe gerat, ut meæ facilitatis me pœnitere poſſit. Quod ad VERZALIAM attinet, meum quondam . . . . . hoſpitem & diſcipulum, fateor illum hinc diſceſſiſſe onuſtum ſpoliis noſtris ſecretiſſimis . . . . . De eo nuper ſcripſit MICHELOTTUS, quod Libellum contra HERMANNUM ediderit injuriis plenum; in quo Te quoque, non minus ac alios Mathematicos, quos ultramontanos vocat, fugillet, & quidem hiſce verbis. *Si* Italia *non produxiſſet ſuos* GALILÆOS, *ſuos* BORELLOS, *ſuos* CAVALLERIOS; *Ultramontani nullos vidiſſent* WALLISIOS, NEWTONOS, LEIBNITZIOS. Sed non meretur, ut ipſi reſpondeatur.

Accepi tandem TAYLORI Libellum. Quid, bone Deus! Sibi vult ſcriptor, ſua affectata iſta caligine, qua involvit res quoque ſua natura clariſſimas? Haud dubie, ut tegat ſui furandi ſtudium: quantum enim capio, quantum ſapio, nihil niſi res noſtras nobis ſurreptas ibi obſervo, per denſiſſimam obſcuritatis nebulam. Quæ de Iſoperimetris habet, *Fratri* meo debentur; quæ de Catenariis, Velariis, Linteis liquore plenis &c. tradit, a me habet. Et, quod noviſſimum eſt plagium, ſub finem Libelli proponit methodum determinandi Centrum oſcillationis in Pendulis compoſitis, quæ tota deſumta eſt ex nova mea Theoria *Actis Lipſienſibus* 1714 (1) inſerta. Atque hæc omnia ita profert ſcriptor, quaſi ex propria penu deprompſiſſet. Nemo interim ex *Anglis*, juſti verique vindicibus, reperitur, qui contra hunc plagiarium clamitet; nemo qui nobis quod noſtrum eſt tribuat: ſilet KEILIUS, ubi videt a ſuis peccari, præſertim cum nec ipſe ab hoc peccato ſit immunis.

Argentorato nuper accepi, fortaſſe Tuo dono, exemplum *Theodiceæ*: pro eo itaque gratias ago. Legam quam primum vacaverit: ſpero me multa egregia & utilia in hoc Libro inventurum. Interim Vale & Favere perge.

Baſileæ a. d. 22. Auguſti 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiſſimo. J. BERNOULLI.

(1) *Menſ. Jun.* p. 257. Vel *Opp.* Tom. II. N°. XCVI. p. 168.

EPISTOLA CCXXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De NEWTONI *solutione Problematis Trajectoriarum. De sua cum* CLARKIO *disceptatione. De Mathematicis* Italis. *De* TAYLORI *Methodo incrementorum. Varia.*

Vir Nobilissime & Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1716. Octob. EXPECTAVI quid parituri essent *Angli*: nunc ergo Dnus WOLFIUS mihi, quæ in Scheda adjecta vides, scripsit misitque. An Methodus solvendi in *Transactionibus* (1) illorum sit sufficiens, nemo Te melius judicaverit. Itaque judicium de ea Tuum expecto: mihi enim in tantis distractionibus nunc vix possibile est talia discutere, ut par est. Interim suspectum est quod non adjecere solutionem Problematis specialis a Te propositi, & a me transmissi, & forte a Te quoque per MONMORTIUM: cum Tu speciale ipsorum solvisses (2), illis communicati. Sed quidquid sit, imperfecta videtur *Anglorum* solutio, cum recurrat ad differentias secundi gradus in re præstabili per primas.

Etiam mihi *Venetiis* scribitur negotium Domini Cognati tui *Nicolai* BERNOULLII esse confectum, de quo gaudeo.

Gratum mihi valde erit, habere judicium tuum de variis in *Theodicæa* mea contentis.

CLARKIUM videor mihi reduxisse ad absurdum. Coactus enim est mihi in effectu negare hanc Propositionem, *Nihil existere, evenire, locum habere, cujus non detur sufficiens ratio cur sit potius vel non sit, aut cur sic potius quam aliter sit.* Nam

(1) N°. 347. *Vid. & Opp.* BERNOULLII Tom. II. N°. CV. p. 273.
(2) *Vid. Epist.* CCXXX.

Nam coactus est recurrere ad meram, ut vocat, Dei voluntatem nulla ratione, nullo motivo nixam, quod mihi absurdum, & Divinæ Sapientiæ, pariter ac rerum naturæ contrarium videtur. Nam cum scias *Anglos* ex spatio facere aliquod absolutum ac reale, vacuum etiam admittere, ostendo, admissa absoluta realitate spatii, cum id ubique sit uniforme, impossibile esse dari rationem cur res Deus in hac potius quam alia parte spatii, aut hoc potius quam inverso situ locet. Mihi vero spatium nihil aliud est quam ordo coexistendi, adeoque sublatis rebus nullum est, & eodem manente rerum omnium situ, idem. Videtur & in aliis vadimonium deseruisse CLARKIUS. Expecto adhuc responsionem ad noviſſimam meam scripturam, quæ videbo an replicationem a me mereatur. Omnia finito certamine edentur. Sed cum per manus eant Sereniſſimæ Principis *Walliæ*, ejus id venia fiet. 1716. Octob.

Rectissime faciet Dominus HERMANNUS, si VERZALIAM omittat: generatim enim illis non respondendum censeo, qui a Legibus honestæ disputationis recedunt.

GALILÆUM merito extollit VERZALIA, qui certe ad Phoronomica aliis viam aperuit. Sed CAVALLERIO multum adeo tribui posse non arbitror. Et notatum jam est a GULDINO, aliisque KEPLERUM in libro *de Dolio Austriaco* ipsi CAVALLERIO ad hanc Geometriam, quam indivisibilium vocat, viam aperuisse. In BORELLO multum diligentiæ agnosco, ingenio mediocri fuisse videtur.

Facile judicabam TAYLORI vel SARTORII *Angli* Librum Tibi parum fuisse satisfacturum. Hujusmodi scriptor mihi haud satis aptus videtur ad obeundum officium Secretarii Societatis Regiæ; quod postularet hominem minus fortasse mathematicum, sed magis clarum, factumque ad Commercia litteraria.

Dominus MONMORTIUS significavit mihi se litteras prolixas ad hunc SARTORIUM parare, contra hodierna *Anglorum*

1716. Octob. *rum* Philoſophemata (1). Et jure meritoque fictitias illorum attractiones aliaque ejuſmodi ἄρρητα impugnabit.

Diu nihil a Dno *Abbate* VARIGNONIO intellexi, ut verear ne adverſa valetudine utatur: quemadmodum ſuperiori tempore factum ad me ſcripſit.

PARENTIUS quædam in *Trevultianis*, ſi bene memini, contra Tua nautica edidit (2).

Dominus *Bernardus* TREVISANUS Nobilis *Venetus* parat opus de Lacunis *Venetis* & remediis quibus caventur, ne obreneſcant. Argumentum eſt nobile, & Reipublicæ cura dignum. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 23. Octobris 1716.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) Habetur illa in *Europe Savante* 1718. Octob. pag. 209.
(2) Vid. Epiſt. CCXIX.

EPISTO-

EPISTOLA CCXXXVII.

NICOL. BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad præcedentem.

Nunciat ſuum diſceſſum Patavium, *& gratias agit. Problematis a* TAYLORO *propoſiti ſolutio. De ſolutione Problematis Trajectoriarum. De* TAYLORI *methodo incrementorum.*

Vir Perilluſtris ac Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

DIu nimis diſtuli, quam nunc demum perſolvo, debitam gratiarum actionem pro eo quod, Tua præſertim cura ac indefinenti exhortatione, negotium *Patavinum* ex voto tandem confectum ſit. Excel. Dominus *Comes* SCHULLEMBURGIUS negotium hoc, a Te ſibi commendatum, ſi non conſiliis ſuis, quod fortę ob gravioris momenti curas non potuit, intrepida ſaltem & forti inſulæ Corcyræ defenſione haud parum promovit; ſiquidem Inſulæ hujus liberationem mox ſecuta eſt, quam antea ſperare vix licebat, electionis meæ ad Cathedram mathematicam a Dominis Reformatoribus ante aliquot menſes factæ confirmatio; de qua miſſo Senatus-Conſulti hac de re facti Apographo, nuper me certiorem fecit MICHELOTTUS noſter. Proficiſcar igitur, bono cum Deo, intra paucos dies, ut Provinciam demandatam, durante adhuc menſe Novembri, vel initio Decembris auſpicari queam. Det Deus ut Profeſſione iſta in ſui honorem & rei litterariæ, præcipue mathematicæ, commodum defungar, & ut ſpem & promiſſa de me Tua ita non fallam, ut de Patrocinio & favore Tuo, quem hactenus mihi ſummopere gratulatus ſum, nec poſthac dubitandi locum habeam. Vale & fave

1716 Octob.

Perilluſtris N. T.

Cultori Indefeſſo
Nicolao BERNOULLI.

Baſileæ a. d. 24. Octob. 1716.

1716 Octob. P. S. Dominum TAYLORUM *Anglum*, occaſione problematis Tui de ducendis trajectoriis, Te ad certamen provocaſſe Problemate, cujus ſolutionem mox invenimus, ex Patrui mei litteris intellexiſti. Forte non ingratum erit, ſi hic apponam propria ipſius TAYLORI verba ad Dnum. MONTMORTIUM ſcripta. *If Mr.* LEIBNITZ *delights in Problems, I would propoſe the following one to him, with I can ſolve. 'Tis a particular caſe of his own general Problem, but it tends more to the diſcovery, of a Man's skill in the method of fluxions, then the Problem does, as he has propoſed it.* Problema autem ſequens Domino de MONTMORT propoſuit: *Invenire curvam quæ per datum punctum tranſeat, & ad angulos rectos ſecet Curvas omnes, per aliud punctum tranſeuntes, & expreſſas per æquationem* $zzddx = 2xdz^2$: *nempe* z *fluente uniformiter.* Inveni æquationem integralem huic differentio-differentiali $zzddx = 2xdz^2$ reſpondentem, eſſe iſtam $z^3 = axz + abc$: & proinde curvam iſti æquationi ſatisfacientem eſſe Parabolam, ſi termin. abc deficiat, & Hyperbolam ſi $a = \infty$; & bc ſit quantitas negativa. Trajectoriæ autem pro iſtiuſmodi curvis facile inveniuntur, per Methodum a Te in *Actis Lipſienſibus* olim propoſitam, cum qua ſane coincidit Methodus Dni. HERMANNI, ut & illa qua ego utor, quamque pridem cum Dno. DE MONTMORT communicavi, inſcius vel ſaltem oblitus Te ſimile quid in *Actis* dediſſe. Si x & y ſint coordinatæ trajectoriæ quæſitæ, p linea illa variabilis quæ determinat ſpeciem vel poſitionem curvarum, ad quas alia ad angulos rectos duci debet. Quæro valorem ipſius p in x, & conſtantibus, quo differentiato, & mutatis dx in dy & dy in dx; poſitiſque membris per dx multiplicatis æqualibus illis quæ per dy multiplicantur, habebitur æquatio differentialis ſatisfaciens Trajectoriæ quæſitæ.

Pervenit ad nos nuper demum TAYLORI Liber *De Methodo incrementorum*, in quo nulla fere nova, ſed pleraque jam diu nota, obſcure tamen & nimis in abſtracto propoſita inveni, ita ut paucis ea intelligi credam. Propoſitionem ejus tertiam ego jam olim in hunc modum ſolvi. Sit æquatio differentialis in quam ingrediantur variabiles duæ x & z; cum ſuis differentialibus dx & dz, quorum

rum dz ſupponitur eſſe conſtans; oporteat invenire quid pro ddx, d^3x, &c. ſubſtitui debeat, ut dz fiat variabilis & dx conſtans. Fingo $ddx = Adz^2$, ubi A ſignificat quantitatem compoſitam ex x, z, & conſtantibus: hinc integrando habetur $dx = \int Adz \times dz$, ſive $dx : dz = \int Adz$; quæ æquatio iterum differentiata, ponendo dz variabilem & dx conſtantem dat $-dx\,ddz : dz^2 = Adz$, vel $-dx\,ddz : dz = Adz^2 = ddx$. *Q. E. Inv.* Sic pro differentialibus tertiis, ſuppono $d^3x = Adz^3$: hinc integrando $ddx = dz^2 . \int Adz$, vel [ponendo pro ddx, valorem ejus modo inventum & dividendo per dz^2] $-dx\,ddz : dz^3 = \int Adz$; quæ iterum differentietur, ſumta dx conſtante, & habebitur $(-dx\,dz\,d^2z + 3dx\,ddz^2) : dz^4 = Adz$, ſive $-dx\,dz\,d^2z + 3dx\,ddz^2 = Adz^3 = d^3x$; quemadmodum TAYLORUS quoque invenit; eodemque modo procederem in reliquis differentialium gradibus. 1716. Octob.

EPISTOLA CCXXXVIII.

JOH. BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad penultimam.

De ſolutione Newtoniana & Hermanniana *Problematis Trajectoriarum. De ipſius* Theodicæa. *De ipſius cum* CLARKIO *controverſia. De* VARIGNONIO & PARENTIO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

Diſceſſit hinc Agnatus meus, ante quindecim circiter dies: En ejus litteras, quas Tibi mittendas mihi reliquerat; volui hæc pauca adjicere, in reſponſionem ad ea quæ nuperrime a te accepi. Nihil intelligo ex ſcripto anglicano illo a Cl. WOLFIO ad Te tranſmiſſo, mecumque porro communicato, neque capio quid generalis illa ab Anonymo jactata ſolutio contribuat ad caſum aliquem ſpecialem ſolvendum. Vellem tentaſſet exemplum, quod a me ſuggeſtum *Anglis* propoſueras, ſed id ipſum quod *Anglus* anonymus, [quem TAYLORUM * eſſe credo] ne apice quidem digiti attigit, ſatis arguit quod aqua 1716 Nov.

* *Imo* NEWTONUS *ipſe fuit.*

1716. Nov. ipſi hæſerit; quis enim ſibi imaginabitur *Anglum* illum ad provocationem Tuam non ſtatim exploraſſe vires ſuas in ſolvendo iſto Exemplo particulari? Quis item putabit illum, ſi feliciter ſolviſſet, non protinus in lucem lætanter protruſurum fuiſſe ſolutionem ſuam? Scribit Cl. WOLFIUS *Anglos* de hoc noſtro Problemate, ceu videatur, abjecte ſentire; ſed nihil novi eſt in quibusdam, ut contemnant quod attingere nequeunt; vulpeculam nimirum in Fabula imitantes. Putem igitur urgendos eſſe *Anglos*, atque inprimis inſiſtendum propoſito exemplo particulari. Optarim etiam ut idem tentet Dominus HERMANNUS per ſuam Methodum univerſalem, antequam ea publicetur. Videbit latere aliquem modum intricatiſſimum, qui in quamplurimis curvis tranſcendentibus methodum generalem facit inapplicabilem. Hoc haud dubie jam ſenſerunt *Angli*: alias jam dediſſent quæſiti ſolutionem.

Theodiceam tuam, Opus ſane elegantiſſimum, nondum vacavit perlegere totam. Legi magna cum voluptate Diſſertationem *De Conformitate fidei cum ratione*: deprehendo ſolidiſſime ſcriptam, mihique in pleriſque, nec ſatis memini an non in omnibus, *mirifice* arridentem; inprimis vero placuere quæ contra BAYLIUM *Rationis* inimicum diſputas. CLARKIUM, ut videtur, *ad incitas* redegiſti, quando coactus eſt dicere Dei voluntatem nulla ratione eſſe nixam: hoc enim pacto ex Deo fieret Ens brutum, & irrationale, quod ageret tantum cæco quodam impetu, niſi omnino cum DEMOCRITO & EPICURO recurrendum eſſet ad fortuitum atomorum concurſum.

Dominus VARIGNONIUS ante aliquot menſes, ut quotannis facere ſolet, in Patriam excurrit; ſed jam jam tempus eſt ut *Lutetiam* repetat. PARENTIUS qui nautica mea ſuggillavit, aliaque, neque Tibi, neque aliis Viris magnis parcit: mihi habetur in eorum numero qui reſponſione non ſunt digni. Spero Agnatum meum hac hebdomada ad *Venetias*, appulſurum. Cæterum vale & fave.

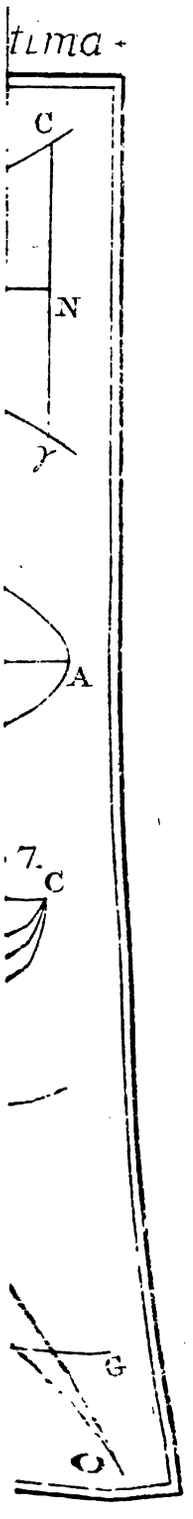
Amplitudini Tuæ

Devotiſſimo
J. BERNOULLI.

Baſileæ a. d. 11. Novembris 1716.

TA-

FINIS.


tima
C
N
A
7.
C
G
O

INDEX
RERUM NOTABILIORUM
In hoc OPERE contentarum.

Nota Primi TOMI (I) *respondet omnibus paginis sequentibus usque ad Secundi* TOMI *notam* (II), *& vice versa.*

A

ACademia Scientiarum *Parisiensis*, ejusque socii & instituta aliquot, Tom. I. pag. 446. 454
——— ejus *Historia* ab HAMELIO conscripta, 405. 437
——— *Hallensis*, à quo fundata, Tom. II. 18
——— Equestris *Berolinensis* fundata 129
Acidularum *Pyromontanarum* effectus mirabilis, 387
Actio motrix *absoluta*, & ejus quantitas, I. 125
——— semper eadem servatur in Mundo, 157
——— æquabiles in qua ratione sint, 143
——— *Directiva*, 125
Actiones liberæ & violentiam facientes, in quo differant, 471. 474. II. 1
——— æstimatio quomodo facienda, I. 471. 474. II. 1
Activitas Substantiarum, I. 450. 463. 471. 483. II. 3. 5. 7
——— In eam objectio, I. 483
Æquationes *differentiales*, quomodo constrŭi possint, 7
——— ——— earum *mechanica* constructio, 50
——— ——— ad eas finitas reducendæ Series infinitæ, 49
——— ——— primi gradus, quæ, 10
——— *Percurrentes*, quæ, 8
——— vel *exponentialiter transcendentes*, earum ordines, 14
——— *Transcendentes*, quæ, 8
——— ——— quæ simplicissimæ, 11
——— Earum radices utiles ad *Curvam Segmentorum* inveniendam, 257. 261. 269
——— Radicum *impossibilium* numerus investigatus, II. 210
Æstimatio *Actionum*, I. 471. 474. II. 1
——— *Virium* demonstrata *à posteriori*, I. 63
——— ——— In eam Demonstrationem objectio, 63

——— ——— Ad hanc Objectionem reſponſio, 68
——— ——— Objectiones variæ, 79. 91. 102. 335. 339. 377
——— ——— Reſponſiones, 84. 95. 105. 335. 339. 343. 345. 379
——— ——— acquieſcit illis BERNOULLIUS, 102. 109. 345. 379
——— Demonſtrata per motuum compoſitionem, 113. 121. II. 8
——— per vires centrifugas, I. 115. 123
——— Demonſtrata *à priori*, 122
——— ——— Hujus Demonſtrationis conſectaria, 125
——— ——— confirmatio, 170
——— ——— In eam Objectio, 132. 151
——— ——— Ad hanc Objectionem reſponſio, 140. 157
——— ——— Alio pacto, 143. 157. 164
——— Huic æſtimationi, ſub diſtinctione quadam accedit HUGENIUS, 203
——— Condenſationis Aëris, 475. 479
——— Compreſſionis, ſeu coactionis ejuſdem, 479. 482
Æſtimandi ars in quo conſiſtat, 84
Aër, utrùm ſit homogeneum comprimibile, 458. 475. 479. 482
——— Quantùm reſiſtat gravibus cadentibus, II. 266
——— Quis utilis ad reſpirationem, 266
——— Compreſſus quam ſe dilatandi vim acquirat, I. 455
——— Rarefactus à Calore quam ſe dilatandi vim accipiat, 458. 476
——— ——— Inſtrumentum, quo hujus rei periculum fieri poteſt, 459
——— ——— hoc experimentum faciliùs fieri poteſt, & quomodo, 477
——— ejus *condenſatio* quomodo æſtimetur, 475. 479
——— ——— eſt *ponderi* proportionalis, 455. 675
——— ejus *compreſſio*, ſeu *coactio* quomodo æſtimetur, 479. 482
——— externi preſſio utrùm ita à Calore mutetur, ut Barometra ordinaria hinc minus perfecta fiant, 478
——— ejus *vis elaſtica* quam habeat rationem ad ſpatium, 455
——— Pondus utrùm *condenſationi* proportionale, 458. 475
Aërometria WOLFII, & monita LEIBNITII atque BERNOULLII, II. 226
ALBERICI Monachi *Trium Fontium* Chronicon, I. 37
Aleæ ludi mathematicè tractantur ab HUGENIO & FRENICLEO, 244
——— & à MONTMORTIO, II. 211. 216. 222. 265
——— Atque à *Jacobo* BERNOULLIO, 211. 222
——— & à MOYVREO, 265
ALEMIUS, *Gallice* D'ALEMBE, 160
Algebra vulgaris quantitates finitas ſolas conſiderat, I. 4
——— ſigna nova, 386
Analyſis *localis* generaliſſima unde eruenda, 259

Analy-

Analyſeos *tranſcendentis* maxima perfectio, II. 82
Anguli multiſectio, 73
ANGICOURTIUS, 235
Anima, morte Animalis, ubi transferatur, I. 415. 420
——— hæc ſententia explicata, 424. 430. 435
——— ejus cum corpore commercium, 69. 427. 430. 434. 439
——— difficultas hinc educta, 483
——— hæc ſententia utrum nova, 434. 439
Animalia noſtris majora & minora in infinitum utrùm exiſtant, 410. 415. 420. 424
——— eorum contractio utrùm ſit *Mors*, 415. 420
Anni magnitudo incommenſurabilis, II. 10
Anthlia *Pneumatica* à quo excogitata, 314
ANTONIUS ULRICUS Dux *Brunſwicenſis*, I. 2. II. 233
Antitypia Corporum, 279
APOLLONIUS *Pergæus* axiomata EUCLIDIS demonſtrat, I. 196
——— ejus liber de *Sectione Rationis*, II. 138
——— ——— Editus ab HALLEIO, 154. 159
——— ejuſdem *Conica* pariter edita ab HALLEIO, 291
Aqua *marina* nonnunquam lucida, 25
——— hoc phœnomenum explicatum, 28. 32
Aquarum Scientia, à quibus tractata, & de his LEIBNITII judicium, 346
Arcu *Circuli* & Radio datis invenire Sinum rectum, I. 16
Arcus *Parabolæ* in data ratione abſcindi poſſint ſecundùm TSCHIRNHAUSIUM, I. 166. 352. 357
——— Non autem ſecundùm BERNOULLIUM niſi per quadraturam *Hyperbolæ*, 166. 203. 355
——— Modus id efficiendi à Bernoullio traditus oppugnatur à TSCHIRNHAUSIO, 359
——— ——— defenſus à BERNOULLIO, 362
——— alter a TSCHIRNHAUSIO traditus, 386
——— ——— utrùm rectus, 401
——— & aliarum *Curvarum* dimenſi per Arcum Circuli, II. 174
——— *Circuli* æqualis datæ rectæ, 176
——— & aliarum *Curvarum* comparati, I. 366
ARCHIMEDES, ejus Quadratura *Parabolæ* impugnata & defenſa, 173. 180. 453. 455. 457
Areæ ejuſdem *Curvæ* inter ſe collatæ, 358
Argentum *vivum* à BERNOULLIO redditum lucidum, quomodo & qua occaſione, II. 19
——— LEIBNITIO approbante, 24

—— lucet pro ratione ſuperficiei, 24. 27. 31
—— communicatum Regiis Societati *Berolinenſi*, & Academiæ *Pariſienſi*, 21. 27. 31. 48. 50. 53
—— & Aulæ *Berolinenſi*, 64. 67. 73
—— hujus Phœnomeni ratio, 20. 22. 33
—— quid accidat, ubi curru vehitur, 62
—— pro eo præmium datum, 86. 87. 89. 91
—— de ea re dubia, 140
ARITOTELES, ejus ſententia de *Anima Mundi*, II. 365
Arithmetica *binaria* excogitata à LEIBNITIO, 36
—— Ejus proprietates, 36. 38. 44. 47. 140
—— *Tetractica*, 38. 48
—— Decadica quomodo poſſit exprimi, 44
ARNOLDUS (*Johannes*) Anglus LEIBNITIO commendatus, 351
—— Quem inviſit, 358
Ars *conjectandi*, quam meditabatur *Jacobus* BERNOULLIUS, quæ complecti deberet, I. 244
—— Hæc Ars ad quæ extendi poſſit, 251. II. 225
—— Ejus editio expetitur a LEIBNITIO, 211. 220. 225
—— De ea judicium *Johannis* BERNOULLII, 222
—— Edita, 324
—— Ejus uſus in jure, 225
—— —— De ea re Diſſertatio *Nicolai* BERNOULII, 217. 219
—— æſtimandi in quo conſiſtat, I. 84
Arthritidis remedium, II. 266. 277
Artificia ut deſcribantur inſtituitur Collegium, I. 369
Aſcenſus Corporum ſunt Quadratis Celeritatum proportionales ſecundùm BERNOULLIUM, 63
—— continui & interrupti æquales utrùm ab eadem Potentia gignantur, 92. 95. 102. 106. II. 3. 6. 7
Aſtronomi *Galli Alexandriam* miſſi ut ſuas cum PTOLEMÆI obſervationibus compararent, I. 369
Atomi non dantur ſecundùm LEIBNITII ſententiam, 301. 429
—— Pro ea argumenta allata, 307
—— Quot generum ſint, 316. 329
—— De iis opinio BERNOULLII, 301. 329. 433
—— —— Explicata, 312
Atomiſtarum opinio deſtructa, 63
Attractio *Newtoniana*, utrùm demonſtrata ſecundùm LEIBNITIUM, II. 364
—— Eſt aut miraculoſa aut abſurda, 382

— Ejus

—— Ejus Lex à NEWTONO conſtituta naturæ & continuitatis legi repugnat, judice BERNOULLIO, I. 411
—— —— Secus autem ſecundùm LEIBNITIUM, 415
—— —— Explicata & demonſtrata, 415
—— —— In hanc explicationem difficultas à BERNOULLIO propoſita, 420
—— —— De ea re ultimum LEIBNITII judicium, 424
AVERROIS ſententia de Anima Mundi, II. 365
Axiomata demonſtranda eſſe cenſet LEIBNITIUS, II. 185. 196
—— Contrarium ſentit BERNOULLIUS, 190
—— Hujus objectio, 205
—— —— Reſponſio, 207
—— LEIBNITII opinio explicata, 196
—— *Euclidea* demonſtraverunt APPOLLONIUS *Pergæus* & PROCLUS, 196
AZOUTUS, ejus elogium, 144

B

BAGLIVUS, ejus ſententia de *motu Muſculorum*, II. 242
Barometrum redditum *lucidum*, a quo, quomodo, & qua occaſione, II. 19
Plura vide in voce *Argentum vivum*,
—— Portatile, quomodo fieri poſſit ſecundùm LEIBNITIUM, I. 368. 385
—— —— explicatum, II. 70
—— —— ex qua re poſſit conſtrui, 71. 78
—— Novum, *variationes* ad libitum augens inventum à BERNOULLIO, 60
—— —— Aliud ſimile ab HUGENIO quondam excogitatum, & hujus incommoda, 60. 61
—— —— *Hugenianum* utrùm unquam ad praxim traductum, 65
—— —— Alia ab aliis excogitata, 65
—— —— Iſtorum incommoda, 67
—— —— *Bernoullianum* expoſitum, 67
—— —— LEIBNITIO probatum, 70
Barometris VULGARIBUS utrùm Calor obſit, nec ne, I. 478
BASNAGIUS (*Belvallius*) vide BELVALLIUS,
BAYLIUS cum LEIBNITIO de quibuſdam Philoſophicis diſputat, 405. 435. II. 77
—— Reſponſiones LEIBNITII, I. 405. 439

BELVALLIUS (*Baſnagius*) & ejus epiſtola quædam, 266. 267
——— ——— ad eam reſponſio, 272
——— Auctor eſt Diarii, cui titulus *Hiſtoire des Ouvrages des Savans*, 271
——— ——— Ejuſdem error, 271
——— ——— ——— Correctus, 272. 287
——— ——— Ejus Diarii loca quædam ad LEIBNITII Philoſophiam ſpectantia, 430. 439
——— Habet quemdam HUGENII Logogryphum, 378
BERNARDUS edit Diarium, cui Titulus *Nouvelles de la République des Lettres*, II. 141
——— Succedit VOLDERO in *Leydenſi* Naturalis Philoſophiæ profeſſione, 141. 286
——— Articulus quidam ex ejus Diario excerptus pertinens ad Calculum infiniteſimalem, 150
——— Alter, 151. 154. 155
BERNERIUS dubia ſua de Philoſophia GASSENDI & CARTESII divulgat, I. 431
——— Ejus liber illa complectens, 431. 455
——— Hæc dubia tollere cogitat LEIBNITIUS, 431
——— Ejuſdem *Compendium Philoſophiæ* GASSENDI, 455
BERNOULLIUS (*Jacobus*) laudatus, 3. 4. 6. 7. 33. 35. 71. 91. 99. 145. 168. 173. 179. 188. 198. 208. 247. II. 130. 133
——— Cum LEIBNITIO diſputat de natura Oſculi, 33. 43. 51. 62. 68. 78. 83. 91
——— Putat unam dari Curvam *tranſcendentem*, cujus puncta quotvis per communem *Geometriam* poſſint inveniri, 59
——— ſolvit Problema de *Curva æquilibrii*, 60
——— de ejus ſcriptis judicium HUGENII, 155
——— ſolvit Problema *Beaunianum* extenſum, 183
——— ſummat *Series* quaſdam, 186. 218
——— Quædam notat in TSCHIRNHAUSII ſcriptis, 193. 203
——— ſolvendam proponit æquationem quandam *differentialem*, 188. 197
——— ——— ea ſolvitur, 198. 221
——— ejus ſententia de Curvis *rectificabilibus*, 201
——— qua occaſione verum Calculi *differentialis* uſum intelligit, 205
——— agit de *Conoidum* ſuperficiebus, 212
——— docet modum conſtruendi Problemata *ſolida* & *ſuper-ſolida* per *Geometricam* approximationem, 222. 228
——— Molitur librum de *Arte conjectandi*, 243. 251
——— ——— cujus editio flagitatur a LEIBNITIO, II. 211. 220. 225
——— ——— de eo judicium *Joannis* BERNOULLII, 222
editur,

——— ——— editur, 324. 326. 329. 336. 337
——— ——— ſolvit Problema de Curva *celerrimi deſcenſus*, I. 251. 253. 260
——— ——— ——— & de Curva *ſegmentorum*, 278
——— ——— Proponit obſervationem quandam opticam, 278
——— ——— ——— quæ explicatur à LEIBNITIO, 279
——— ——— ——— ——— & ab aliis, 282. 288
——— ——— Proponit Problemata quædam, 280
——— ——— ——— quæ ſolvuntur a *Johanne* BERNOULLIO, 283. 289. 296. 305
——— ——— ——— controverſia nata occaſione hujus ſolutionis, 292. 293. 299. 306. 310. 351. 354. 394. 395. 437. 440. II. 4. 6
——— ——— ſolvit Problema de *minima linea* inter duo puncta ejuſdem ſuperficiei, I. 387. 401.
——— ——— ——— & alia a *Fratre* propoſita, 387. 401. II. 350
——— ——— quædam ſcribit de *Loxodromica*, I. 444
——— ——— conſtituitur *Rector* Academiæ *Baſileenſis*, II. 15
——— ——— Edit analyſim Problematis *Iſoperimetrici*, 46. 49
——— ——— ——— de ea judicium LEIBNITII & HOSPITALII, 48
——— ——— ſolvit Problema de Curva *equilibrationis*, I. 44. 60
——— ——— Quadrat Zonas *Cycloïdales*, II. 62
——— ——— mittit LEIBNITIO quaſdam analyſes propoſitionum a ſe in *Actis Erud.* editarum, I. 186
——— ——— ejus ſententia de *Dynamicis* quibuſdam, II. 101
——— ——— moritur, 139
——— ——— in ejus honorem *Diſtichon* LEIBNITII, 141
——— ——— ——— Elogia funebria vel Parentalia, 145
——— ——— laudatur a BERNARDO in ſuis *Novellis Reipublicæ Litterariæ*, 151. 154. 155
——— ——— de eo PARENTII judicium, 212
——— ——— Scriptorum ab illo relictorum editionem flagitat LEIBNITIUS, 211. 273
——— ——— tentat *Curvarum enumerationem*, 334. 335
BERNOULLIUS (*Johannes*) ſeſe per LEIBNITIUM commendat *Duci Brunſwicenſi*, I. 1
——— à *Baſileenſibus* retinetur, 3
——— laudatus, 4. 5. 12.
——— habet diverſas regulas, quibus plura ſolvit exempla peculiaria *methodi Tangentium inverſæ*, 7. 15
——— conſiderat Curvas *percurrentes* vel *exponentialiter tranſcendentes*, 7. 11. 13. 15. 19. 25. 32.
——— habet plures vias reducendi *Quadraturas* ad *Rectificationes*, 9. 367
——— ſcribit de Curvarum *Rectificatione*, 461

BERNOULLIUS conſtruit plures Curvas ex *Tangentium* conditione, 14. 17
—— agit de Curvis, quæ revocari poſſunt ad *Circuli* & *Hyperbolæ* Quadraturam, I. 14
—— tradit *Seriem* univerſaliſſimam omnes *quadraturas* & *rectificationes* exprimentem, ac *Methodo Tangentium inverſæ* aptiſſimam, 15. 28. 35. 40. 46. 75. 76
—— quomodo inventa ſua ſervet, 16
—— —— ea quomodo facere ſolitus ſit, 81
—— Problema proponit de *Trajectoriis orthogonalibus*, 17. 23. II. 373
—— —— & de Trajectoriis ſub dato angulo, I. 18. 23
—— —— hoc argumentum tractat, 178. 190. 194. 204. 209. 306. 311. 314. 327
—— —— hoc Problema ſolvit generaliſſime, I. 332. 337
—— —— —— aliud de eodem argumento, II. 378
—— —— de his aliqua ſcribit *Jacobus* BERNOULLIUS, I. 401
—— —— & de Curva *æqualis tenſionis* vel *preſſionis*, 30. 33. 134
—— —— atque de Curva *celerrimi deſcensûs*, 167
—— —— —— quod ſolvit LEIBNITIUS, 172. 183. 188. 195
—— —— —— —— & ipſe BERNOULLIUS, 177
—— —— —— —— & quidem duplici modo, I. 178
—— —— —— —— indè eruit ſolutionem Problematis optici de *Curvatura radii in medio variante*, 178
—— —— —— —— & FATIUS DUILLERIUS, 456
—— —— —— —— in hujus ſolutionem animadverſio, 464
—— —— —— —— & HOSPITALIUS, 249
—— —— —— —— & *Jacobus* BERNOULLIUS, 253. 260
—— —— —— —— atque NEWTONUS, *266*
—— —— —— illud ſolvere tentat SALVATOR, 234. 237. 242
—— —— —— —— & alii, 267. 287
—— —— & de Curva *Segmentorum*, 247.
—— —— —— quod ſolvit LEIBNITIUS, 248. 251. 257. 261. 268. 269. 278
—— —— —— —— & ipſe BERNOULLIUS, 255. 262. 270. 272. 276. 281. 288
—— —— —— —— & NEWTONUS, 261. 269. 272
—— —— & de quadam *Integrali Logarithmica*, 223. 226. 231
—— —— & de minima *Linea* ducenda inter duo puncta data in eadem *ſuperficie*, 387
—— —— —— quod Solvit *Jacobus* BERNOULLIUS, 387. 401
—— —— —— —— & Leibnitius, 387

&

—— —— —— —— & ipſe BERNOULLIUS, 393
—— tradit *Integralia* quædam, 26. 53. 65. 75. 223. 226. 231.
—— nonnulla notat in ſcriptis TSCHIRNHAUSII, 166. 202. 203. 209. 224. 229. 232. 245. 264. 342. 352. 355. 359. 362. 367. 401. II. 117
—— —— & in ſcripto SALVATORIS de *Curva celerrimi deſcenſus*, I. 233. 237. 242
—— —— Et in GREGORII *Catenaria*, 400. 403. 406. 411. II. 29. 31
—— —— In FATIUM DUILLERIUM, 9. 13. 25. 28. 31. 50
—— —— In HUGENII *Phoronomicis*, 98
—— —— In CHEYNÆI *Fluxionum Methodo inverſa*, 110. 115. 120. 121. 123. 127. 129. 219
—— —— In PARENTIUM, 117. 216. 349. 356
—— —— In VARIGNONIUM, 128. 130. 136.
—— —— In CRAIGIUM, I. 44. 50. 60. 77. II. 133. 215. 219. 265
—— —— In LA HIRIUM, 148. 150. 159. 256
—— —— In WOLFII *Aerometriam*, 226. 229
—— —— In NEWTONI *Principia*, 229. 234. 240. 244. 253. 291. 294. 299. 310. 323. 328. 343
—— —— —— In ejuſdem Solutionem Problematis de *Trajectoriis*, 390. 395
—— —— In HARTZOEKERUM, 247. 250. 251. 256. 257. 357
—— —— In GRANDIUM, 265
—— —— In TAYLORI Problema, 378
—— —— —— In ejuſdem *Methodum Incrementorum*, 389. 391
—— —— In Montmortii libro de *ludis a Fortuna pendentibus*, 222
—— Solvit Problema de *Curva æquilibrii*, I. 28. 33. 44. 60
—— —— & de *Æquatione* à *Fratre* propoſita, 199. 221
—— —— De *Curva citiſſimi appulſus* ad rectam poſitione datam, 283. 461
—— —— —— & quidem generaliſſime, 286. 289. 324. 335. 338
—— —— —— ejuſdem ſolutio *Leibnitiana*, 289
—— —— & de Iſoperimetris, 265. 284. 295. 299. 305. 310. 315. 328. 375. 386. 392. 397
—— —— —— de hac re obſervatio notabilis, 285
—— —— —— controverſia orta ex Problematibus de *Curva citiſſimi appulſus*, & de *Iſoperimetris*, 284. 292. 293. 299. 302. 306. 351. 354. 375. 394. 395. 399. 417. 420. 437. 446. II. 4. 46. 48
—— —— de *Solido minimæ reſiſtentiæ*, I. 466
—— calculum *infinitesimalem* quibus tradit, 12. 28
—— agit cum LEIBNITIO de *Natura Oſculi*, 34. 43. 61. 68. 78. 83. 91
—— —— de Corporum *duritie*, 300. 307. II. 246. 257

— — de *Virium æſtimatione*, I. 335. 339. 344
— — de *Legibus motus*, 335. 339. 345
— — de *Oenometro* quodam, 368. 394. 396. 405
— — de *Functionibus*, 392. 399
— — de *Attractione Newtoniana*, 399. 411. 415. 420. 424
— — de *Calendario* reformando, II. 9. 12. 13. 16. 23. 29. 31. 49
— — de ROLLIO *Calculi Differentialis* adverſario, 23. 25. 39. 40. 46. 50. 170. 172
— — de *Arithmetica binaria, quaternaria, & decadica*, 36. 38. 44. 47
— — de HUDDENII Methodo de *Maximis & Minimis*, 41. 46. 50
— — de LEIBNITII Machina arithmetica, 239. 243
— — de *reſiſtentia* orta ex *lubricitatis* defectu, 240. 244. 254. 259. 262
— — de Vi *centrifuga*, 131. 135. 253
— — de Curvarum transformatione, 95. 97. 102. 108. 133. 140. 142. 144. 145. 149. 152. 160. 163. 171. 172. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— — de earum *Synchronis*, I. 178. 190. 293. 303. 306. 309. 315. 317. 323. 325. 332
— — de *Lege continuitatis*, 409. 411. II. 110
— — de *Mundis* atque *Animalibus* noſtris majoribus ac minoribus, &c. I. 410. 415. 420
— æmulatio inter *eum* & *Fratrem*, 35
— determinat ſpatia quædam *quadrabilia*, 41
— conſulitur a CHIRACO de Calculo *infinitesimali*, 42. 49
— ſcribit de *Motu Muſculorum*, 42. II. 256. 273
— — de *Nutritione*, I. 470
— — de *Laudibus Analyſeos novæ*, II. 141
— — de *Conatibus paracentricis*, 357
— — de *Turbinationibus*, 370
— — de *Praxi Nautica*, 335. 340. 343. 346. 348.
— cum eo agitur de *Profeſſione* quadam apud *Batavos*, I. 45. 51
— — de altera *Halia Saxonum*, 51. 88. 99. 101
— — & *Groningæ*, 64. 70
— — — Quo migrat, 72. 74. 90
— — — — Quot annis natus, 90. 95
— — — Quem invenit ibi ſtatum Studiorum mathematicorum, 101
— — — Ubi ei mandatur Provincia docendæ *Philoſophiæ* experimentalis, 346. 347. 350. II. 19
— — — creatur *Rector* Academiæ, I. 474
— — — Dubitat utrum *Groningæ* manendum ſit, an *Baſileam* redeundum, an *Ultrajectum* petendum, II. 96
— — — ſtatuit manere *Groningæ*, 97
— — — Unde tandem diſcedit, 125. 126. 131. 139

calculum

— calculum *integralem* promovet ex consensu inter *Potestates* ac *Differentias*, I. 46. 53. 65. 75. 104. 107. II. 238. 243
— excogitat Regulam inveniendi *Coëfficientes Terminorum* in Potestatibus, I. 54. 66
— considerat *Maxima & Minima*, 55. 58. 67. II. 41. 46. 50. 161
— — Horum aliud genus, I. 57. 67
— — *Maxima Maximorum & Minima Minimorum*, 57. 67. 179
— — de hac re observatio singularis, 286. 298. 306
— agit de *Curvis Transcendentibus* per puncta *geometrice* describendis, 59
— disputat cum LEIBNITIO de *Dynamica*, 62. 68. 78. 84. 91. 95. 102. 105. 108. 335. 339. 344. II. 7
— — — in ejus sententiam discedit & quibus rationibus, I. 113
— — — eamque suis Demonstrationibus confirmat, 113. 115. 164
— — — — Perobliquum Corporum incursum, 113. 121
— — — — Per *Vires centrifugas*, seu *conatus excussorios*, 115. 123. 133
— — illam LEIBNITIUS probat *a priori*, 122. 170. 185. 429
— — — in hæc argumenta *objectiones* BERNOULLII, 132. 151 176. 432
— — — — LEIBNITII responsiones, 140. 157. 170
— — eam VOLDERO demonstrat, 425
— — De *Natura Corporum*, atque materiæ, 63. 69. 379. 389. 398. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 429. 432. II. 65. 68. 92. 119
— — De DEI Attributis, I. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 479. 481. II. 2
— — De *Gravitatis* causa & actione, I. 93. 97. 102. 105. 110. 119. 128. 138. 148. 156. 160. 168. 174. 184. 189. 202. 429. 432
— — De *Monadibus*, 398. 402. 407. 413. 417. 424. 427. 429. 432. 434. 439. 442. 451
— — De *infinite magnis*, *infinite parvis*, & Progressionum *Terminis infinitesimis*, 370. 375. 380. 382. 390. 397. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 431. 440
— — De *Axiomatibus* demonstrandis, 185. 190. 196. 205. 207
— — De *Atomis*, 301. 307. 312. 316. 329. 390. 429. 442. 454
— — De *Vacuo*, 399. 418. 422. 427. 429. 433. 441. 445. 451. 454
— — De *Aëris compressione*, 455. 458. 475. 479. 482. II. 2
— — — qua de re proponit experimentum, I. 477
— — De *Substantiarum* Activitate, II. 7
— — de possibilibus, 8. 17
— — de *Logarithmis* numerorum negativorum, 269. 277. 278. 282. 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
— considerat punctum *regressus* in Curvis, I. 59. 67. 76. 83. II. 170. 172

— — atque *flexus* contrarii, I. 59
— monetur ut operam det *Medicinæ*, 72. 80. 82. II. 114. 117. 273
— — & *rei navali*, 6
— — atque *aquariæ*, 346. 349. 352
— ejus conſtitutio & valetudo, I. 80
— quomodo ſtudiis operam navare ſolitus fuerit, 81
— excogitat rationem dimetiendarum *Curvarum* per Arcus *Circuli*, 81. 84. 91
— — per geometricam *approximationem*, II. 174
— — id facit in Ellipſi, 217
— quomodo credat fieri poſſe ut obtineatur *motus perpetuus*, I. 115. 124
— demonſtrat LEIBNITII propoſitionem de *Corpore a pluribus ſimul potentiis impulſo*, 152
— conſtruit *Synchronam Cycloidum*, 178. 190
— agit de *Synchronis* aliarum *Curvarum*, 293. 306. 309. 325
— — de *Synchrona* cujus *Tangens* ſit recta poſitione data, 290. 293. 303. 314. 317. 323. 332
— detegit inſignem quandam *Cycloidis* proprietatem, 179
— ejus de Curvis *rectificabilibus* & in ſe redeuntibus ſententia, 201
— Animadverſiones de *Curvis partes quadrabiles* habentibus, 202
— — & de *Curvis* quibuſdam, quæ neque per *Carteſianam*, neque per *infinitesimalem* Geometriam determinari poſſunt, 203
— agit de *Serierum Summis* ad *Quadraturas* revocandis, 217. 227
— — & de altero *Serierum* genere, 223. 231
— — *Series* diſpeſcit in partes datam rationem habentes, 218
— determinat *Catenariam* methodo directa ſine *Tangentium* conſideratione, 254. 260. 265. 270
— — eam probat eſſe figuram *fornicibus* conſtruendis *aptiſſimam*, 411. 416. 420
— ejus judicium de LEIBNITII animadverſionibus in CARTESIUM, 300
— accipit a LEIBNITIO principia *differentiationis de Curva in Curvam*, 319. 321. 334
— — hanc methodum promovet, 331
— comparat Arcus *Parabolæ*, 355. 357. 386. 401
— — hanc methodum ad alias *Curvas* extendit, 266
— invenit methodum comparandi omnes *Parabolas* & *Hyperbolas* cujuſcunque gradus, aliaſque *Curvas* algebraicas, 367
— demonſtrat *Cycloidis tautochroniſmum*, 366. 368. 374. 387
— excogitat *Oenometra* duo, 372. 385. 392
— ejus cogitata de *Thermometris* perficiendis, 373. 385. 391

— quid

quid illi acciderit publicè de *Corporum reſurrectione* diſputanti, 376
hortatur LEIBNITIUM ut edat *Dynamicam* ſuam, 421
—— & ut condat novam *Philoſophiam*, 422
cooptatur in Regiam Academiam *Pariſienſem*, 440. 451
ejus error de *Quadratura* quadam notatus, 447
—— ad hanc animadverſionem reſponſio, 452
invenit *Phoſphorum* ſuum mercurialem, II. 19. 24. 27. 31. 33. 35. 37. 48. 50. 51. 53. 56. 62. 73. 140. 235. 238. 242. 247. 251. 357
—— quem vident Rex & Regina *Boruſſorum*, 64. 67. 70
—— & pro quo donatur nummo aureo, 86
Reperit *Cyſſoidis* rectificationem, 55.
cooptatur in Regiam Societatem *Berolinenſem*, 57. 63
excogitat novum *Barometrum*, 61. 64. 67. 70
detegit innumera *Cycloidis Segmenta* & *Zonas* quadrari poſſe, 62
molitur nova *ſpecula cauſtica*, 68. 70. 72. 102. 107
Recipitur in Regiam Societatem *Londinenſem*, 299. 302.
invenit methodum quandam pro *multiſectione Anguli*, 73. 74
quædam notat in quodam *Comitis* RICCATI ſcripto, 348. 350. 353. 356. 360. 363. 365. 369.
ei debetur Regula de *Fractione*, *cujus Numerator & Denominator uterque ſimul evaneſcunt*, 127
quomodo in Calculum *infiniteſimalem* penetraverit, 151. 155.
transformat *Curvas* in alias diverſi generis ſed *æquales*, 95. 97. 102. 108. 133. 140. 142.
—— LEIBNITII methodum id efficiendi per *ſpecula* perficit, 144. 145. 149. 152. 156. 160.
—— id conficit per *motum reptorium*, 133. 138. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219.
corrigit LEIBNITIUM de *motu radente* loquentem, 146. 152.
vocatur *Ultrajectum*, 133.
—— & *Leydam*, 221. 228.
reſpuit plures *vocationes*, 322. 332.
excogitat novam *Quadratricis* DINOSTRATI deſcriptionem, 176. 179.
ejus judicium de COLLINSII *Commercio Epiſtolico*, 308. 316. 334. 337.
—— de HERMANNI *Phoronomia*, 361.
—— de LEIBNITII *Theodicea*, 396.
LEIBNITIO auctor eſt ut Problemata *Anglis* proponat, 316. 344. 359. 361. 367. 371. 373.
BERNOULLIUS (*Nicolaus Nicolai* Filius) laudatus, 154. 171. 210. 212. 219.
demonſtrat & provehit Regulam a NEWTONO traditam pro inveniendis

veniendis *Æquationum Diviſoribus rationalibus*, II. 186
—— —— ejus de hac re ſchediaſma, 189
—— —— —— valde LEIBNITIO probatum, 210
—— —— —— qui pollicetur ſe curaturum ut in *Miſcellaneis Berolinenſibus* illius anni edatur, 210
—— —— —— quod in annum differtur, 212
— ſcribit Diſſertationem *De uſu Artis conjectandi in jure*, 217. 219. 222
— petit *Lutetiam Pariſiorum*, 222
— eum hortatur LEIBNITIUS ad perficienda coepta *Jacobi* BERNOULLII de *Arte conjectandi*, 225
— commendatur pro Profeſſione *Francofurtenſi*, 257
— pro eo agitur de Profeſſione *Patavina*, 258. 261. 263. 265. 268. 270. 272. 275
— eum rogat LEIBNITIUS ut ſecum ſtudia ſua communicet, 273
— eum HERMANNO in *Patavina* Profeſſione ſurrogare nititur BERNOULLIUS, 275
— ejus ad *Patavinam* Profeſſionem promovendi curam ſuſcipiunt LEIBNITIUS & HERMANNUS, 280
— in *Angliam* proficiſcitur; 281
— ut provehatur ad *Patavinam* Profeſſionem neceſſe eſt ut commendetur apud *Venetos* Legatos apud *Gallos* & *Batavos* agentes, 284
— *Londini* commoratur, 290
— Humaniſſime a NEWTONO acceptus, qui ei promiſit ſe conaturum ut in Regali Societate admittatur, 299
— in Regalem Societatem *Londinenſem* cooptatus, 302
— in Societatem Regiam *Berolinenſem* admiſſus, 318
— de ejus avunculo ad *Patavinam* Profeſſionem transferendo, & ipſo *Baſileenſi* ſubſtituendo, verba facit LEIBNITIUS, 319
— ejus partes amplectitur RUZZINUS apud *Venetos* in *Patavina* Profeſſione, 321
— magna *Patavinæ* Profeſſionis ſpes eſt, ſecundum LEIBNITIUM, 325
— *Patavinam* Profeſſionem fere deſperat, 327
— cum avunculo & *Venetis* de *Patavina* Profeſſione agit, 332
— eum ad operam dandam *Scientiæ aquarum motus* hortatur LEIBNITIUS, 341. 346. 348. 352
— ejus controverſia cum *Comite* RICCATO, 348. 350. 353. 356. 360. 363. 365. 369
— *Patavinam* Profeſſionem tandem conſequitur, 384
— ſed inter eum & *Venetos* nihil adhuc de conditionibus & annorum numero, in quot Matheſim docere teneatur, pactum eſt, 387
— in *Patavina* Profeſſione confirmatus gratias LEIBNITIO agit, & *Patavium* petit, 393

— Problema

— Problema a TAYLORO propoſitum ſolvit, II. 394
— *Venetias* petit, 396
BERNOULLIUS (*Nicolaus*, *Johannis* Filius) laudatus, 290. 359. 371
— Licentiam Doctoratus Juris adeptus exteros inviſurus eſt, 355
— eum *Bernoullizare* gaudens LEIBNITIUS optaret ut Medicinæ operam daret, 359
— Problema ſolvit, quod *Anglis* Analyſtis propoſuerat LEIBNITIUS, 367. 368
— ejus Analyſis Trajectoriarum Problematis, a LEIBNITIO petita ad eum mittitur, 373
Berolinenſis Societas a quo fundata, 15. 18
— eam ut illuſtret ſcriptis rogatur BERNOULLIUS, 16
— Solemniter inaugurata, 250
BIGNONIUS (*Abbas*) res Regiæ Scientiarum Academiæ curat, I. 358
— Laudatus, 446
— collegium inſtituit Virorum doctorum qui opificia deſcribant, 369
— ad LEIBNITIUM ſcribit, II. 26
— Mercurialis Phoſphori *Bernoulliani* cupidus eſt, 27
— litem dirimit inter SAURINUM & ROLLIUM, 150. 153
— ejus effigies ad BERNOULLIUM miſſa, 237
Binomii poteſtates ſymbolizant cum rectanguli differentiis, I. 46. 65
— unde promovetur calculus integralis, 52. 71. 83
— utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
BLANCHINUS præclarus eſt in *Aſtronomia* & *Antiquitate*, II. 305
BLYSWICHIUS doctorum *Mæcenas* magni LEIBNITIUM faciebat, I. 377
— eum BERNOULLIO innotuiſſe gaudebat LEIBNITIUS, 379
BOISOTIUS (*Abbas*) ſpem facit LEIBNITIO *monumentorum* quorundam hiſtoricorum, I. 24. 38. 44. 46
— moritur, 62. 65
— ejus *Elogium* editum, 65
BOISOTIUS (*Præſes*) *Abbatis* Frater, ab eo ſperat LEIBNITIUS monumenta ab *Abbate* promiſſa, 65. 73. 74
— qui ea ſe miſſurum pollicetur, 94
BORELLUS, ejus ſententia de *motu Muſculorum*, II. 256
— Laudatus, 389
— de eo LEIBNITII judicium, 391
BORGERIUS, *Matheſeos* Profeſſor *Groningæ* quando mortuus, I. 101
Botanica, de ea & de methodo qua tractatur, judicium LEIBNITII, II. 183
BOTHMARUS laudatus, 284

BOYLÆUS exprimenta de Aëris elaſticitate & rarefactione inſtituit, I. pag. 455. 458
—— Indicat de ea re experimentum, quod explicat LEIBNITIUS, 459
—— —— & BERNOULLIUS, 477
—— docet rationem quandam obtinendi elegantiſſimi *cærulei*, II. 239
—— utrum verus *Nitri regenerati* & *Anthliæ pneumaticæ* inventor, 314
BRANDIUS verus *Phoſphori igniferi* inventor, 24
—— ejus *Phoſphorus* ex quo conficitur, 28
BRAUNIUS, *Theologiæ* Doctor & Profeſſor *Groningenſis*, I. 64. 74
—— ei tribuuntur opuſcula quædam ab eo non profecta, II. 30. 31. 32
—— explicat *Animæ* & *Corporis Commercium* eodem pacto, quo LEIBNITIUS ab eo edoctus, I. 434. 439
BROUNKERUS (*Vicecomes*) dat Seriem pro *Circulo*, 227
—— demonſtrat *Cycloidis* tautochroniſmum, 369
BULLIALDUS, *Mathematicus* inſignis, II. 138
BURNETUS, Epiſcopi *Salisburienſis* Filius, peregrinatur, 215
—— laudatus, 221. 283. 326
—— LEIBNITIUM inviſit, 225
—— *Angliam* repetit, 228
—— relinquit ſtudia *Theologica* amplexus *Juridica*, 265
BYSANTIUS, Presbiter *Oratorii*, Mathematicus, I. 42

C

CÆruleum elegantiſſimum quomodo parari poſſit, II. 239
—— *Berolinenſe* 239
—— —— de eo BERNOULLII judicium, 262
CÆSAR (*Julius*) Litteris operam dat etiam inter prælia, I. 201
Calculus *percurrens* ſeu *tranſcendens* inventus, 7
—— explicatus a LEIBNITIO, 10
—— —— a BERNOULLIO, 13
—— ejus exemplum, 8. 11. 19. 25. 32
—— de eo NIEUWENTIITII ſententia, 70
—— quas *Curvas* complectatur, 77
—— *infinitefimalis* promotus, 7. 9. 14. 15. 26. 28. 35. 40. 41. 46. 53. 55. 57. 62. 65. 67. 75. 76. 81. 84. 91. 104. 127. 179. 201. 202. 217. 218. 223. 226. 227. 231. 298. 306. 319. 321. 331. 332. 334. 367. 401. 461
—— propagatus, 12. 28. 30
—— in eum difficultas propoſita, 377
—— —— ſoluta, 382
—— idem eſt ac *Methodus Fluxionum*, 190

— illius adverſarii, II. 23. 25. 39. 40. 69. 71. 78. 148. 150. 153. 170. 172. 177. 178. 211
— ejus hiſtoria, 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
Calendarium *Gregorianum*; de eo difficultates quædam a LEIBNITIO ad Regiam Scientiarum Academiam miſſæ, 9. 12. 14. 16. 23. 29
— ejus reformatio, 9. 12. 14
— — cujus auctoritate facienda, 14. 16. 31
Calendarii forma propoſita a REYHERO, 10
— Novum a REYHERO & TIDIO propoſitum Corpori *Evangelico*, 49
Calor quam aëri ſe dilatandi vim tribuat, I. 455. 458
— de ea re ſententia BERNOULLII, 476
— de ea re experimenta propoſita a LEIBNITIO, 459
— — alia a BERNOULLIO, 477
— utrum Barometris ordinariis noceat, 478
— an ſolus augere poſſit atmoſphærici aëris preſſionem, *ibid.*
CAMPANELLA, ejus opuſcula inedita quædam, II. 96
CAMPANUS, *Romæ* horologia turbinatoria paravit, 382
CAREUS ejus Elementa Calculi integralis, 29
CARTESIUS, de ejus *Phyſica* judicium, quod ſpectat ad uſum, I. 83
— de ejuſdem *Communicationis motus* regulis, 103. 106
— utrum bene definiverit quantitatem *Actionis motricis abſolute*, 125. 157
— hujus refractionum leges, 161
— de illius *dubio generali* ſententia, 196. 205
— interrogatur a FERMATIO de *Curvis*, quæ ex relatione plurium Curvæ punctorum determinantur, 207. 209. 212
— — illius explicatio, 257. 261. 269
— in ejus partem generaliorem *principiorum* animadverſiones LEIBNITII, 268. 431. 306
— — Comprobatæ a BERNOULLIO, 300. 306
— circa legem *continuitatis*, II. 110
— de eo judicium PARENTII, 212
— ejus *vortices* comprobati, 241
— utrum ejus ſententia de *cauſa duritiei* vera, I. 307
— in ejus *Philoſophiam* dubitationes, 431. 455
— detegit KEPLERI *Diaclaſticam* eſſe *Hyperbolam*, 315
— ejus Geometria utilis ad determinandas *Cauſticas* & alia problemata ſolvenda, 17
— ſententia de *viribus motricibus* & *quantitate motus* utrum vera? Vide vires vivæ, 115

CARTESII opera Posthuma de Regulis *veritatis inquirendæ*, & cogitationes de *animalium generatione* &c. II. 96
CASSINUS consultationem de *Reformatione Calendarii Romani* mittit, 12
— Novas Ellipses *Keplerianis* substituit, I. 368
— — de illis LEIBNITII judicium, 368
Catacausticæ, Vide Catoptrica.
CATELANUS (*Abbas*) laudatus, 42
— de calculo differentiali, 49
— — de hoc judicium ferens quomodo habitus fuerit, 80
— de temporis æstimatione habenda circa motuum regulas, 170
Catenaria constructa ope *Curvæ Parabolicæ*, 9
— determinata per *Tangentium* proprietatem, 47
— ejus determinatio directa & sine *Tangentium* consideratione tentata per Seriem a LEIBNITIO, 47. 250.
— — in hoc tentamen animadversiones BERNOULLII, 56
— perfecta a BERNOULLIO, 55
— — per Radium *Circuli osculatorii*, 254
— — — in solutionem hanc suam BERNOULLII difficultas, 254. 265
— — de hac solutione judicium LEIBNITII, 259. 270
— ejus *Curvæ* proprietas quædam, 56.
— — alia, 250
— de ea consideratio quædam BERNOULLII, 296
— — & LEIBNITII, 305.
— de ea agit *David* GREGORIUS, 387. 393
— de hujus Dissertatione judicium BERNOULLII, 400
— — & LEIBNITII, 403. 406. 411
— responsio GREGORII, II. 29. 31. 106
— est vera *Fornicis* curvatura, I. 412
— — de ea re difficultas LEIBNITII, 416
— — — responsio BERNOULLII, 420
— — utrum sola, 412
Catoptrica a LEIBNITIO accomodata, ad solvendum Problema de *Curvarum transformatione*, II. 102. 108. 134. 143
— de ea re BERNOULLII judicium, 140
— — LEIBNITII responsio, 140. 143
— in hanc methodum BERNOULLII observatio, 143. 145
— — LEIBNITII responsio, 143
— hæc methodus a LEIBNITIO limitata, 142
— — in hanc limitationem animadversio BERNOULLII, 144. 146
— — — LEIBNITII responsio, 144. 149

— limitatio

— limitatio BERNOULLII, II. 147
— — LEIBNITIO probata, 149. 152
— — hujus limitationis *Analyſis*, 156. 160
— & *Dioptricæ* Elementa a *Davide* GREGORIO edita, I. 196. 204 II. 105
Catoptricum quoddam Theorema ad Catacauſticas deſcribendas utile demonſtratum, 156
CAVALLERIUS laudatus, 309. 389
— de eo LEIBNITII judicium 391
— ei viam aperit KEPLERUS ad inveniendam ſuam *Geometriam Indiviſibilium*, 391
Cauſticæ determinari poſſunt per vulgarem Geometriam *Carteſianam*, I. 17
— Curvarum *algebraïcarum* in ſe *redeuntium* ſunt *algebraïcæ* in ſe *redeuntes* & rectificabiles, 201
— utiles ad *Curvarum* transformationem, II. 102. 108. 134. 140. 142. 143. 146. 149. 156. 160
Celeritas uno impetu non imprimitur, I. 409
— quadratis *Gravium* aſcenſûs proportionalis, & cur ſecundum BERNOULLIUM, 63
— — LEIBNITII ſententia, 68
— earum perditarum atque reſiduarum proportiones, 126. 131. 139
— *Elementares* quæ, 123
— illarum decrementa in medio conſtante ex globulis æqualiter diſſeminatis, 126. 136. 139
Centrum *Gravitatis* Corporum motu a *Gravitate* acoepto ſurſum verſus reflexorum ubi finito aſcenſu reperiatur, 112
— *Liquorum* quomodo ita poſſit extolli ut habeatur *motus perpetuus*, 115. 124
— *Corporum* quotcunque *in motu conſtitutorum* poſt illorum mutuam actionem ſervat eandem directionem atque celeritatem quam habebat ante actionem, 134. 143. 152. 158
— totius *Univerſi* utrum progrediatur, 134
— *Penduli compoſiti* utrum ad eandem altitudinem aſcendat ſive *Gravia Pendulum conſtituentia* ſejunctim moveantur ſive ſimul, 136
— de *Centro Gravitatis* Theorema propoſitum a LEIBNITIO, 144
— — ab HUGENIO laudatum, 144
— — a BERNOULLIO demonſtratum, 152
— corpus poſitum in *Centro Gravitatis Trianguli* vel *Pyramidis* triangularis, quo caſu quieturum, 153
— *Percuſſionis* quomodo inveſtigetur poſita *Virium* æſtimatione *Leibnitiana*, 116. 123. 134. 136. 146
— — idem eſt ac Centrum *Oſcillationis*, 154

Centrum *Oſcillationis* inventum a BERNOULLIO, I. 136. 153
— de eo cum HUGENIO ſentiendum cenſet LEIBNITIUS, 146
— idem eſt ac Centrum *Percuſſionis*, 154
CHEVREUSIUS (*Dux*) comite utitur LEIBNITIO, II. 178
CHEYNÆUS mittit LEIBNITIO ſuam *Methodum Fluxionem inverſam*, 95
— de eo libro LEIBNITII judicium, 95. 97. 98. 105. 123. 129
— BERNOULLII animadverſiones, 95. 111
— — eas BERNOULLIUS mittit CHEYNÆO, 111. 113
— utrum eadem utatur methodo pro quadraturis, qua CRAIGIUS, 105
— de BERNOULLII *animadverſionibus* LEIBNITII judicium, 111
— — — CRAIGIUS illas accipit, 115. 120
— — — & reſpondet, 121
— — — huic reſponſo reſpondet BERNOULLIUS, 122
— — — iterum BERNOULLIO reſpondet, 127
— MOIVRÆI animadverſiones, 122
— — de his BERNOULLII judicium, 122
— — & LEIBNITII, 130
— illis reſpondet CHEYNÆUS, 140. 159
— librum ſcribit de *Veritate Religionis*, 140
CHIRACUS *Anatomiæ* Profeſſor *Monſpelienſis* laudat BERNOULLII *Diſſertationem* de *Motu Muſculorum* & ab eo petit quomodo diſcere poſſit *calculum infinitеſimalem*, I. 42. 49
Chronicum ALBERICI Monachi *Trium Fontium*, 37
Circuli *Quadratura* arithmetica a quo prius inventa, a LEIBNITIO an a GREGORIO, II. 309. 313. 317. 320. 337. 341
— pro *Circulo* Series LEIBNITII & BROUNKERI, I. 227
— hiſtoriam parat LAGNIUS, II. 300. 302
— & *Hyperbolæ Quadratura* quibus *Curvis* inſerviat, I. 14
Circuli Arcus & *Radio* datis invenire *ſinum* rectum, 16
— *Arcum* æqualis *datæ rectæ* determinatus, 176
Circuli Oſculatores quot in punctis *Curvam* tangant in ipſo *Oſculo*, de ea re controverſia inter LEIBNITIUM & *Jacobum* BERNOULLIUM, 33. 43. 51. 78
— de ea *Controverſia* BERNOULLII ſententia, 43. 78
— — de ipſa re quid ſentiat BERNOULLIUS, 61. 78
— — — quid LEIBNITIUS, 68
— — — qui tranſit in BERNOULLIORUM ſententiam, 83. 91
— eorum *Radii* facile deducuntur ex calculo *differentiali reciproco*, 34. 43
— — & per ſecundas *Differentias*, 44
— utiliter in *Opticis* ſubſtituuntur *Conicis Sectionibus*, 185
&

— — & aliis *Curvis*, I. 196
— — quod prior indicat LEIBNITIUS, 185. 196
— — hujus rei petit explicationem BERNOULLIUS, 204
— adhibiti ad *Catenariam* determinandam, 254
Ciſſoïs, ejus *Quadratura* redacta ad *Quadraturam Circuli*, II. 55
— *Rectificatio* duplici modo exhibita, 55
CLARKIUS cum LEIBNITIO de *Philoſophia* diſputat, 381. 390. 396
— hujus diſceptationis *occaſio* & *hiſtoria*, 381
Claſſium *Evolutiones* tractat P. HOSTE *Jeſuita*, 3
— de hoc libro LEIBNITII judicium, 3. 6. 17
CLAVIUS cum PELETTARIO diſputat de *Angulo Contactus*, & de hac Controverſia BERNOULLII judicium, I. 91
Clepſydra lucida quomodo parari poſſit, II. 27
CLUVERIUS impugnat *Archimedeam Parabolæ* Quadraturam, I. 173. 455
— LEIBNITII reſponſio, 173. 455. 457
— de Homine LEIBNITII judicium, 174
— — & BERNOULLII, 180
— laudatus, 230. 233. II. 25
— in eum ſcribit NIEUWENTIITIUS, I. 241
— edit quædam Schediaſmata mathematica, 443. 447. 455
— — de quodam ex illis quid BERNOULLIUS ſentiat, 452
— promittit novum *Miſcroſcopii* genus magnitudinem augens in infinitum, II. 94
Coëfficientes *Poteſtatum Polynomii* cujuſcunque, quomodo poſſint inveniri ſecundum BERNOULLIUM, I. 54
— pro ea re LEIBNITIUS Regulam excogitat, 47. 66
— — quæ cum *Bernoulliana* coincidit, 66
Coëvolutio Curvarum a LEIBNITIO adhibita ad *Curvas* transformandas in alias æquales & diverſi generis, II. 102. 108. 134. 140. 142. 144
— hanc Methodum perficit BERNOULLIUS, 146. 149. 156
COLBERTUS laudatus, I. 358. II. 178
COLBERTUS (*Croiſſius*) laudatus, 178
Colorum Theoria nova *Newtoniana* edita, 106. 123
— de hoc libro LEIBNITII judicium, 124. 235
— — & BERNOULLII, 216
— de illis experimentum a NEWTONO traditum & a MARIOTTO impugnatum, 213. 216. 234
— — de hoc quid ſentiat BERNOULLIUS, 242
— — — & LEIBNITIUS, 245

— de illis multa nova detegenda ſupereſſe putat LEIBNITIUS, 213
Collegium inſtitutum ut opificia deſcribantur, I. 369
COLLINSIUS, ejus *Commercium Epiſtolicum* collectum & examinatum a *Regia Societate Londinenſi*, II. 283
— editum, 299
— quid de eo ſentiat LEIBNITIUS, 286. 291. 301. 302. 313. 320. 325. 341
— & BERNOULLIUS, 300. 308. 315. 316. 327. 334. 343
— qui illud recenſet, 308. *& ſeq.*
— hac *recenſione* vult uti LEIBNITIUS, 321. 323
— — & quidem utitur, 330. 337. 376. 378
— Recenſetur in *Tranſactionibus Philoſophicis*, 364. 367
Commercium *Animæ* & *Corporis* quomodo fieri putet LEIBNITIUS, I. 69
— cujus ſententia ut ſibi aperiatur petit BERNOULLIUS, 427
— ubi expoſita reperiatur, 430
— utrum nova ſit, 434. 439
— difficultas inde educta, 483. II. 2
— de ejus certitudine, 364
Communicatio *motus*, de ea REGULÆ a CARTESIO traditæ utrum ſubvertantur doctrina nova de *viribus vivis*, I. 103. 106
— utilis eſt demonſtrandis *Viribus vivis*, ſi corpora oblique in ſe incurrant, 114. 121
— ſi tria corpora æqualia concurrant, quando duo in unum totam vim ſuam transferant, 121
— ejus Regula, 125
— regula generalis a BERNOULLIO tradita, 135
— — & a LEIBNITIO, 145
— eas tradit MALLEBRANCHIUS in ſuo libro de *Inquiſitione Veritatis*, & poſtea mutat a LEIBNITIO perſuaſus, 307
— quibus approbantibus conſcriptus fuerit liber complectens novas has MALLEBRANCHII Regulas de *Legibus & communicatione motus*, I. 343
— — LEIBNITII ſententia, 316
— regulas tradit LA HIRIUS, 344
— — inde deductæ conſequentiæ, 344
— — unde eas fortaſſe hauſerit LA HIRIUS, 346. 348
Complanatio *Superficierum Conoïdicarum & Sphæroïdicarum* a *Jacobo* BERNOULLIO tradita, 208. 212
Compoſitio *motuum* a BERNOULLIO adhibita ad *Vires vivas* demonſtrandas, 113
— LEIBNITIO approbante, 121

— de

— de ea re *Theorema* quoddam a LEIBNITIO propoſitum, I. 144
— — a BERNOULLIO demonſtratum, 152
Compreſſio *Aëris* utrum illi minorem ſe dilatandi vim tribuat quam pro *Denſitatis* ratione, 455. 460. 477
— ejus proportio, 458
— quomodo ſit æſtimanda, 479. 482
— utrum æqualis ſit in omnibus partibus, ex quibus *Aër* conflatur, 458. 475. 479. 482
Conatus excuſſorii, ſive vires centrifugæ, quam rationem inter ſe habeant in Corporibus in gyrum motis, 115. 123. 133
— nihil aliud ſunt quam celeritates elementares, 123
Conatus paracentrici, numquid in iis deſideretur, II. 353. 357
— quid hac in materia compererat BERNOULLIUS, 357
Conatus inſiti, quid, I. 409
— quid ex his oriatur, 415
— an dentur, 419
Conoïdum ſuperficies a *Jacobo* BERNOULLIO tractatæ, 212
Conſtructio æquationum differentialium nititur ſeparatione indeterminatarum, 7
— curvæ cujuſdam percurrentis, 8
— problematum ſolidorum & ſuper-ſolidorum, per approximationem Geometricam, 222. 228
Continuitatis lex. Quid hac de materia meditatus ſit LEIBNIUS, 300. II. 100
— num uſum habeat late patentem, I. 306
— an omnibus innoteſcere poſſit, II. 110
CONTIUS (*Abbas*), nobilis *Venetus*, in reconditiore Geometria peritus, 223
— quid ad *Pariſinum* amicum ſcripſerit ex Anglia, 364
— *Pariſiis* diſcedens Epiſtolam ad LEIBNITIUM reliquit, 365
— problema per eum *Anglis* a LEIBNITIO propoſitum, 367
— Litteras, quas a NEWTONO acceperat, ad LEIBNITIUM, miſit, 375
— ad eum mittitur Problema quoddam *Bernoullianum*, 380
Contractio animalis utrum mors ſit, I. 415
— *μετεμψύχωσιν* quodammodo ſapit animalium Contractio, 420
— *μεταμόρφωσεως* potius quam *μετεμψυχώσεως* ſpecies eſt, 424
— in ea craſſiora tantum animalis organa pereunt ac diſſolvuntur, 430
— illius Syſtema latius explicatur, 435
CORDEMOIUS *Carteſianus* quid crediderit de *Atomis*, 316
Corium an ita muniri poſſit, ut *aëri* pervium non ſit, II. 71

Corpora actionibus ſuis *centrum gravitatis* quieſcens vel motum non turbant, I. 134
Corporum *natura* aut *eſſentia* in quo ſita, 62. 65. 68. 69. 382. 389. 398. 402. 404. 407. 413. 417. 423. 427. 429. 432. II. 92. 95. 102. 106
— Aſcenſus *quadratis celeritatum* proportionales, cur, I. 63
— Aſcenſus continui an minus virium requirant quàm interrupti, II. 3. 6. 7
— plurium motorum commune *gravitatis centrum*, I. 134
— Indifferentia ad *motum* & *quietem*, an vera, 164
— Extenſio, II. 279
— Durities explicata, I. 300. 307
— humanorum reſurrectio, 376
— Elaſticitas utrum accidentalis an neceſſaria, 377. 379
— infinite velocium actio eadem eſt in Corpora quieſcentia ac in Corpora velocitate finita prædita, ſecundum BERNOULLIUM, 102. 110. 130. 149. 160. 174
— — ſecus autem ſecundum LEIBNITIUM, 105. 120. 139. 156. 168
De actione materiæ gravificæ in Corpora vide, *Gravifica*.
Corporis & Animæ *Commercium*, vel *Harmonia præſtabilita*, 69
— hujus Syſtematis explicationem petit BERNOULLIUS, 427
— ubi expoſitum illud ſyſtema reperiatur, 430
— — utrum novum ſit, 434. 439
— contra illud Syſtema difficultates, 483. II. 2
— — de ejus certitudine, 364
Corpus a pluribus Potentiis ſimul impulſum qua directione feratur, I. 144
— hujus Theorematis Demonſtratio, 152
— majoris *potentia* utrum tota transferri poſſit in *minus* quieſcens, 109. 121
Correctio *Bernoulliana*, ſeriei ſummatoriæ a LEIBNITIO traditæ, 40
Coſmotheoros HUGENII editus, 378. 380
CRAIGIUS, ejus liber de *Quadraturis* a BERNOULLIO oppugnatus, 44
— a LEIBNITIO defenſus, 49
— — BERNOULLII reſponſio, 60. 68. 77. 83
— animadvertit quendam BERNOULLII lapſum, 447
— — BERNOULLII reſponſio, 452
— de ejus methodo pro *Quadraturis* LEIBNITII ſententia, II. 105
— laudatus, 123
— aggreditur Problema de Curvarum transformatione, 133. 140
— — de hoc tentamine judicium BERNOULLII, 215. 219. 222

errorem

— — errorem ſuum candide agnoſcit, II. 265
Culcitæ aere ſuffertæ, 71
CUNÆUS, quædam ad eum pertinentia, I. 455. II. 318
CUPERUS laudatus, 94
Curva *rigida prædeſcripta* cur a LEIBNITIO adhibita in ſuo *Tetragoniſmo generali per motum*, I. 4
— *Tangens* ſingulas *Parabolas* deſcriptas a Globis ejectis ex ſingulis *Mortarii* elevationibus eſt *Parabola*, 17
— — quæ determinari poteſt per vulgarem Geometriam *Carteſianam*, 17
— *Iſochrona* a LEIBNITIO determinata, 206
— — *Paracentrica* a LEIBNITIO conſtructa per *rectificationem*, 23. 34
— — — ſimplicius autem a BERNOULLIO, 34
— — infinitæ per quodvis punctum duci poſſunt, 44
— Tranſiens per puncta *flexuum* omnium *Curvarum* eidem *Æquationi differentiali* ſatisfacientium a BERNOULLIO determinata, 44
— — hanc methodum probat & promovet LEIBNITIUS, 50
— Tranſiens per puncta ubi *Curva* ſatisfaciens eidem *Æquationi differentiali* habet inclinationes datas, 50
— Tranſiens per omnia puncta *maximæ* vel *minimæ latitudinis*, 51
— *Ordinaria* abſcindens partem imperatam a figura data contenta duabus rectis & Curva ordinaria, quomodo poſſit obtineri, 229
— *Segmentorum*, id eſt, rectas per datum punctum actas ita ſecans ut *Segmentorum datæ Poteſtates* datam ſummam conficiant, determinata a LEIBNITIO, 247
— — de hoc Problemate FERMATIUS agit cum CARTESIO, 207. 209. 212. 224
— — ejus *Analyſis*, 258
— — — qua occaſione illam excogitaverit, 257. 261. 269
— — id facit infinitis modis generalibus, 248
— — in ſuam ſolutionem LEIBNITII annotatio, 251
— — *Leibnitianam* ſolutionem probat BERNOULLIUS, 255
— — in eam BERNOULLII obſervatio, 261
— — — LEIBNITII reſponſio, 268
— — & a BERNOULLIO, 255
— — — ejus *Analyſis*, 255
— — — — in hanc BERNOULLII ſolutionem animadverſio LEIBNITII, 247
— — — — BERNOULLII reſponſio, 255
— — ſeries infinitas, quarum quælibet infinities infinitas complectitur hujus Problematis ſolutiones, habet BERNOULLIUS, 255

— — qui ex iis quandam exhibet, I. 256.
— — atque a NEWTONO, 262. 266.
— — — hujus methodum probat & promovet BERNOULLIUS, 262.
— — — qui eam extendit ad *Curvas* in quibus data eſt *differentia Poteſtatum Segmentorum*, 265
— — — LEIBNITII animadverſio, 270
— — — ejuſdem fundamentum, 263
— — in NEWTONI ſolutionem animadverſio LEIBNITII, 288
— — quam probat BERNOULLIUS, 272
— rectam ita ſecans ut *Solidum* ſub uno *Segmento* & *Quadrato alterius ſit conſtans*, & tranſcendens inventa a BERNOULLIO, 248. 257. 263
— — curvæ hujus tranſcendentis *Analyſis*, 275
— — *Algebraïcam* detegit LEIBNITIUS, 248. 260.
— — — de ea BERNOULLII ſententia, 263. 275
— — — LEIBNITII reſponſio, 269. 278
— — algebraïcam reperit ipſe BERNOULLIUS, 263
— — — qui ſuam exhibet *Analyſin*, 264
— — in eam obſervatio LEIBNITII, 270. 278
— — — BERNOULLII reſponſio, 276
— — — ipſius BERNOULLII dubium, 281
— — — de eo LEIBNITII judicium, 288
— rectas *ab eodem puncto prodeuntes* ita ſecans ut *Rectangulum Segmentorum* ſit conſtans; Hujus Curvæ *Analyſis*, 272.
— rectas *parallelas* ita ſecans ut *Rectangulum Segmentorum* ſit conſtans; Hujus Curvæ *Analyſis*, 273.
— rectas ita ſecans ut *Segmentorum ſumma* ſit conſtans *Analyſis*, 274.
— rectas ita ſecans ut conſtans ſit *aggregatum* ex *Segmentorum Poteſtatibus* determinata, 275.
— *Segmentorum*, nempe cujus *Ordinatim applicatæ* ſunt *Segmentis circularibus* proportionales, ſolvit Problema *celerrimi deſcenſus*, 173.
— — ea eſt *Quadratrix Quadratricis Leibnitianæ*, 172.
— — ipſa eſt *Cyclois*, 178.
— *Trajectoria*, ſeu quæ infinitas *poſitione* datas *Curvas* ſecat ad *Angulum* data lege *variabilem*, 333. II. 361.
— — ſolutum a BERNOULLIO, I. 333.
— — — notanda quædam, 333.
— — de ea ſolutione judicium LEIBNITII, 334.
— ſecans infinitas *poſitione* datas *Lineas* ad *datum Angulum*. Hoc Problema propoſitum, 18.
— — ſi datæ *Lineæ* ſint rectæ, *Curva* ſatisfaciens eſt *Loxodromica plana*.

plana, ſive *Logarithmica* Spiralis, I. 18
—— —— hoc Problema in pluribus *Curvis* ſolvit BERNOULLIUS, 178
—— ſecans *Lineas* infinitas poſitione datas ad *rectos Angulos*. Hoc Problema proponitur a BERNOULLIO, 17
—— —— *Parabolas* eundem *Axem* ac *Verticem* ſed *Parametros* diverſas habentes eſt *Ellipſis*, 17. 23
—— —— *Parabolas* eundem *Axem* eandemque *Parametrum* ſed *Vertices* diverſos habentes eſt *Logarithmica*, 17
—— —— methodus ſolvendi hoc Problema tradita a LEIBNITIO, 23. 204
—— —— in eam BERNOULLII animadverſio, 179
—— —— —— LEIBNITII reſponſio, 194
—— —— *Cycloïdes* omnes ab eodem *initio* deſcriptas, quæ, 178. 283
—— —— —— ab ea ſponte fluit ſolutio Problematis de *Linea celerrimi appulſus ad rectam datam*, 283
—— —— *Cycloïdes* omnes *æquales* ſuper eadem *recta* deſcriptas, eſt *Cycloïs*, 179
—— —— *Logarithmicas* omnes *ſpirales*, eſt *Logarithmica ſpiralis*, 179
—— —— *Logarithmicas* omnes, inventa, & ejus *Analyſis* BERNOULLII, 190. 194. 209. 213.
—— —— altera methodus hujus Problematis ſolvendi per *principium opticum* a LEIBNITIO tradita, 306
—— —— in eam BERNOULLII obſervationes, 311
—— —— —— LEIBNITII reſponſio, 314
—— —— —— cui acquieſcit BERNOULLIUS, 326
—— —— hoc Problema ſolutum a *Jacobo* BERNOULLIO, 401
—— —— *Anglis* ſolvendum proponit hoc Problema LEIBNITIUS, II. 365. 371
—— —— illud ſolvit MOIVRÆUS, 376. 377
—— —— atque HERMANNUS, 386
—— —— de hujus ſolutione judicium BERNOULLII, 388
—— —— & NEWTONUS, 390
—— —— de hac ſolutione BERNOULLII judicium & WOLFII, 395. 396
—— —— pro *Hyperbolis* ejusdem *Axis tranſverſi* ſolvit BERNOULLII Filius, 367. 371. 373. 376. 380
—— —— qui eam ad *Ellipſes* transfert, 371. 376. 380
—— —— & ad *Parablas* ejusdem *Parametri*, *Verticis* & *Axis*, ſed *Exponentium variabilium*, 373
—— —— pro *Hyperbolis* ejusdem *Vertitis* & *Axis tranſverſi*, ſed *Parametrorum* variabilium, propoſitum & ſolutum a BERNOULLIO, 368

—— —— pro *Parabolis* ejusdem *Parametri*, *Verticis*, & *Axis*, ſed variorum *Exponentium*, propoſitum & ſolutum a BERNOULLIO, II. 369.
—— —— pro *Curvis*, in quibus *Radius Oſculi* ſecatur ab *Axe* in data ratione, propoſitum & ſolutum a BERNOULLIO, 373.
—— —— pro *Curvis* æquatione quadam *differentiali* definitis proponit TAYLORUS, 378
—— —— ad quas *Curvas* pertineat æquatio illa, 378
—— —— illud ſolvunt *Johannes* & *Nicolaus* BERNOULLII, 378
—— —— *Nicolai* ſolutio, 394.
—— —— hoc Problema utile ad definiendam *Curvaturam Radiorum* Lucis per *medium* inæquabiliter *denſum* tranſeuntium, I. 17. 24.
—— *Æquilibrationis*, id eſt, talis, ut quavis *Linea* data in plano verticali, duo *pondera* his duobus *Lineis*, (datæ & quæſitæ,) in eodem plano exiſtentibus, impoſita & communi funiculo per eandem trochleam *poſitione* datam transjecto alligata, ſemper & ubicunque ſint in *æquilibrio*, hoc *Problema* ſolutum ab HOSPITALIO & a BERNOULLIO, 29. 60.
—— —— Hæ ſolutiones laudatæ a LEIBNITIO, 33.
—— —— Ejusdem in has ſolutiones obſervatio, 49. 60.
—— —— ſolutum etiam a *Nicolao* BERNOULLIO. 44. 60.
—— —— *Preſſionis æquabilis*, quæ ſcilicet ſemper æquali *vi centrifuga* premitur a *grave* libere deſcendente. Proponitur & ſolvitur hoc Problema a BERNOULLIO, 30. 134.
—— *Celerrimi deſcenſus*, vel *Brachyſtochrona*, ſive *Tachyſtoptota*, ea nempe, per quam in plano verticali exiſtentem, & per duo data puncta tranſeuntem, *grave* propria *gravitate* deſcendens breviſſimo tempore perveniat ab uno horum punctorum ad alterum. *Hoc Problema* propoſitum & duplici modo ſolutum a BERNOULLIO, 167. 271
—— —— LEIBNITII ſolutio, 172
—— —— Ejusdem Theorema hinc deductum, 173.
—— —— hoc Problema laudatum, 172. 177. 253
—— —— in LEIBNITII ſolutionem animadverſio BERNOULLII, 177
—— —— ea eſt *Cyclois*, 178
—— —— cur a BERNOULLIO dicatur Brachyſtochrona, 178. 185. 190.
—— —— LEIBNITIANÆ ſolutionis fundamentum, 183.
—— —— ejus ſolutio a SALVATORE tentata, 233. 234.
—— —— —— in hanc ſolutionem animadverſiones LEIBNITII. 236. 240.
—— —— —— in eandem BERNOULLII obſervationes, 242
—— —— a quibus ejus ſolutio poſſet expectari judice LEIBNITIO, 247

ſolutio

— — solutio HOSPITALII, I. 249. 253. 260
— — — in eam animadversiones BERNOULLII, 249
— — — & LEIBNITII adnotationes, 249
— — — nova BERNOULLII dubia, 254
— — — LEIBNITII responsa. 259
— — illud solvit *Jacobus* BERNOULLIUS, 251. 253. 260
— — — & NEWTONUS, 266
— — de eo agit TSCHIRNAUSIUS, 281. 287
— — illud alii frustra aggrediuntur, 287
— — Methodi fundamentum, 290. 315
— — in illud BERNOULLII observationes 310. 328
— — hujus Problematis casus particulares a BERNOULLIO recensiti, 179
— *Brachystochrona datæ longitudinis* indaganda proponitur, 265. 310. 328
— *Synchrona*, ad quam scilicet appellunt *eodem tempore* Mobilia *propria gravitate* per infinitas *Cycloides* ab eodem puncto eodem tempore cadentia, determinatur a BERNOULLIO, 178. 190. 194. 294
— — quomodo eam invenerit, 178
— — per hanc solvit Problema de *Cycloide Citissimi appulsus ad rectam positione datam*, 283
— *Synchrona* pro quibuscunque *Curvis* datæ speciei determinata a BERNOULLIO, 286. 294
— — hujus *Tangens* facile potest determinari secundum LEIBNITIUM, 290. 303. 314
— — secus autem secundum BERNOULLIUM, 293. 309. 314. 323
— — methodus id efficiendi a LEIBNITIO proposita, 319
— — Qui hinc perficit *Calculum integralem*, 322
— — a BERNOULLIO probata & promota, 330
— — ejusdem judicium de nova hinc educta *Calculi integralis* promotione, 337
— — inventa a BERNOULLIO, 325
— *Synchrona* ipsa semper quidem haberi potest, sed difficile judice BERNOULLIO, 294
— quomodo ea possit obtineri secundum LEIBNITIUM, 303. 314
— de hoc BERNOULLII sententia, 309. 326
— secunda methodus LEIBNITII, 317
— — de ea BERNOULLII judicium, 323
— de hujus *Tangente* ad rectam *positione* datam parallela, 337. 343
— *Synchronarum* & *Undarum* ad *Radios* convenientia, & hujus con-

venientiæ uſus ſecundum LEIBNITIUM, I. 306. 314
—— —— de ea re ſententia BERNOULLII, 311
—— *Multigibba* conſiderata a BERNOULLIO, II. 163
—— —— utilis ad *Curvas* in ſe redeuntes transformandas in alias, 163. 166
—— —— utrum ſemper ad eaſdem partes concava, 184. 186
—— —— & ad eas reducendas ad *Circulares* per *approximationem* celerrimam, 164
—— —— —— hinc demonſtratur Regula a *Practicis* quibuſdam tradita pro comparandis *Perimetris Ellipticis* cum *Circularibus*, 165
—— —— —— & deducitur *Theorema* pro commutanda *Curva* quavis intra duos Arcus *Circulares* quantumvis ſibi propinquos, 214
—— —— —— quod applicatur *Ellipſi*, 217
—— —— —— de his LEIBNITII judicium, 171
—— —— —— qui hanc Methodum applicat *Circulo*, 172
—— —— —— eam BERNOULLIUS extendit ad *Curvas* omnes, 174
—— —— —— & ad *Circulum*, 176
—— —— —— unde prodit nova ratio deſcribendi *Quadratricem* DINOSTRATI, 176
—— —— —— in hanc methodum LEIBNITII difficultas, 184. 211
—— —— —— ſoluta a BERNOULLIO, 186. 211
—— —— hoc problema tentatur ab aliis, 265
—— *Citiſſimi appulſus*, ea videlicet, per quam *Grave* deſcendens ſua *gravitate* minimo tempore perveniat ad rectam *poſitione* datam. Hoc Problema propoſitum pro *Cycloidibus* a *Jacobo* BERNOULLIO & a *Johanne* ſolutum ope ſuæ *Synchronæ*, I. 283
—— —— qui illud, ope *Synchronæ*, ſolvit etiam pro quibuſvis *Curvis* alterius *ſpeciei*, ſed omnibus ejuſdem *ſpeciei* & *Baſeos*, 286
—— —— de hac ſolutione judicium LEIBNITII, 289
—— —— qui putat facile deſcribi poſſe *Synchronam* quæ tangat rectam *poſitione* datam, 290. 303
—— —— quam difficile ſit *Synchronam* deſcribere *Tangentem* ducere ad eam, & multo magis tangentem datæ rectæ *parallelam*, 294
—— —— pro hac re methodus BERNOULLII, 309
—— —— aliam obumbrat LEIBNITIUS, 317
—— —— methodum has tangentes ducendi excogitat LEIBNITIUS, 319
—— —— qui inde perficit Calculum *integralem*, 322
—— —— de hac ſecunda methodo judicium BERNOULLII, 330
—— —— qui eam explicat generaliſſime, 331
—— —— hoc Problema ſine *Sinchrona* conſideratione ſolvit BERNOULLIUS, 310
—— —— —— ejus *Analyſis*, 324

quomo-

—— —— quomodo hoc Problema ſolvi poſſit, ſecundum LEIBNITIUM, ubi *Curvæ* non ſunt *ſimiles*, I. 334. 343
—— —— & ſecundum BERNOULLIUM, 338. 343
—— —— ſolutum in *Circulis*, 325
—— quæ cum alia *data* ſit æqualis Arcui *Circulari*, conſtructa a BERNOULLIO, 81
—— quæ una cum alia *irrectificabili* data *rectificari* poſſit, determinata a BERNOULLIO, 366
—— ex infinitis *Ellipſibus* æqualia *Spatia* vel *Arcus* æquales reſecans, 310
—— *Elliptica* ad *Circularem* reducta per cellerrimam approximationem, II. 164
—— —— regula vulgo ad hoc tradita demonſtratur, 165
—— —— regula nova & facillima, 214
Curva (*de*) in Curvam *Differentiatio* explicata, I. 319
—— —— generalius tradita, 330
—— —— hinc perficitur *Calculus integralis*, 322
—— —— —— de hoc BERNOULLII judicium, 337
—— *Superficies*, in eam quomodo definiatur linea *breviſſima* de puncto ad punctum, ſecundum LEIBNITIUM, 343. 387
—— —— in hanc methodum obſervatio BERNOULLII, & hujus methodus, 393
—— —— idem præſtat *Jacobus* BERNOULLIUS, 387. 401
Curvæ *Geometricæ*, quæ, 8
—— *Mechanicæ*, quæ, 8
—— *Percurrentes*, quæ, 8
—— —— primum conſideratæ a BERNOULLIO, 7. 14
—— —— & a LEIBNITIO, qui eas appellat *exponentialiter tranſcendentes*, 10. 13. 18
—— —— hujus modus procedendi, 10
—— —— harum puncta omnia geometrice poſſunt inveniri, 77
—— —— omnes conſtruuntur per *Logarithmicam*, 8. 10. 90
—— —— cujuſdam *conſtructio*, *tangens*, & *quadratura*, 8
—— —— —— in quadraturam iſtam adnotatio LEIBNITII, II
—— —— —— qui aliam exhibet, II. 12
—— —— —— ad LEIBNITII adnotationem BERNOULLII reſponſio, 15
—— —— —— in BERNOULLII reſponſionem animadverſio LEIBNITII, 19
—— —— —— in hanc BERNOULLII obſervatio, 25
—— —— —— LEIBNITII reſponſio, 30
—— —— conſideratæ a NIEUWENTIITIO, 70
—— *Tranſcendentes*, utrum omnes *percurrentes*, 77. 83. 91

—— —— ſi id eſſet omnium *Spatiorum quadraturæ* alteræ ab alteris mutuo dependerent, I. 91. 94. 102
—— —— quarum puncta omnia poſſunt geometrice aſſignari, 49
—— —— methodus talium *Curvarum* inveniendarum in quo conſiſtat, 59
—— —— —— de hac methodo LEIBNITII judicium, 68
—— —— aliæ hac proprietate præditæ, 77
—— —— utrum omnes habeant aut nullam, aut duas, aut tres non vero *infinitas* (niſi ipſæ ſint *quadrabiles*) partes *quadrabiles*, 202
—— *Quadrabiles* quædam, 41
—— *Retrogradæ*, quæ, 59
—— —— earum *maxima applicata* poteſt habere *elementum* infinitum, & in quavis data ratione cum *elemento abſciſſæ*, 59
—— —— poſſunt in uno puncto habere infinitas Tangentes ſecundum LEIBNITIUM, 67. II. 170
—— —— —— & ſecundum BERNOULLIUM, I. 76
—— —— quomodo genitæ concipiendæ ſint, 67. 76
—— —— —— Difficultas hinc exſurgens, 77
—— —— —— —— ſoluta a LEIBNITIO, 83
—— —— —— altera pariter a LEIBNITIO ſoluta, II. 161. 170
—— —— *Algebraïcæ* & in ſe *redeuntes* omnes ſunt *rectificabiles*, I. 201 206
—— conſtruendæ ex data *Tangentium conditione*, pro iis methodum excogitat LEIBNITIUS, II. 17
—— —— qui tradit etiam methodum eas deſcribendi per appropinquationem, 34
—— —— quædam deſcriptæ a BERNOULLIO, 14
—— —— hujus methodus unde derivata, 34
—— —— aliquando deſcribuntur per *interſectiones* infinitarum *Curvarum*, II. 14. 34
—— —— —— tunc plerunque ſunt *algebraïcæ* aut *algebraïcarum* evolutione formatæ, 14
—— *Algebraïcæ*, utrum omnes habeant aut nullam aut *infinitas* partes *quadrabiles*, 202
—— —— quænam, quamvis *inquadrabiles*, infinitas habeant partes *quadrabiles*, 224
—— *Algebraïcæ* & in ſe *redeuntes* quæ *rectificabiles*, 201. 206
—— —— utrum omnes illæ, quæ *Segmentum* aut *Semiſegmentum* habent *quadrabile*, ſint *indefinite quadrabiles*, 207
—— quædam unum habent ſpatium *quadrabile*, 239
—— —— exemplum, 224

quænam

—— quænam in puncto habeant infinitas *Tangentes*, 67. 76. II. 170
—— aliarum *evolutione* deſcriptæ; ea de re difficultas quædam propoſita, I. 76
—— —— ſoluta, 83
—— non omnes deſcribi poſſunt per *Focos*, ſecundum BERNOULLIUM, 81
—— quomodo deſcribi poſſint per *Focos* ſecundum LEIBNITIUM, & quid ab ipſo de hac re deſideraretur, 84
— Determinatæ ex mutua plurium punctorum relatione notæ fuerunt FERMATIO, 207. 209
Plura vide in *Curva Segmentorum*,
— Quomodo poſſint cum *Circulis* comparari per *motum reptorium*, II. 163. 164. 172. 174. 214. 217
— Reductæ ad *Arcus* circulares, I. 102
— Aliquæ, quanquam *indefinitè rectificabiles* non ſint, habent tamen *infinitas* partes *rectificabiles*, 202
— Aliquæ, quanquam *indefinitè quadrabiles* non ſint, habent tamen *infinitas* partes quadrabiles, 202
— — Quænam hac proprietate præditæ ſint, 224
— — Hujus generis eſt *Cycloïs*, 202
— — Et alia *Curva* deſumpta ex *Lunula* HIPPOCRATIS, ejus *Ordinatis* ad *Axem* applicatis, 202. 207
— — Quam proponit LEIBNITIUS, 202
— — Et quadrat BERNOULLIUS, 209
— *Maximi* & *Minimi* proprietate præditæ non ſemper facile determinantur, 47. 55
— — Id LEIBNITIUS tentat per *Seriem*, 48
— — In hoc tentamen difficultas BERNOULLII, 56
— — — LEIBNITII reſponſio, 67
— — Quædam proprietatem habent quandam valde notabilem, 286. 298. 306
— — Difficultas quædam ad eas pertinens ſoluta a LEIBNITIO, II. 161
— — BERNOULLIO approbante, 170
— *Flexu contrario* præditæ in ipſo *Flexûs* puncto *Radium Oſculi* non ſemper habent *infinitum*, ſed aliquando *nihilo* æqualem, I. 59
— Quædam, quæ neque per *Carteſianam* neque per *infiniteſimalem* Geometriam determinari poſſunt, 203
— *Parabolicæ* & *Hyperbolicæ* cujuſcunque gradus, atque innumeræ aliæ *Curvæ Algebraïcæ* a BERNOULLIO transformatæ in alias æquales & diverſi generis, 367
Curvarum Tangentes ex *Focis* determinatæ ab HOSPITALIO, 211

— — De hoc judicium LEIBNITII, I.211
— — Et deſiderata, 212
— — Idem præſtitum a TSCHIRNHAUSIO, FATIO, & LEIBNITIO, & quomodo, ipſo LEIBNITIO judice, 212. II. 117
— Quarundam proprietas notabilis ad *maxima* & *minima* ſpectans a BERNOULLIO detecta, I. 286
— — Quomodo in illam inciderit, 298
— — LEIBNITII reſponſio, 306
— *Arcus* comparati, 366
— *Coëvolutio* a LEIBNITIO applicata ad *Curvas* in alias æquales & diverſi generis transformandas, II. 102. 134
— — Qui hanc methodum ad plures transformandas & addendas extendit, 108
— — De ea BERNOULLII judicium & LEIBNITII reſponſio, 140
— — Qui dat ejus rei exemplum, 142
— — Et obſervationes quaſdam, 144
— — Ad has obſervationes reſponſio BERNOULLII, qui hanc methodum perficit, 145
— — LEIBNITIO approbante, 149
— — BERNOULLII *Analyſis* huc pertinens, 156
— *Rectificatio*, I. 81. 84. 201
— — Ad eam pertinentia deſiderata, 366
— — De ea re ſententia *Jacobi* & *Johannis* BERNOULLIORUM atque LEIBNITII, II. 201
— *Quadratura* generalis per motum a LEIBNITIO tradita & BERNOULLIO probata, I. 4. 6
— Quarum *Quadratura* ſemper poſſit haberi, 41
— — Deſiderata ad eam pertinentia, 5. 9
— — Reducenda eſt ad earum *rectificationem*, 5. 9. 367
— Quarum *Quadratura* reduci poſſit ad *Quadraturam Circuli* & *Hyperbolæ*, 14
— De hac re deſiderata, 15. 23
— — De ea liber NEWTONI, II. 124
— — *Irrationales* ad *rationales* reductæ a LEIBNITIO, 80
— — Ad *Seriem* quomodo reducatur, I. 12. 219
— — De hac methodo BERNOULLII judicium, 15
— — Omnes per *Seriem* expreſſæ a BERNOULLIO, 15
— — — Hanc inveſtigat LEIBNITIUS, 22
— — — Illius fontem monſtrat BERNOULLIUS, 28
— — — ejus nova demonſtratio, 75
— — *Seriem* aliam exhibet LEIBNITIUS, 35. 99. 104

— — Quam

— — Quam corrigit BERNOULLIUS, I. 40
— — LEIBNITIO approbante, 46
— — De hac re Librum ſcribit CRAIGIUS, 50
— — In eum LEIBNITII obſervatio, 50
— — In hanc adnotatio BERNOULLII, 60
— *Algebraïcarum enumeratio* an bene facta a TSCHIRNHAUSIO, 71
— — Quæ ibi *Curvæ* deſiderentur, 80
— — *Secundi gradus* tradita a NEWTONO, II. 124
— — — LEIBNITII judicium, 124. 331
— — — BERNOULLII reſponſio, 334
— — — Hunc tractatum examinare aggreditur *Jacobus* BERNOULLIUS, 335
— *Transformatio*, I. 367
— — Per *motum reptorium* a BERNOULLIO excogitata, II. 163. 166. 184. 186
— — Qui hinc educit rationem eas reducendi ad *Circulares* per celerrimam approximationem, 164
— — Hinc demonſtratur Regula a *Practicis* quibuſdam tradita pro comparandis *Perimetris Ellipticis* cum *Circularibus*, 165
— — Et deducitur *Theorema* pro commutanda *Curva* quavis intra duos arcus *Circulares* quantumvis ſibi propinquos, 214
— — Quod applicatur *Ellipſi*, 217
— — De his LEIBNITII judicium, 171
— — Qui hanc Methodum applicat *Circulo*, 172
— — Eam BERNOULLIUS extendit ad *Curvas* omnes, 174
— — Et ad *Circulum*, 176
— — Unde prodit nova ratio deſcribendi *Quadratricem* DINOSTRATI, 176. 179
— — In hanc Methodum LEIBNITII difficultas, 184. 211
— — Soluta a BERNOULLIO, 186. 211
— — Hoc Problema tentatur ab aliis, 265
— Per *Coëvolutionem* a LEIBNITIO excogitata, 102. 134
— — Qui hanc Methodum ad plures transformandas & addendas extendit, 108
— — De ea BERNOULLII judicium & LEIBNITII reſponſio, 140
— — Qui dat ejus rei exemplum, 142
— — Et obſervationes quaſdam, 144
— — ad has obſervationes reſponſio BERNOULLII qui hanc Methodum perficit, 145
— — LEIBNITIO approbante, 149

— — BERNOULLII *Analyſis* huc pertinens, II. 156
— Id LEIBNITIUS efficit modis innatis, 95. 97
Curvatura *Radii* per *medium* inæqualiter denſum tranſeuntis, quomodo poſſit definiri ſecundum BERNOULLIUM, I. 17. 173
— LEIBNITIO approbatur, 24. 185
— Hoc Problema eſt affine Problemati de Curva *Celerrimi deſcenſus*, 178. 185. 194
— Eſt *Cyclois*, ſi *medium* ſit continuè difforme, II. 148. 150. 153. 159
— *Fornicis* ſemet ſuſtinentis eſt *Catenaria*, I. 401. 403
— — Quomodo id probetur, 411
— — Quomodo fieri poſſit ut ſit quævis alia figura, 412
— — LEIBNITII difficultas, 416
— — A BERNOULLIO ſoluta, 420
Cyclois protenſa & contracta, 76. 349
— De *Curva* ejus evolutione genita difficultas a BERNOULLIO propoſita, 77
— A LEIBNITIO ſoluta, 83
— Eſt Curva *Celerrimi deſcenſus*, 178
— Et *Linea Segmentorum*, 178
— Atque *Quadratrix Quadratricis* LEIBNITII, 178
— — *Citiſſimi* ad *rectam* datam *appulſus determinatus*, 283
— Ad eam perpendicularis eſt *Synchrona*, 178
— *Evoluta*, *Cauſtica*, & *Perpendicularis* perpetua eſt iſidem Cycloidi, 179
— Eſt Curva *Iſochrona*, ſeu *deſcenſuum æquivelocium*, 190
— — Hujus proprietatis Demonſtratio PARDIESII, 366. 369
— — — BERNOULLII, 366. 369. 374. 387
— — — Et BROUNKERI, 369
— Ejus æquatio a LEIBNITIO aſſignata, 194
— Ejus innotita ſegmenta *quadrabilia* determinata a BERNOULLIO, II. 61. I. 202. 232
— Et Zonæ *quadrabiles* a BERNOULLIIS *Fratribus*, II. 62
— Eſt *Curva Dentibus* rotarum aptiſſima, I. 249
— Eſt *curvatura Radii* per *medium* continuè difforme tranſeuntis, II. 148. 150. 153. 159
— Earum generalis *quadratura* ab HOSPITALIO tradita, I. 202
— Ejus pars quædam *quadrabilis* inventa ab HUGENIO, 202
— — Altera detecta a LEIBNITIO, 202. 214. 228
— Ejus *Hiſtoria* ſcripta a PASCHALIO, 224
— — Eam meditatur GRONINGIUS, 224. 232

— — Qui ad ejus calcem inſerit HUGENII notas in NEWTONUM, II. 328
— — — De hac LEIBNITII conſilia, I. 228. 443. II. 65
— — — De ea judicium BERNOULLII, 61
— — — — — Et LEIBNITII, 65
— — Aliam parat NICOLIUS, 300. 302
— Proprietas quædam notabilis, I. 285
— — Quæ tamen ei ſoli propria non eſt, 286
Cyclus *Zarlinianus* deſcriptus, II. 10
— *Kirchianus* deſcriptus, 10
— Alter novus a REIHERO & TIDIO excogitatus, 49

D

D'*ALEMBE* (DALEMBIUS) ſuccedit HALEMIO, II. 160
DANKELMANNUS (*Eberhardus*) intimus *Brandeburgici* Electoris Miniſter, LEIBNITII precibus curam ſuſcipit *Johannis* BERNOULLII ad Mathematicam Profeſſionem *Halis-Saxonum* provehendi, I. 51
— Qui LEIBNITIO committit ut eum a *Groningenſibus* vocatum *Halas-Saxonum* potius revocet, 88
Decrementa *Virium* in *mediis reſiſtentibus* ſunt proportionalia incrementis ſpatiorum, 131
— Et *decrementis decrementorum* velocitatum, aut reſiſtentiæ, 139
— ſunt, ut *quadrata Celeritatum*, poſitis æqualibus temporum elementis, ſecundùm LEIBNITIUM, 126
— — ut *cubi Celeritatum*, ſecundum BERNOULLIUM, 136. 153
— — In cujus ſententiam abit LEIBNITIUS, 139. 146
— Velocitatum, utrum Celeritatibus proportionalia, 126. 137. II. 244. 254. 259. 262
Decuſſationis punctum in Curvis ſe ipſas ſecantibus, methodo *Huddeniana* de *Maximis* & *Minimis*, determinatur, 41
Definitiones continent explicationes ſecundum LEIBNITIUM, I. 413
— Quæ, ſecundum BERNOULLIUM, 417
Dei Attributa, 423. 427. 430. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 475. 479. 485
— exiſtentia, 448
Demonſtratio *Axiomatum* neceſſaria ſecundum LEIBNITIUM, 185
— Excipiantur *indemonſtrabilia*, quæ ſunt *identicæ* propoſitiones, 196

— Secus autem juxta BERNOULLIUM, I. 190
— Hujus objectio, 205
— Responsio, 207
— *Euclideorum* Axiomatum a quibus Veterum susceptа, 196
— *A posteriori* Æstimationis *Virium*, 63
— — In eam objectio, 63
— — Responsio, 68
— — Objectiones variæ, 79. 91. 102. 335. 339. 377
— — Responsiones, 84. 95. 105. 335. 339. 343. 345. 379
— Per *motuum Compositionem* Æstimationis *Virium*, 113. 121. II. 8
— Per *Vires centrifugas*, ejusdem, I. 115. 123
— *A priori*, ejusdem, 122
— — In eam objectio, 132. 151
— — Responsio, 140. 157
— Alia, ejusdem, 143. 157. 164
— Theorematis de Corpore a pluribus simul *Potentiis impulso*, 152
Demonstrationis natura, II. 3
— Talis esse debet ut indubitatam adversariorum *convictionem* extorqueat, 3
Dentes *Epicycloidales* & eorum usum quis invenerit, I. 347. 349. II. 172. 177. 178. 257
— Omni notabili frictione carent, I. 349
— *Et motum æquabilem* procurant, 349
Descensus celerrimi Curva. Hoc Problema LEIBNITIO propositum a BERNOULLIO & duplici modo solutum, 167
— Qui eam ad LEIBNITIUM mittit *Actis Eruditorum Lipsiensibus* inserendam, 177
— Illud solvit LEIBNITIUS, 172. 183. 188. 195
— BERNOULLIUS indè eruit solutionem Problematis optici de *curvatura radii in medio variante*, 178
— Illud solvit FATIUS DUILLERIUS, 456
— — In hujus solutionem animadversio, 464
— Illud solvit HOSPITALIUS, 249
— Ut & *Jacobus* BERNOULLIUS, 253. 260
— atque NEWTONUS, 266
— Illud solvere tentat SALVATOR, 234. 237. 242
— — & alii, 267. 287
— A multis laudatum, 177
— Infinitos habet casus peculiares, 179
— Gravium, Experimenta quædam *Londini* tentata, II. 266
Descriptio *opificiorum* incepta ab *Academia scientiarum*, I. 369
DETTONVILLÆUS vel PASCHALIUS, 21

— multa

— multa invenit de Cycloide, I. 228
Diaphanorum fluidorum refrangibilitas utrum gravitati ſpecificæ aut eorum inflammabilitati proportionetur, II. 266
Diarium *Bernardinum*, cui titulus *Nouvelles de la Republique des Lettres*, 141
— Ejus locus quidam ad Calculum infiniteſimalem pertinens, 150
— *Belvallinum*, cui titulus *Hiſtoire des Ouvrages des Savans*, I. 271
— — loca quædam ad LEIBNITII Philoſophiam ſpectantia, 430. 439
— Gallioum primos Auctores habet PELISSONIUM & Abbatem DE LA ROQUE, 69
DIERGUENS Præſes in *Brabantiæ* Curia, laudatus, 378
— ejus filius Matheſeos peritiſſimus ad BERNOULLIUM miſit elegantem duplicem conſtructionem *Curvæ ciſſoidalis* in rectam extenſæ, II. 55
— — Laudatus, I. 267. 268. 287
Differentia inter actiones liberas & violentiam facientes in quo conſiſtat, 471. 474. II. 1
Differentiales æquationes ad Conſtuctionem perducuntur ſine ſeparatione indeterminatarum, I. 7
— Ad eas ſeparandas multæ ſunt viæ ſpeciales, 7
— Earum *mechanica* Conſtructio, 7
— Primi gradus, & earum Conſtructio, 34. 44
— Earum Symbolus vel notatio, II. 137
— Ad eas finitas reducendæ ſeries infinitæ, I. 49
Differentialia quomodo ſumantur in æquationibus percurrentibus, 8
Differentiatio a *Curva* in *Curvam* explicata, 319
— generalius tradita, 330
— — hinc perficitur *Calculus integralis*, 322
— — — de hac re BERNOULLII judicium, 337
Differentiæ reciprocæ ſummis vel integralibus, 36
— comparatæ cum poteſtatibus, 66
— rectanguli conſentiunt cum Binomii poteſtatibus, 46. 65
— — plurium dimenſionum cum polynomiis poteſtatibus, 47
— — unde promovetur calculus integralis, 52. 75. 83. II. 238. 243
— — utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
— — utrum ſemper æquent nihilum in Maximis & minimis, 59
— — ſeries iis utilis, 99
— — quarum exponens eſt fractus vel irrationalis, 104. 107
Dilatationis vim, quam acquirat aer compreſſus, 445
— vim, quam accipiat aer a Calore rarefactus, 458. 476
— vis aëris a Calore rarefacti, inſtrumentum, quo reperitur, 459

— — facilius prædictum experimentum inſtituitur, 477
DINOSTRATUS. Eujs *Quadratrix* novo modo deſcripta, II. 176. 179
Dioptrica quædam Obſervatio, I. 278
— ejus cauſa ex principiis opticis non potuit deduci, 278
— eruditis jam propoſita fuerat, 282
— principium utile ad determinandas Trajectorias orthogonales, 306. 327
— hoc principium multis caſibus nullius uſus eſſe poteſt, 311. 314
Directionis ſeu *progreſſus* quantitas quomodo eſtimetur, 125
— coincidit cum quantitate *progreſſus centri Gravitatis*, 135. 143. 152. 339
— in quo differat a quantitate motus, 125
— ſemper eadem conſervatur in Mundo, 125
— — quod probatu difficile putat BERNOULLIUS, 134
— hinc factum putat LEIBNITIUS ut vulgo male quantitas motus æſtimaretur, 125
— — idem ſentit BERNOULLIUS, 134
— hinc demonſtratur id quod experientia oſtendit de duobus globis *duris* ſive *elaſticis*, qui *centraliter* concurrunt cum celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora, 125. 339. 343. 344
— — & quod, ſi globus unus ita in duos *æquales* quieſcentes incurrat, ut eorum centra faciant in momento concurſus *triangulum* rectangulum, ille quieſcet tota ſua vi duobus aliis communicata, 121. 126
— hinc etiam fit (ſecundum LEIBNITIUM) ut vera maneant theoremata receptæ *mechanicæ*, item *oſcillationis*, vel *percuſſionis*, & *reſiſtentiæ* medii reſpectivæ, 126
— — BERNOULLII animadverſio, 136
— — LEIBNITII reſponſio, 148
— ex ejus conſervatione & ex conſervatione virium motricium conduntur veræ Regulæ pro *motus communicatione*, 135. 145
Directio mutata utrum mutet *mobilium* velocitatem, 115
Diſſertatio *Nicolai Nic.* F. BERNOULLII de *uſu artis conjectandi* in *Jure*, II. 217
— Laudata, 219
Diviſores *formulæ* vel *quantitatis*, vel *fractionis* vel *functionis* cujuſcunque rationalis unicam indeterminatam comprehendentis inventi, 80
— rationales æquationum quomodo poſſint inveniri docet NEWTONUS, 182
— — hujus Regulæ fundamentum detegit BERNOULLIUS, 185
— — eam demonſtrat & perficit *Nicolaus Nicolai* F. BERNOULLIUS, 185

hujus

— — hujus Schediasma, II. 189.
— — a LEIBNITIO laudatum, 210. 212
Doctos homines agere quid deceat, I. 71. 457.
Dubia BERNERII de Philosophia GASSENDI & CARTESII, 431
— ea tollere cogitat LEIBNITIUS, 431.
— liber ea continens & quando ab Auctore editus, 431. 455.
Duillerius (FATIUS) vide FATIUS.
Duritiei causa est particularum *motus conspirans*, secundum LEIBNITIUM, 301. 307. II. 246.
— & secundum BERNOULLIUM, qui argumenta nonnulla affert, I. 301
— — & hanc sententiam docet, II. 357
— eadem est causa *Duritiei* ac *elasticitatis*, I. 307
Durum & fluidum perfectum utrum dentur, 307. 312. 316. 329
DU-HAMEL (HAMELIUS) scribit Regiæ Academiæ Scientiarum Parisiensis historiam, 405. 437
— mors ejus & Successor, II. 160
DU-TALIUS, vel TALIUS (DU TAL) conficit Phosphorum mercurialem BERNOULLII, & ejus defensionem suscipit, 170
Dynamica LEIBNITII, qui ejus *Specimen* edit, I. 62
— BERNOULLII judicium, 62
— — qui *Leibnitianæ virium* seu *potentiarum* æstimationi non acquiescens, in eam objicit, 63
— — — LEIBNITII responsio, 68
— Novæ BERNOULLII objectiones, 79. 91
— — LEIBNITII responsa, 84. 95
— ei sententiæ accedit BERNOULLIUS, nonnulla tamen dubia eximenda proponit, 102
— — eximit LEIBNITIUS, 105
— illam impugnat PAPINUS, 108
— — BERNOULLII judicium & animadversiones, 109. 112.
— controversia inter PAPINUM & LEIBNITIUM renovatur, 119. 128
— LEIBNITII in PAPINUM argumenta nonnulla, 121. 139. 157
— — judicia BERNOULLII, 132. 150
— in *Leibnitianam* æstimationem difficultatem quandam notabilem movet & solvit BERNOULLIUS, 110
— — qui eam demonstrat per *motus compositionem*, 113
— — — LEIBNITIO approbante, 121
— — & per *vim centrifugam*, 115
— — — LEIBNITIO plaudente, 123

— ex ea concludit BERNOULLIUS male determinatum fuiſſe *Centrum percuſſionis*, I. 116. 126
— — & non bene a LEIBNITIO definitum *reſpectivam medii reſiſtentiam* eſſe in *duplicata* velocitatum *ratione*, ſed eſſe in *triplicata*, 116. 134. 137
— — — LEIBNITII reſponſiones, 123. 126. 146
— — — — de quibus BERNOULLII judicium, 153
— cur nova hæc æſtimatio locum habeat in *velocitatibus actualibus* non in *conatibus*, 116. 173
— & cur minima *velocitas* impreſſa alteri ex duobus corporibus in *æquilibrio* poſitis illud non magno impetu deſcendere faciat, 116. 173
— — æſtimationem ſuam LEIBNITIUS probat *a priori*, 123
— — — conſectaria, 125. 157
— — — hinc eductæ novæ Leges motus a BERNOULLIO, traditæ, 135
— — — eaſdem tradit LEIBNITIUS, qui inde nova conficit, 145
— — — — quæ BERNOULLIUS probat & promovet, 153
— — in hoc argumentum BERNOULLII difficultas, 133
— — — LEIBNITII reſponſio, 140
— — — — cui acquieſcit BERNOULLIUS, 151
— — aliud LEIBNITII argumentum *a priori*, 143
— — — quod BERNOULLIO probatur, 164
— — in hæc argumenta ſua LEIBNITII obſervationes, 170. 185
— — — & in eas BERNOULLII animadverſiones, 176. 190
— — in hanc rem objectio, 170
— — — ſoluta, 170
— — — — in hanc ſolutionem animadverſio BERNOULLII, 176
— de *Dynamica* librum ſcribit LEIBNITIUS, & qua occaſione, 144
— — ut de ea ſcribat LEIBNITIUS rogatur a BERNOULLIO, 421

E

ECliptica Terræ; de ejus *obliquitate* invenienda regula traditur ab HOLLANDERO, I. 191
— quæ explicatur, 192
— de ea LEIBNITII ſententia, 192. 197. 207
— — atque BERNOULLII, 204. 207
— ejus *obliquitas* cum *Circuli tetragoniſmo* conſentit, 197. 204
Editio libri APOLLONII de *Sectione rationis* ab HALLEIO ſuſcepta, II. 154. 159. 161

— *Arithmeticæ Universalis* NEWTONI, II. 182
— *Miscellaneorum* POLENI, 229
— nova *Principiorum* NEWTONI promissa, 223. 226. 229. 295
— — dilata, & cur, 299. 323
— vulgata; quædam ad eam pertinentia, 328. 334
— *Conicorum* APOLLONII ab HALLEIO suscepta, 291
— SERENI ab eodem, 291
— MENELAI ab eodem, 291
— *Artis conjectandi* a LEIBNITIO, flagitata, 211. 220. 225
— — Publici juris facta, 337
Effectus *formalis* a *reali* distinctus, I. 471. 474
— mirabilis Acidularum *Pyromontanarum*, II. 387
Elasticitas: ejus causa est *motus conspirans*, I. 301. 307
— & *organica* corporum *constructio*, 379
— hæc sententia explicata, 381. 398
— — & BERNOULLIO probata, 390
— corporibus est *accidentalis* secundum VOLDERUM, 377
— — *Essentialis* autem secundum LEIBNITIUM, 379
— — hujus rei ratio, 379. 381
— — & secundum BERNOULLIUM, 390
— est causa separationis corporum post *concursum*, 378
— ad eam plurima in *organicis* revocat LEIBNITIUS, II. 274
— *Aëris*: ejus causa, 277
— — utrum *Spatio* proportionalis, I. 455. 458. 477
— — de hoc experimentum a BOYLÆO indicatum, 455. 458
— — — explicatum a LEIBNITIO, 359
— — — aliter a BERNOULLIO, 477
Elementa *materiæ* insecabilia, vel *partes minimæ* non dantur secundum LEIBNITIUM, 385
— secus autem secundum BERNOULLIUM, 390
— hujus argumenta, 390. 402. 407
— LEIBNITII responsa, 398. 404
— *Numerorum* & *Linearum* dari non putat LEIBNITIUS, 397
— linearum non sunt puncta, quæ sunt illarum *limites*, 398. 402
Ellipsis ad rectos *angulos* secat omnes *Parabolas* eundem *Axem* & *Verticem* habentes, sed *Parametros* mutabiles, 17. 23
— *Linea* resecans ab infinitis *Ellipsibus Arcus* æquales vel æqualia *Spatia*, 310
— reducta ad *Arcum* circularem per celerrimam approximationem, II. 164
— — regula vulgo ad hoc tradita demonstratur, 165
— — — nova & facillima traditur, 214, 217

— in aliam *Curvam* transformata, II. 133. 138. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— ejus & *Hyperbole Rectificatio* ad earundem *Quadraturam* revocari nequeunt, I. 15
— *Apolloniana* vel *Keplerianæ* novam ſubſtituit CASSINUS pro *Planetarum* orbitis, 368
— — de hoc LEIBNITII judicium, 368
— *Caſſiniana* proprietas quædam affecta, II. 137
EMUS pro Sereniſſima *Veneta* Republica Legatus, 285
Entelechiæ, ſive *Activitates* ſunt *Formæ*, I. 413. 415
— Primitivæ ſunt *Formæ ſubſtantiales*, 413
— pro earum exiſtentia LEIBNITII argumentum, 414
— quomodo earum ideam habere poſſimus ſecundum LEIBNITIUM, 414
— — BERNOULLII difficultas, 419
— — — LEIBNITII reſponſio, 424
— habent *perceptionem* & *appetitionem* quandam, 415
— — BERNOULLII objectio, 427
— — — LEIBNITII reſponſio, 429
— — BERNOULLII quæſtio, 432
— tales exiſtere in *Corporibus inanimatis* ut ſibi demonſtretur petit BERNOULLIUS, 418
— — ſententiam ſuam explicat LEIBNITIUS, 423
— — BERNOULLII difficultas, 420
— — — LEIBNITII reſponſio, 424
— nec incipere nec finire *naturaliter* poſſunt, 424
— — exiſtere tamen cœperunt in univerſali creatione, 427. 430
— fieri poteſt ut in alios *Mundos* transferantur, ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII difficultas, 420. 427
— — — LEIBNITII reſponſio & explicatio, 424
— nunquam penitus a *materia* divelluntur, 430. 431. II. 92
— hæc locum non habent *IN ANIMA RATIONALI*, I. 424. 430
— — cur, 430
— LEIBNITII ſententiam de ortu *Entelechiarum* ſuis verbis exponit BERNOULLIUS, 435
— — qui inde quædam conficit, 435
— — — & objectiones ſuas proponit, 436
— — — & nova conſectaria, 436
— de hac expoſitione LEIBNITII judicium, 439
— — ejuſdem ad objectiones reſponſio, 439

— ſine illis *ſubſtantiæ* eſſe non poſſunt, II. 92
— earum cum *Corporibus* commercium. Vide *Commercium Animæ & Corporis.*
Enumeratio curvarum Algebraïcarum an bene facta a TSCHIRNHAUSIO, I. 71
— Quæ ibi *Curvæ* deſiderentur, 80
— *Secundi gradûs* tradita a NEWTONO, II. 124.
— LEIBNITII judicium, 124. 331
— BERNOULLII reſponſio, 334
— — Hunc tractatum examinare aggreditur *Jacobus* BERNOULLIUS, 335
Ephemerides novæ ut conficiantur, monet BERNOULLIUS, 9
— ARGOLI, 9
Epicycloides utiles ad figuras dentium in rotis, I. 347. 349. II. 172. 177. 178. 257
— Rotæ talibus dentibus inſtructæ omni notabili frictione carent, 349
— Et *motu æquabili* feruntur, 349
Epigramma LEIBNITII, 141
— BERNOULLII, 90
ERNESTUS *Haſſiæ* Landgravius, I. 69
Eſſentiam aut naturam Corporis juxta LEIBNITII ideas conſequi conatur BERNOULLIUS, 62
— Eam latè explicat LEIBNITIUS, 69
— Corporis & materiæ in mundi ſyſtema redactæ quam agnoſcit LEIBNITIUS, 379
— Eam non conſtituunt ſolæ *extenſio* & *impenetrabilitas*, 379. 381
— — Objectiones VOLDERI, 382
— — LEIBNITII reſponſiones, 382
— — Ejuſdem argumenta, 398
— — BERNOULLII difficultates, 389. 402
— — LEIBNITII reſponſa, 404
— — Tertium illud, poteſt exiſtere, 408
— — Conſiſtit in *conatu* quodam *inſito*, ſeu *vi primitus impreſſa* ſecundum BERNOULLIUM, 409
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII reſponſio, 419
— — In *activitatibus*, ſeu *Entelechiis* ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII difficultates, 418. 427. 432
— — LEIBNITII reſponſiones, 423. 429. 440
Plura vide in *Entelechia*.

EUCLIDES, ejus *Axiomata* demonſtrata a PROCLO & APPOLLONIO, I. 196
Evoluta *Cycloidis* eſt *Cyclois*, 179
Evolutæ & Cauſticæ *Curvarum* algebraïcarum in ſe redeuntium in ſe redeunt & ſunt *rectificabiles*, 201. 206
— Difficultas quædam a BERNOULLIO propoſita, 76
— — A LEIBNITIO ſoluta, 83
Evolutiones *Claſſium*: de his librum ſcribit P. HOSTIUS, II. 3
— De eo LEIBNITII judicium, 4. 6
— Quomodo hoc argumentum tractandum putet, 6
Extenſio & impenetrabilitas ſolæ non conſtituunt *naturam materiæ* in *Mundi Syſtema* redactæ, I. 379. 381. 382
— Neque ſufficiunt ad determinandas *Leges motus*, 398
— Non eſt quiddam *primitivum*, ſed diffuſio quædam *alicujus communis naturæ* per plura coexiſtentia, II. 65. 69. 119
Plura vide in *Eſſentia*,

F

FABRIUS (*Honoratus*) oppugnat KEPLERI & CARTESII modum demonſtrandi æqualitatem *incidentiæ* & *reflexionis*, II. 99
— Impugnat principium *motus varie compoſiti idem efficientis*, 99
— *Phyſicam more Mathematico* conſcribere moliens laudatus, 234
FARDELLA de HERMANNO præclarum teſtimonium largiens, 180
— relicta ſua Cathedra in *Catalauniam* ſe confert, 223
— in aula *Barcinonenſi* ſtationem habet, 229
— *Hiſpaniæ* Reginam, a qua benevole excipitur, adit, 235
— Ejus valetudo. Deſideratur, & qua occaſione, 280
— *Italiam* reverſus operam ſuam BERNOULLIIS pro Cathedra *Patavina* promittit, 319
— iterum rogatur ut huc ſuam operam dirigere velit, 322
— ſedulam navat operam BERNOULLIIS pro Cathedra *Patavina*, 332
FATIUS DUILLERIUS (*Johannes Chriſtophorus*) problema proponit de invenienda *Curva*, quæ ſingulas *Parabolas* a Globis ex ſingulis *Mortarii* elevationibus deſcriptas tangit, I. 17
— — Quod ſolvit BERNOULLIUS, 17
— Ejus elogium, 23. 30
FATIUS DUILLERIUS (*Nicolaus*) ejus ſtatio in *Anglia*, 23
— Emen-

— Emendat lapſum quendam TSCHIRNHAUSII de *tangentibus* ducendis ex datis *Focis*, I. 212
— Inveſtigat lineam *breviſſimi deſcenſus* & ſolidum *minimæ reſiſtentiæ*, 456. 460
— — Qua occaſione quædam profert in LEIBNITIUM, 456
— — — utrum hoc *Regiæ Societati* probatum, 481. 483
— — — LEIBNITIUS ei reſpondet, 457. 460
— — — De hac reſponſione BERNOULLII judicium, 464
— — — Quod edit LEIBNITIUS ſine ſua reſponſione, II. 9
— — — Cur, II. 13
— — LEIBNITII reſponſioni quædam reponit, 28
— — — ſecunda LEIBNITII reſponſio, 30
— — Et de BERNOULLIO queritur, I. 464
— — — Hujus reſponſio, 464. II. 2
— — — In eam LEIBNITII notæ, I. 472
— — — Cui FATIUS reſpondet, II. 25
— — — Quid ejus reſponſio contineat, 28
— De inveſtigatione ipſa BERNOULLII ſententia, I. 465. 467. 469. II. 2
— utrum proprio marte *Calculum differentialem* detexerit, I. 457
— Dicitur litem habuiſſe cum NEWTONO, 475. 483
— — Qua de cauſa ſecundum LEIBNITII conjecturas, 480
— De *Rei hortenſis* melioratione Librum ſcribit, II. 50. 55
— Quædam ei opponit LEIBNITIUS, 112
— modum *Tangentium* ducendarum ex *Focis* generalem publicat, 117
— Problematibus vexari non vult, 130
FERGUSONIUS *Belga* ex *Scotis* oriundus Algebraïcum librum edit, 219
— Affirmat WITTIUM & HUDDENIUM multa de *Reditibus ad vitam* meditatos eſſe, 220
FERMATIUS, quid ei acciderit contra CARTESIUM diſputanti, I. 161
— Ejus Problema quoddam, 188
— Ad CARTESIUM ſcribit de *Curvis* per *plurium punctorum mutuam relationem* determinandis, 207
— — Locus hic ut ſibi indicetur petit BERNOULLIUS, 209
— Ejus verba circa Curvarum determinationem ex punctorum relatione, 212
— — Latiori ſenſu intelligi poſſunt, 224. 263
— Quid circa ejus verba notaverit LEIBNITIUS; unde adjuvatur ad ſolvendum Problema de *Curva Segmentorum*, 257
— — Hoc quomodo intelligat BERNOULLIUS, 261

Quomodo

— —— Quomodo ſit intelligendum, I. 269
— Quæſtio ab eo propoſita, quomodo a WALLISIO ſoluta, 263
— Quæ loca Veterum Mathematicorum explicuerit, II. 151
— Quem demonſtrandi morem ſervaverit, 309
Figuræ contentæ duabus *rectis* & *Curva* ordinaria, pars imperata per ordinariam *Curvam* abſciſſa, I. 229
— *Fornicibus* aptiſſimæ, Vide infra *Fornicis*,
FLAMSTEDIUS triginta annorum obſervationes *Aſtronomicas* publici juris facit, II. 124
— Quid NEWTONO negaviſſe dicitur, 153
— Ejus obſervationum primus Tomus ſub prælo eſt, 180
— Quid ad LEIBNITIUM mandaverit circa *Newtonianam* Lunæ Theoriam, 360
Flexus contrarius Curvarum: in eo Radius *Oſculi* non ſemper eſt infinitus ſed aliquando nullus, I. 59
— Eo carent *Curvæ multigibbæ* BERNOULLII, II. 186
Fluxionum methodus coincidit cum *Calculo infiniteſimali*, I. 190
— Ad ejus inventionis hiſtoriam pertinentia, II. 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
— —— Methodus inverſa CHEYNÆI, Vide CHEYNÆUS,
Foci datarum *Curvarum* quomodo poſſint inveniri, I. 84
— Dati non præbent *Curvarum* deſcriptionem ſecundum BERNOULLIUM, 81
— Quomodo eam præbere poſſent ſecundum LEIBNITIUM, & quid ab eo de hac re deſideraretur, 84
Follis ex materia durabili quibus rebus utilis, 368. 385
— ex qua re confici poſſit, II. 71. 78
FONTENELLIUS, *Regiæ Scientiarum Academiæ* Secretarius, I. 405
— LEIBNITIO mittit Diploma ſuæ in *Academiam* receptionis, II. 16
— Quid coram eo teſtatus ſit ROLLIUS Calculi differentialis adverſarius, 170
— Quæ circa Calculi *Leibnitiani* hiſtoriam dixerit, LEIBNITIO ſignificat, 179
— Quid ſcribere parat, 339
Formæ aut animæ, quæ ſpiritus non ſunt, exiſtunt ſecundum LEIBNITIUM, I. 382
— Subſtantiales, an, & quo ſenſu, jure exploſæ, 382
— —— Si ſtatuantur corporibus peculiares, difficultas BERNOULLII inde nata, 389

Alia

— —— Alia difficultas exſurgens ſi corpus dicatur ex infinitis *Formis* conſtare, I. 390
— —— Infinitæ exiſtunt in quavis materiæ particula, 399
— —— BERNOULLII difficultates, 402. 407
— —— LEIBNITII reſponſiones, 404. 413
— conſiſtunt in *conatu* quodam *inſito*, ſeu *vi primitus* impreſſa ſecundum BERNOULLIUM, 409
— —— De hoc LEIBNITII ſententia, 415
— —— BERNOULLII reſponſio, 419
Formæ ſunt *activitates*, ſeu *Entelechiæ*, ſecundum LEIBNITIUM, 413
— Subſtantiales ſunt Entelechiæ primitivæ, 413
— —— Habent *perceptionem* & *appetitionem* quandam, 415
— —— Quod ſibi demonſtrari petit BERNOULLIUS, 418
— —— Ejus difficultas, 420
— —— LEIBNITII explicatio, 423. 424
Plura vide in *Entelechiæ*,
Fornicis ſemet ſuſtinentis Curvatura, 401. 403
— Quomodo id probetur, 411
— Quomodo fieri poſſit ut ſit quævis alia figura, 412
— LEIBNITII difficultas, 416
— —— a BERNOULLIO ſoluta, 420
Fractio cujus *Denominator* & *Numerator* ſimul certo caſu evaneſcunt, II. 127
Francofurtum ad *Oderam* invitatur HERMANNUS, 250. 257. 258. 261. 263. 265
— Quo vocatur, 268. 270. 272. 275
FRENICLIUS quid de *Combinationibus* ſcripſerit, I. 244
— Ejus judicium de *Walliſiana* cujuſdam *Problematis* ſolutione, 263
FULLENIUS Matheſeos Profeſſor *Franequeranus* Curator ab HUGENIO conſtituitur una cum VOLDERO, Manuſcriptorum ſuorum, 180
— An aliquid de illo viderit LEIBNITIUS, 185
— In quo verſatus, 191
— Epiſtolicum Commercium cum *Jacobo* BERNOULLIO habuit, 191
— Quid de illo LEIBNITIUS, 195
— Supremum diem obit, II. 220
Funicularia, vel Catenaria, ope *Curvæ Parabolicæ* conſtructa, I. 9
— determinata per *Tangentium* proprietatem, 47
— ejus determinatio directa & ſine *Tangentium* conſideratione tentata per Seriem a LEIBNITIO, 47. 250
— —— in hoc tentamen BERNOULLII animadverſiones, 56

— perfecta a BERNOULLIO, I. 55
— — per radium *Circuli oſculatoris*, 254
— — — in ſolutionem hanc ſuam BERNOULLII difficultas, 254. 265
— — de hac ſolutione judicium LEIBNITII, 259. 270
— ejus *Curvæ* proprietates quædam, 56
— — alia, 250
— de ea conſideratio quædam BERNOULLII, 296
— — & LEIBNITII, 305
— de ea agit *David* GREGORIUS, 387. 393
— de hujus Diſſertatione judicium BERNOULLII, 400
— — & LEIBNITII, 403. 405. 411
— Reſponſio GREGORII, II. 29. 31. 106
— eſt vera *Fornicis* curvatura, I. 412
— — de ea re difficultas LEIBNITII, 416
— — — Reſponſio BERNOULLII, 420
— — utrum ſola, 412
Functio; hoc nomine utitur LEIBNITIUS, 386
— & BERNOULLIUS, 386. 392
— Quomodo eas denotet BERNOULLIUS, 392
— — & LEIBNITIUS, 399

G

GAFFARELLUS, ejuſque de *Celo* ſententia, I. 449
GALLOSIUS, (*Abbas*) utrum ſit Hiſtoriæ *Scientiarum Academiæ Regiæ* Auctor, 405
— Stat pro ROLLIO contra *calculum infinitesimalem* diſputante, II. 150
— Inter eum & SAURINUM Judex ſedet, 150
— Cur in ejus & LA HIRII arbitrium conſenſerit SAURINUS, 153
— Qui ROLLIO ſuaſiſſe creditur, 177
— Obiit, 178
— Ejus elogium, 178
GALILÆUS, unde *gravium deſcendentium* acceleraciones deduxerit, I. 93
— Idem ex hypotheſi *Galileana* contraria conficit BERNOULLIUS, 161
— Quid crediderit circa actionem *materiæ gravificæ* in corpora gravia, 161

— Trabium reſiſtentia ab eo conſiderata, 416
— Quanti ab *Italis* fiat, II. 389
— Et merito, judice LEIBNITIO, 391
— Ejus opuſcula quædam inedita, 96
GAROUSTIUS, Machiniſta *Gallus*, I. 405. 406
GASSENDUS, in ejus & CARTESII *Philoſophiam* dubia, 431. 455
— Ejus *Philoſophiæ* compendium, 455
Genera Atomorum, quot ſint, 316. 329
Geographia nova impugnata a VOSSIO, VALLEMONTIO & SAMSONIO, 369
— Correcta a *Regia Scientiarum Academia*, 369
— De ea re LEIBNITII judicium, 369. 380
— Cur eam VALLEMONTIUS impugnaverit, & hujus argumenta, 374
— Tabulas condit FERREUS (*De Fer*), 374
Geometr. vulgaris quantitates duntaxat finitas conſiderat, 4
— *indiviſibilium* a quo inventa, 391
GERIKIUS, quid circa *Barometra* invenerit, II. 65. 67
— Anthliæ *Pneumaticæ* inventor, 314
GOUYE (*Jeſuita*) quid cum ROLLIO egerit, 211
GRANDUS (*Guido*) ad LEIBNITIUM de *Calculo infiniteſimali* ſcribit, 154
— Laudatus, 159
— an bene Problema de Curvarum transformatione ſolverit, 265
— De illius Libro De *Infinitis Infinitorum*, 267
— In illius Librum objectiones aliquot in *Actis Erud.* inſerendæ, 267. 269
Grave deſcendens per hypothenuſam Trianguli rectanguli, quando eam peragret citius quam per latera deſcendens, quando tardius, & quando eodem tempore, I. 173. 179
Gravia cadentia quam retardentur ab aëre, II 266
— Eorum vires ſunt in ratione compoſita *corporum* & *altitudinum*, I. 123
— Eorum aſcenſus Quadratis *Celeritatum* ſunt proportionales, & cur, 63
— Deſcendentium accelerationes unde deduci poſſint, 93. 161
Gravifica materia quædam eſt *Gravitatis* cauſſa, ſecundum BERNOULLIUM, 63
— Conſentiente LEIBNITIO, 68
— — Qui eam & ejus vertices negari non poſſe putat, II. 124

— Ejus *impulſiones* æquales ſunt, & æquales æqualibus temporibus producunt *celeritates*, I. 93
— — Non autem *vires*, ſecundum LEIBNITIUM, 97
— — Secus autem ex BERNOULLII ſententia, 102
— — Hujus argumenta, 102. 128
— — LEIBNITII reſponſiones, 105. 120. 127
— — Objectioni ſuæ inſtat BERNOULLIUS, 110
— — — Et ſibi reſpondet, 111
— Earum numerus eſt non *tempuſculis*, ſed gravis *velocitatibus* proportionalis ſecundum BERNOULLIUM, 111. 161. 163. 175. 189
— — A qua ſententia non abhorret LEIBNITIUS, qui tamen hoc demonſtrandum putat, 120. 168
— — Pro ea BERNOULLII argumentum, 129
— — In illud LEIBNITII objectio, 138
— — BERNOULLII reſponſio, 148
— — contraria ſententia eſt obnoxia incongruitatibus, 164. 169
— Illius particula quævis totam ſuam vim in corpora transfert ſecundum BERNOULLIUM, 148. 160. 175. 189
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 156. 169. 185
— In modum, quo LEIBNITIUS explicat actionem *materiæ gravificæ* difficultas, 202
— Modum ſuum id explicandi VOLDERO communicat BERNOULLIUS, 426. 429. 432
— Potius agit per *preſſionem* continuam quam per repetitas impulſiones ſecundum BERNOULLIUM, 129. 162
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 139
— — BERNOULLII reſponſio, 149
Gravitas: ejus cauſa eſt in *ambiente* ſecundum BERNOULLIUM, 63
— — LEIBNITIO conſentiente, 64
— — Æqualibus tempuſculis æqualiter impellit gravia, 93
— — Et producit *celeritates* æquales, *vires* autem inæquales, 97
Plura vide ſupra in *Gravifica materia*.
— Centrum corporum motu a *Gravitate* accepto, ſurſum verſus reflexorum ubi finito aſcenſu reperiatur, 112
— *Liquorum* quomodo ita poſſit extolli, ut habeatur *motus perpetuus*, 115. 124.
— *Corporum* quotcunque *in motu conſtitutorum* poſt illorum mutuam actionem ſervat eandem directionem atque celeritatem quam habebat ante actionem, 134. 143. 152. 158
— totius *Univerſi* utrum progrediatur, 134.

Penduli

— *Pendeli compoſiti* utrum ad eandem altitudinem aſcendat, ſive *Gravia Pendulum conſtituentia* ſejunctim moveantur ſive ſimul, I. 136
— de *Centro Gravitatis* Theorema propoſitum a LEIBNITIO, 144
— — ab HUGENIO laudatum, 144
— — a BERNOULLIO demonſtratum, 152
— Corpus poſitum in *Centro Gravitatis Trianguli* vel *Pyramidis* triangularis, quo caſu quieturum, 153
— Lex *Newtoniana* utrum demonſtrata ſecundum LEIBNITIUM, II. 364
— — Eſt aut miraculoſa, aut abſurda, 382
— — Ejus Lex a NEWTONO conſtituta naturæ & continuitatis legi repugnat, judice BERNOULLIO, I. 411
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 415
— Explicata & demonſtrata, 415
— — In hanc explicationem difficultas a BERNOULLIO propoſita, 420
— — De ea re ultimum LEIBNITII judicium, 424
— *Solaris* ſine motu materiæ *circumſolaris* intelligi nequit ſecundum LEIBNITIUM, II. 124
— Specifica *liquorum* per *Pendulum* explorata, 266
GREGORIUS (*Jacobus*) utrum prior invenerit *arithmeticam Circuli Quadraturam*, 309. 313. 317. 320. 337
— Eam LEIBNITIO aſſerit GREGORII *Fratris Filius*, 338
— Illam GREGORIO non negat LEIBNITIUS ipſe, 341
GREGORIUS (*David*) ſcribit *Catoptricæ* & *Dioptricæ* elementa, ubi *Sectionibus Conicis Circulos* oſculantes ſubſtituit, I. 185. 196. II. 105. 137
— Hoc faciendum antea monuerat LEIBNITIUS, I. 185. 196. 204. II. 105. 137
— Agit de *Catenaria*, I. 387. 393. 400
— — BERNOULLII judicium, 400
— — Et LEIBNITII, 403. II. 150
— — — Qui in hanc Diſſertationem animadverſiones ſcribit, I. 403. 406
— — — Has probat BERNOULLIUS, & ut *Actis Eruditorum* inſerantur Auctor eſt, 406
— — Putat ſolam *Catenariam* vulgarem eſſe *Fornicibus* aptam, & alia de *Fornicibus*, 412
— Ejus reſponſio ad LEIBNITII animadverſiones, & de ea BERNOULLII judicium, II. 29
— — De ea LEIBNITII ſententia, 31. 106

— Editioni parat ſua *Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometriæ Elementa*, II. 51. 86
— — Edita, 86
— — De illis LEIBNITII judicium, 137
— De eo & ejus libris judicium LEIBNITII, 105. 137
— Oppugnat ea, quæ pro *Vorticibus* attulerat LEIBNITIUS, 124
— Quandam proprietatem tribuit Ellipſibus *Caſſinianis*, quam erroneam agnoſcit, 137
— Scribit *Exercitationem De Dimenſione Figurarum*, 320
— — Ubi *arithmeticam Circuli Quadraturam* LEIBNITIO tribuit, 320. 338
GRILLETUS *machinam* quandam *arithmeticam* conficit, I. 289
GRONINGIUS habet quoddam HUGENII *manuſcriptum*, 208
— — Quod ſibi promiſſum expetit BERNOULLIUS, 232. 241. 245
— — Ejuſdem de eo manuſcripto ſententia, II. 328
— Ejus elogium, I. 224
— Parat *Cycloidis* hiſtoriam, 224. 228. 232. 241
— — Pro ea conſcribenda LEIBNITII conſilia, 228. 443
— Molitur novam operis *Newtoniani* editionem, 241. 245
— Edit mathematica quædam ſchediaſmata, 443
— — De illis LEIBNITII judicium, 449
— Scribit *Bibliothecam univerſalem*, II. 61
— — Cui inſerit hiſtoriam *Cycloidis*, 61
— — — De qua BERNOULLII judicium, 61
— — Cujus partem alteram ſcribere cogitat, 61
— — Et ad cujus calcem edit manuſcriptum *Hugenianum*, 328
— De ſua *Cycloidis* hiſtoria & *Bibliotheca univerſali* LEIBNITII ſententia, 65
— Aggreditur novas quaſdam recenſiones litterarias, 77
GUILLELMINUS (*Dominicus*) HERMANNO Cathedram *Patavinam* poſtulanti favet, 150
— Eligitur *Archiater* Magni Ducis *Etruriæ*, 223
— Moritur, 229
— Rei *aquariæ* peritus, 273
— — De qua ſcribit, 342
— — — Et quidem duos libros, de quibus LEIBNITII judicium, 346
— — De ea re cum PAPINO diſputat, 346. 349
GULDINUS: ejus regulam ampliat LEIBNITIUS, I. 144
— — Quæ legitur in PAPPI *Collectionibus Mathematicis*, II. 138

H

HALLEIUS laudatus laudat NEWTONI *Theoriam Lunæ*, II. 106
— Edit librum APPOLLONII de *Sectione rationis* & *Conica*, 154. 159. 290
— Parat editionem MENELAI, 290
HAMELIUS, historia *Academiæ* Scientiarum *Parisinæ* ab eo scripta, I. 427
— ejus historiæ excerptum ad LEIBNITIUM pertinens, 437
— ipsius munus atque obitus, II. 160
Harmonia præstabilita, seu animæ & Corporis commercium, Vide *Anima*,
HARTSOEKERUS quid sentiat de *atomis* perfecte duris & de materia perfecte *fluida*, I. 279. 316. 326
— objectiones in ejus conjecturas, ipsiusque responsa, II. 236. 246
— Quædam ad eum pertinentia, 247. 250. 257. 265. 283
— Illius conjecturæ *Physicæ*, 354. 357
— De ipsius *dilucidationibus* judicium, 357
Helvetiæ totius Mappa *Geographica*, 228
HERMANNUS LEIBNITIUM defendit adversus NIEUWENTIITIUM, 30. 34. 45
— Laudatus, 139. 163. 170. 173. 177. 180. 222.
— Commendatus *Ultrajectinis*, *Venetis*, *Lugdunensibus*, *Francofurtanis*, 107. 144. 148. 150. 188. 223. 258. 261. 263
— Ejus *Mathematica* quædam, 117. 153. 159. 385. 388
— Ipsius inventa circa Stationes *Planetarum* in *Berolinensibus Miscellaneis* edere parat LEIBNITIUS, eumque in *Regiam Societatem* introducere, 179. 182
— *Phoronomiam* molitur, ubi more *Veterum* omnia demonstrat, & cur, 245. 256. 300. 360
— Ad *Francofurtanam* Professionem vocatus, 227. 268. 270. 272. 275
— BERNOULLII apologiam suscipit, 248
— De ejus *Phoronomia* LEIBNITII & BERNOULLII judicia, 360. 361. 365. 369
HERR (*Burchardus*) *San-Gallensis* Monasterii Bibliothecarius, I. 44. 46. 52. 65
HEURÆTII inventum cuinam tribuendum censeat HUGENIUS, II. 314

HIE-

HIPPOCRATIS Lunulæ, hujuſque partium quadratura, I. 203. 206. 209
HIRIUS aggreditur Problema *celerrimi deſcenſus*, 287. 289
— Quædam ad eum pertinentia, 342. 343. 345. 346. 348. 352. 355. 358. 412. II. 172. 177. 178. 213. 216. 257
— Judex conſedit litis ROLLIUM inter & SAURINUM motæ, 150. 153
— Quomodo *Tabulas Aſtronomicas* conſtruat, 153. I. 368
— Ejus elogium, 352. 358
— Edit ſpecimen pro determinanda *Curvatura Radii* per medium continue difforme tranſeuntis, II. 148. 150. 153. 159
— Quid de illo dixerit LEIBNITIUS circa dentium *Epicycloïdalium* inventionem, 172. 177. 178
— Adfuit MARIOTTI obſervationibus, cum hic *Colorum* mutationes exploravit, 213. 216
Hiſtoria *Cycloïdis*. Vide, *Cycloïs* & GRONINGIUS.
— *Pariſina* Scientiarum *Academiæ*, a quo conſcripta, I. 405. 437
— Phyſico-Medica, II. 64
— Calculi infinitеſimalis. *Vide*, *Calculus infinitеſimalis*.
Hiſtoire des Ouvrages des Sçavans, I. 271. 272. 287
HOFMANNUS clariſſimus *Halenſis* Medicus quid in Phyſico-Medica *Hiſtoria*, juſſu Principis conſcripta, conſulerit, II. 64
HOLLANDERUS, ejus *Amalthæum Aſtronomicum*, I. 186
— Laudatus, 207. II. 181
— Tradit Regulam pro determinanda *Eclyptica* obliquitate, I. 191. 197. 204. 207
HOMBERGIUS *Pariſina* Scientiarum *Academiæ* Membrum Phoſphorum mercurialem BERNOULLII imitari conatur, II. 26. 170
HOOCKIUS quid circa *Barometrorum* Conſtructionem invenerit, 65. 67
— Quid in Doctrina de *Planetarum motu* ſe præſtitiſſe contenderit, 331
Horologium *lucidum*, ejus Conſtructio a BERNOULLIO indicata, 27
— *oſcillatorium*, 370. 371. 374
— *turbinatorium*, 366. 370
— — A quo confectum, 382
— — in quo differat ab *oſcillatorio* HUGENII, 370. 371. 374
Hortorum melioratio: de ea ſcribit FATIUS, 50. 55
HOSPITALIUS *Marchio*, quædam quæ inter eum & BERNOULLIUM geſta ſunt, I. 5. 9. 10. 12. 58. 61. 77. 81. 82. 83. 90. 93. 104.

I. 104. 177. 180. 192. 197. 205. 232. 233. 236. 240. 242. 244. 287. II. 127
HOSPITALIUS Problemata quædam ſolvit, I. 28. 44. 249. 253. 254. 260. 334. 338
— Quædam ad eum pertinentia, 39. 42. 236. 246. 313. 353. II. 14. 15. 16. 23. 25. 29. 48. 237
— BERNOULLIO procurare conatur Profeſſionem quandam Mathematicam in *Batavia* vacantem, I. 45
— Ejus generalis *Cycloïdum* Quadratura, 102
— Edit librum ſuum de *Principiis Calculi Differentialis*, aut *Analyſim infinite parvorum*, 180. 207. 211. 224. 265. 350. II. 143. 317
— Laudatus, I. 247. 249. II. 117
— Moritur, 114
— Relinquit Opus *Conicum*, 124. 151. 180. 304
— Ejus Uxor Matheſim docta, I. 330
HOSTIUS (*P. Jeſuita*) ſcribit de re navali, II. 3. 6. 17
HOTTINGERUS laudatus, 111
— Scribit in *Hypotheſim* COPERNICI, 249. 251
HUDDENIUS laudatus, I. 186. 247
— Quædam ad ejus Regulam de *Maximis* & *Minimis* ſpectantia, II. 41. 46. 50
— Cui moriens Schedas ſuas *mathematicas* relinquat, 120
— Scribit de *reditibus ad vitam*, 219
HUETIUS, I. 336
HUGENIUS laudatus, 12
— Quædam ad eum pertinentia, 9. 10. 12. 17. 44. 69. 99. 100. 104. 144. 152. 166. 171. 247. 268. 279. 358. 438. 440. II. 61. 110. 172. 178. 212. 297. 309. 313. 314
— Moritur, 69. 81. 88. 93
— Quibus ſchedas ſuas mathematicas committat, 93. 98. 104. 180
— Ejus *mathematica* quædam, I. 136. 146. 152. 153. 158. 171. 170. 228. 244. II. 93. 96. 98. 110. 128. 138. 172. 335. 370. 374
— Ejus manuſcripta quædam, I. 155. 159. 166. 171. 177. 184. 203. 208. 211. 241. 378. 380. II. 326. 328
— Illius *Coſmotheoros*, I. 313. 378. 380. II. 249
— *Barometrum* novum excogitat, 60. 65
— Phyſica quædam, 93. 94. 96. 98. 128. 335
Hydracontiſteria *Batava*, 65. 68
Hydraulica, 341. 346. 348. 352
HYPERBOLA Spiralis, 230
— cujuſcunque gradus tranſmutatæ in alias *Curvas* æquales & diverſi generis, I. 367

Hyperbolæ & *Ellipſeos* rectificatio ad earundem *quadraturas* reduci nequit, 15
— Eſt *Diaclaſtica*, 316
— Ejus *quadratura* utilis ad comparandos Arcus *Parabolæ*, 166. 203. 352. 355. 357. 359. 362.
— Ad ejus & *Circuli* quadraturam quæ *Curvæ* revocari poſſint, 14. 23
— Omnes ejuſdem *Axis tranſverſi* a qua Curva ſecentur ad rectos Angulos, II. 367. 371. 373. 376. 380
— Omnes ejuſdem *Verticis* & *Axis tranſverſi* ſed *Parametrorum* variabilium a qua *Curva* ſecentur ad rectos Angulos, 368

I

Ideæ confuſæ, I. 442. 451
— diſtinctæ, 442
Impenetrabilitas. Vide, *Eſſentia*, *Extenſio* &c.
— non derivatur ab extenſione, II. 279
Impetus, ſive motio; ejus quantitas, I. 62
Plura vide in *Dynamica*, *Phoronomica*, &c.
Impulſio utrum ſemper vim æqualem producat in impulſo, 97. 102. 105. 110. 120. 130. 139
Inceſſus, ſeu motus *lineæ* ſuper *lineam*, II. 146
Incidentiæ & reflexionis æqualitas an bene demonſtrata a CARTESIO & KEPLERO, 99
Incrementa velocitatum per *interpoſitionem corporum*, 98
— ſpatiorum proportionalia decrementis virium in mediis reſiſtentibus, I. 131
Indeterminatarum ſeparatio, 7
Indiviſibilium *Geometria* a quo inventa, 391
Infinita, magnitudine & parvitate; de ea re controverſia inter LEIBNITIUM & BERNOULLIUM, 370. 375. 384. 390. 397. 402. 404. 407. 410. 413. 415. 417. 420. 423. 427. 431. 437. 444
— eorum ordines, 375. 380
— difficultas de his ordinibus, 382
Inſtituta Academiæ Scientiarum *Pariſienſis*, 446. 454
Inſtitutio Collegii ad *artificia* deſcribenda, a quo ſuſcepta, 369
Integralia quædam, 20. 26. 27. 35. 40. 46. 52. 61. 65. 71. 75. 188. 197. 198. 216. 221. 223. 226. 231. 285. 291. 297. 337
— reciproca differentiis, 36
— comparata cum *radicibus*, 66
— ſeries iis utilis, 98

Plura

Plura vide in *Quadratura.*
Integralis Calculus quomodo dictus a LEIBNITIO, II. 161
Integrandi quantitates *differentiales* cujuſque gradus methodus generalis, I. 53
Integrationes an quid contineant reſpondens *radicibus* affectis aut irrationalibus, 47
Inventio Anthliæ *Pneumaticæ*, cui debetur, II. 314
Ipecacuanha, I. 127. 146
Irrationalitas eadem eſſe debet in Termino *ſummatore* & *ſummando*, 50. 61
Iſochrona a LEIBNITIO determinata, 206
— Paracentrica a LEIBNITIO conſtructa, 23. 34
— — Simplicius a BERNOULLIO, 34
— Infinitæ per quodvis punctum duci poſſunt, 44
— Curva eſt *Cycloïs*, 190
— Hujus proprietatis Demonſtratio PARDIESII, 366. 369
— BERNOULLII, 366. 369. 374. 387
— BROUNKERI, 369
Iſodynamæ figuræ, quæ, 386. 392
Iſoperimetrorum Problema, 280. 284. 295. 305. 310. 315. 328. 386. 391. 397
— Analyſis *Jacobi* BERNOULLII edita, II. 46. 49
— — De ea Judicium LEIBNITII & HOSPITALII, 48

J

JABLONSKIUS Secretarius Regis & *Regiæ Societatis Berolinenſis*, II. 58. 59. 89. 90. 238
JENICKIUS laudatus, 140
JULIUS CÆSAR, ejus pertinax litterarum ſtudium, I. 201
Jus, in eo uſus *Artis conjectandi*, II. 225
— De ea re Diſſertatio *Nicolai* BERNOULLII, 217. 219. 222

K

KEILIUS, dicitur *Lugdunum* vocandus, II. 223
— Demonſtrat *Cycloidis tautochronijmum*, 283
— Quibus permotus NEWTONO *Methodum Fluxionum* aſſerit, 308
— Diſſertationem manuſcriptam LEIBNITIO mittit, & hujus reſponſio, 313

— Quædam ad eum & *Calculum infinitesimalem* pertinentia, 320. 323. 330. 334. 351. 359. 361. 375. 376. 379. 381. 389
— Quædam ad historiam *Calculi infinitesimalis* spectantia edit, 341. 343. 347
KEPLERUS videt connexionem *Diaclasticæ* & *Hyperbolæ*, I. 315
— *Ellipsibus* ab eo usurpatis pro *Planetarum* orbitis novas substituit CASSINUS, 368
— Ejus & CARTESII modus demonstrandi æqualitatem *Incidentiæ* & *Reflexionis* impugnatus, a quo, & utrum merito, II. 99
KRAFTIUS a BRANDIO Phosphorum quendam accipit, 24
KUNKELIUS a BRANDIO Phosphorum quendam accipit, 22. 24. 28

L

LAGNIUS (*Gallice* LAGNY) dat appropinquationes quasdam pro *æquationibus*, ex quo fonte deductas, I. 228. 232. 240
— Cogitat scribere historiam *quadraturæ Circuli*, II. 300. 302
— Quædam ex ejus operibus petit LEIBNITIUS, 304
LALOVERA, Auctor *Itinerarii Siamensis* multa meditatur de continuatis *Quotientium* investigationibus, I. 228
LA HIRIUS, Vide HIRIUS.
LA MONTRE, Vide MONTRÆUS.
LANA (*Franciscus*) *Physicam* more mathematico tractat, II. 234
Leges motus a CARTESIO traditæ utrum veritati consonæ, I. 103. 106
— Ad eas faciens lex de conservanda directionis quantitate, 125. 134
— Una *formula* traditæ, a BERNOULLIO, 135
— — Et a LEIBNITIO, 145
— Traditæ a MALLEBRANCHIO, & postea ab eo mutatæ, 307. 313
— — Utrum recte, 316
— Et a LA HIRIO, 344
— — Unde ab eo deductæ, 346. 348
— — Consectaria inde confecta, 344
— Alia ad hanc rem pertinentia, 145. 152
— Quo criterio examinentur, 300
— Earum principia ex sola *extensione* & *impenetrabilitate* derivari non possunt, 398
— Constitutæ ab HUGENIO, II. 93
— — De iis LEIBNITII judicium, 98

LEIBNITIUS meditatur opus de *Scientia Infiniti*, I. 4. 6. 16. 18. 35
— *Quadraturas* per motum excogitat, 3. 6
— — Rationem conſtruendi omnes *æquationes primi gradus*, 10
— methodus revocandi *Quadraturas* ad *Series*, & hujus methodi incommoda, 15
— Quomodo in *Calculum Differentialem* incidit, 21. II. 61. 381
— — & *Calculum exponentialem*, I. 10. 13. 18
— — & Curvas ex *Tangentium* proprietate, 11. 14. 17
— Quadrat Curvam quandam *exponentialem*, 11. 19. 25. 32
— Integrat quantitatem quandam *Logarithmicam*, 21. 26
— Conſtruit Curvam *Iſochronam* paracentricam, 23. 34
— Petit monumenta quædam hiſtorica, 24. 37. 46. 52. 73. II. 107
— Seriem quandam generalem invenit, I. 35. 40
— Diſputat cum *Jacobo* BERNOULLIO de natura *oſculi*, 34. 43. 51. 62. 68. 78. 83. 91
— Contrahit Quadraturarum inquiſitionem, 50
— *Dynamicam* tractat, 62
— — De ea ſcribit Librum, 144. 171
— *Johannem* BERNOULLIUM hortatur ad Medicinæ operam dandam, 72. 80. 82. II. 273. 280
— Conſiliarius eligitur, I. 195. 200
— Meditationes de Cognitione, Veritate, & Ideis, 196
— Hortatur *Academiam* Scientiarum *Pariſienſem* ad condendas novas Ephemerides, II. 9
— Auctor eſt ut erigatur Regia Societas *Berolinenſis*, & edantur *Miſcellanea Berolinenſia*, 15. 16
— Excogitat Arithmeticam binariam, 36. 37. 44. 47. 140
— — & Machinam Arithmeticam, I. 279. 282. 288. 437
— — Et Horologium *motus æquabilis*, 437
— Auctor eſt ut in Regno *Boruſſiæ* conficiatur Hiſtoria Phyſico-Medica, II. 64
— Hiſtoricis operam navat, I. 302. II. 224. 372
— Utrum inventor *Calculi infiniteſimalis*, 283. 286
Plura vide in *Calculus Infiniteſimalis*.
— Diſputat cum CLARCKIO, 381. 383. 391. 395
— Scribit animadverſiones in CARTESIUM, I. 268. 289. 300. 336
— Ejus negotia & ſtudia, 302
— Communicat HUGENIO *Phoſphorum liquidum*, 437
— Agit cum HARTSOEKERO de quibuſdam PHYSICIS, 279 316. 326. II. 236. 246. 347. 250. 257. 283. 354. 357
— Defenſus contra NIEUWENTIITIUM, 30. 34. 45

LEIBNITIUS Edere cogitat quædam HERMANNI, & eum in *Regiam Societatem Berolinenſem* introducere, II. 179. 182
— tractat *LOXODROMICAM*, I. 444
— ejus judicium de *Analyſi* Problematis *Iſoperimetrici* facta a *Jacobo* BERNOULLIO, II. 48
— diſtichon facit in honorem *Jacobi* BERNOULLII, 141
— ſollicitat editionem ſcriptorum a *Jacobo* BERNOULLIO relictorum, 211. 273
— curvas transformat in alias diverſi generis ſed æquales per *Specula cauſtica*, 95. 97. 102. 108. 130. 140. 142
— — & per *motum reptorium*, 133. 138. 146. 152. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219.
— ejus *Theodicea*, 353. 356. 360. 381
— — de ea BERNOULLII judicium, 396
— utrum Calculi *infinitesimalis* inventor, 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
— *Anglis* Problemata proponit, 316. 344. 359. 361. 367. 371. 373
— hortatur *Nicolaum* BERNOULLIUM ad perficienda cœpta *Jacobi* Patrui de *Arte conjectandi*, 225
— — & ad operam dandam rei aquariæ, 341. 346. 348. 352
— *Patavinam* Profeſſionem ei debet HERMANNUS, 150. 180. 188. 261
— — & *Nicolaus* BERNOULLIUS, 258. 261. 263. 265. 268. 270. 272. 275. 280. 284. 321. 325. 327. 332. 384. 387. 393
— *Francofurtanam* Profeſſionem ei debet HERMANNUS, 257. 258. 261. 263. 264. 268. 270. 272. 275
— petit ſolutionem Problematis de *Trajectoriis* a *Nicolao* BERNOULLIO excogitatam, 373
— a BLYSWIKIO magni æſtimatus, I. 377
— petit monumenta quædam *hiſtorica*, 24. 38. 44. 46. 52. 62. 65. 73. 74. 94
— ejus de BORELLO, GALILÆO, & CAVALLERIO judicium, II. 389. 391
— tradit *Seriem* quandam pro *Circulo*, I. 227
— agit cum BERNOULLIO de *motu reptorio* & *Curvis multigibbis*, II. 163. 164. 165. 166. 171. 172. 174. 176. 184. 186. 211. 214. 217. 265
— — de *Synchronis*, I. 178. 190. 286. 290. 293. 294. 303. 306. 309. 311. 314. 317. 319. 322. 323. 327. 326. 332. 333. 337. 343
— — de *Curvarum transformatione* per *Coevolutionem*, II. 102. 108. 134. 140. 142. 144. 145. 149. 156. 160

LEIBNITIUS agit de *Curvarum transformatione* per *motum reptorium*, II. 133. 138. 156. 163. 164. 165. 166. 171. 172. 174. 176. 178. 184. 186. 211. 214. 217. 265
—— de *Curvarum Quadraturis*, I. 4. 5. 6. 9. 12. 14. 15. 22. 23. 28. 35. 40. 41. 46. 50. 60. 99. 104. 219. 367. II. 124
—— de *Curvarum enumeratione*, I. 71. 80. II. 124. 331. 334. 335
—— de *Catenaria* & *curvatura* Fornicis ſemet ſuſtinentis, I. 401. 403. 411. 412. 416. 420.
—— de *Curvatura* Radii per *medium* inæqualiter *denſum* tranſeuntis, 17. 24. 178. 185. 194.
—— —— de Curva *citiſſimi appulſus*, 283. 286. 289. 290. 294. 303. 309. 317. 319. 322. 324. 330. 331. 334. 338. 343.
—— —— de Curvis *percurrentibus*, ſeu *exponantialiter tranſcendentibus*, 7. 8. 10. 13. 14. 15. 18. 19. 25. 30. 49. 59. 68. 77. 83. 91. 94. 102
—— —— de Curvis *retrogradis*, 59. 67. 76. 83. 161. 170.
—— —— de Curvis conſtruendis ex data *Tangentium* conditione, 11. 14. 17. 34.
—— —— de Curvarum *evolutione*, 76. 83.
—— —— de Curvis per *Focos* deſcribendis, 81. 84.
—— —— —— & de harum *Tangentibus*, 211. 212. II. 117
—— —— de Curvis *quadrabilibus*, I. 202. 207. 209. 224
—— —— de *Maximis* & *Minimis*, 47. 48. 55. 56. 67. 179. 286. 298. 306. II. 161. 170.
—— —— de Curvis *Flexum contrarium* habentibus, I. 59
—— —— de Dynamica, 63. 68. 79. 84. 91. 95. 102. 105. 109. 113. 115. 121. 123. 125. 132. 140. 143. 151. 157. 164. 170. 176. 185. 335. 339. 343. 345. 377. 379. 429. 432. 471. 474. II. 1. 3. 6. 7. 8.
—— —— de ſubſtantiarum activitate, I. 450. 463. 471. II. 3. 5. 7
—— —— de Æquationibus *Differentialibus*, I. 7. 10.
—— —— —— & de percurrentibus, 8. 11. 14.
—— —— de Curva Segmentorum, 207. 209. 212. 257. 261. 269.
—— —— de Anima, & ejus cum *Corpore* commercio, 69. 415. 420. 424. 430. 435. 439. 483.
—— —— de Phoſphoro mercuriali, II. 19. 21. 24. 27. 31. 33. 35. 37. 48. 50. 51. 53. 56. 62. 64. 67. 70. 73. 86. 89. 91. 140. 235. 238. 242. 247. 251. 357.
—— —— de Attractione *Newtoniana*, I. 411. 415. 420. 424. II. 364. 382.
—— —— de Barometris, I. 368. 385. 478. II. 60. 61. 65. 67. 70. 71. 78.
—— —— de Corporum duritie, I. 300. 307. II. 246. 257.
—— —— de Motu Muſculorum, I. 42. II. 242. 256. 273.

LEIBNITIUS agit de conſenſu inter *Poteſtates & Differentias*, I. 46. 53. 65. 75. 104. 107. II. 238. 243
— — de *Virium æſtimatione*, I. 335. 339. 344
— — de *Legibus motus*, 335. 339. 345
— — de *Oenometro* quodam, 368. 394. 396. 405
— — de *Functionibus*, 392. 399
— — de *Calendario* reformando, II. 9. 12. 13. 16. 23. 29. 31. 49.
— — de ROLLIO *Calculi Differentialis* adverſario, 23. 25. 39. 40. 46. 50. 170. 172
— — de *arithmetica binaria, quaternaria & decadica*, 36. 38. 44. 47
— — de HUDDENII Methodo de *Maximis* & *Minimis*, 41. 46. 50
— — de Machina Arithmetica, 239. 243
— — de *reſiſtentia* orta ex *lubricitatis* defectu, 240. 244. 254. 259. 262
— — de Vi *centrifuga*, 131. 135. 253
— — de Curvarum transformatione, 95. 97. 102. 108. 133. 140. 142. 144. 145. 149. 152. 160. 163. 171. 172. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— — de *Lege continuitatis*, I. 409. 411. II. 110
— — de *Monadis* atque *animalibus* noſtris majoribus ac minoribus &c. I. 410. 415. 420
— — de *Natura corporum* atque materiæ, 63. 69. 379. 389. 398. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 429. 432. II. 65. 68. 92. 119
— — de *Dei* Attributis, I. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 479. 481. II. 2
— — de *Gravitatis* cauſa & actione, I. 93. 97. 102. 105. 110. 119. 128. 138. 148. 156. 160. 168. 174. 184. 189. 202. 429. 432
— — de *Monadibus*, 398. 402. 407. 413. 417. 424. 427. 429. 432. 434. 439. 442. 451
— — de infinite *magnis*, infinite *parvis*, & *infinitesimis* Progreſſionum *Terminis*, 370. 375. 380. 382. 390. 397. 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 431. 440
— — de *Atomis*, 301. 307. 312. 316. 329. 390. 429. 442. 454
— — de *Vacuo*, 399. 418. 422. 427. 429. 433. 441. 445. 451. 454
— — de *Aëris* compreſſione, 455. 458. 475. 477. 479. 482. II. 2
— — de *Logarithmis* numerorum negativorum, 269. 277. 278. 282. 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
— — de puncto *Regreſſus* in Curvis, I. 59. 67. 76. 83. II. 161. 170. 172
— — de differentiatione de *Curva* in *Curvam*, I. 319. 321. 331. 334

LEIBNITIUS agit de Thermometris, I. 373. 385. 391
— — de novis Speculis cauſticis, II. 68. 70. 72. 102. 107
— — de motu *radente*, 146. 152
— — de *Calendario* reformando, 9. 12. 14. 16. 23. 29. 31. 49
— — de *Horologiis* turbinatoriis, 382
— — de *Celeritatibus*, earum proportione & decrementis, I. 63. 68. 123. 126. 131. 136. 139. 409
— — de *Viribus centrifugis*, ſeu *conatibus excuſſoriis*, 115. 123. 133
— — de lege Continuitatis, 300. 306. II. 100
— — de *Animalium* morte & *organorum* diſſolutione, I. 415. 420. 430. 435
— — de Elaſticitate, 377. 379
— — de *Trajectoriis*, 17. 23. 178. 190. 194. 204. 209. 213. 283. 306. 311. 314. 326. 333. 334. 408. II. 361. 365. 367. 371. 373. 376. 377. 380. 386. 388. 390. 395. 396
— — de Dei Attributis, I. 423. 427. 430. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 475. 479
— excogitat methodum Differentiandi de *Curva* in *Curvam*, 319. 322
— — quæ generalius traditur, 330
— — hinc perficit *Calculum integralem*, 322. 337
— ejus ſententia de *Hermanni Phoronomia*, II. 360. 361. 365. 369
— — & de quibuſdam Auctoribus rei Aquariæ, 346
— laudat LA HIRIUM, I. 352. 358
— — de quo vide pariter, II. 148. 150. 153. 159. 172. 177. 178. 213. 216
— laudat HOLLANDERUM & ejus *Amaltheum Aſtronomicum*, I. 186. 191. 197. 202. 204. 207. II. 181
— — *Artem conjectandi Jacobi* BERNOULLII, cujus editionem flagitat, 211. 220. 225
— — diſputat cum BAYLIO de quibuſdam Philoſophicis, I. 405. 435. 439. II. 77
— — ſcribit animadverſiones quaſdam in CARTESII Philoſophiam, I. 268 300. 306. 431
— — excogitat Regulam inveniendi *Coëfficientes* cujuſvis Termini in Poteſtatibus, 47. 66
— ſolvit Problema de *Curva* Segmentorum, 207. 209. 212. 224. 257. 261. 263. 269
— — & de Curva celerrimi deſcenſus, 172. 183. 188. 195
— — de Curvarum *transformatione*, II. 102. 108. 134. 143
— — de Curva *Iſochrona*, I. 206
— — de Iſochrona *paracentrica*, 23. 34. 44

Plura vide paſſim in toto *Indice* & *Libro*.
LIEUTADIUS *Pariſini* Calendarii annuus Calculator, II. 153
Linea breviſſima ducenda de puncto ad punctum in ſuperficie curva, I. 338. 343. 347. 387. 393. 401
Linearum elementa non dantur, 397
— — limites non elementa ſunt puncta, 398. 402
LINUS (*Franciſcus*), 455. 458
LOCKIUS, II. 381
Logica poſſibilium, 220
Logogriphum HUGENII, I. 378
LOGARITHMICA eſt curva *percurrens* & utilis ad omnes *percurrentes* conſtruendas, 8. 10. 90
— ejus geneſis, II. 293
— ad rectos angulos ſecat *Parabolas* omnes habentes eumdem *Axem* & eamdem *Parametrum* ſed *Vertices* mutabiles, I. 17
— omnes per *curvam* ad rectos Angulos ſecandæ, 179. 190. II. 209
— *ſpiralis*, I. 18. 77. 179. II. 230
— quadratura, I. 447. 452
Logarithmi quantitatum negativarum utrum dentur, II. 269. 276. 278. 282. 286. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
Longitudines inveniendæ, & præmium ideo propoſitum, 340. 346. 354.
LOXODROMICA plana, *vide* Logarithmica *ſpiralis*.
— tractata a LEIBNITIO & a *Jacobo* BERNOULLIO, I. 444
Ludi aleæ mathematice tractantur ab HUGENIO & FRENICLIO, 244
— a MONTMORTIO, II. 211. 216. 222. 265
— a *Jacobo* BERNOULLIO, 211. 222
— & a MOIVRÆO, 265
Lunæ Theoria *Newtoniana*, 360
Lunulæ HIPPOCRATIS, quadratura, I. 203. 206. 209
Vide Curvæ.
Lux aquæ marinæ, unde, II. 28. 32
— Mercurii, 28. 32. 33
— ejus radii in quam curvam flectantur quando tranſeunt per medium inæqualiter denſum, 148. 150. 153. 159
— quomodo id poſſit definiri ſecundum BERNOULLIUM, I. 17. 178
— LEIBNITIO adprobante, 24. 185
— hoc Problema affine eſt Problemati curvæ *celerrimi deſcenſus*, 178. 185. 194

M

MAchina *arithmetica* LEIBNITII; ejus effectus, descriptio &c. I. 279. 282. 288. II. 234
— — HUGENIO probata, I. 279
— — Et BERNOULLIO, 293
— — — Descripta in *Miscellaneis Berolinensibus*, II. 239. 243
— MORLANDI, I. 289
— Alia, 282
— — Forte GRILLETI, 289
— POLENI, II. 229. 234. 239
Machina quædam, ex cujus structura oritur resilitio, est omne Corpus, I. 379. 381. 390
MACKRELIUS, 244. 247. 253
Magnitudo anni incommensurabilis, II. 10
MAJORVIUS; ejus sententia de *Motu Musculorum*, 256
MALEBRANCHIUS; ejus memorandum effatum, I. 31
— — De quo LEIBNITII sententia plane notabilis, 33
— Habet hebdomadatim *conferentias*, 41
— Agit de *Legibus motus*, 307. 313. 316. 447. II. 110
— Quædam ad eum pertinentia, 110. 170. 237
— Ejus remedium universale, 39
Malum a Deo permissum: LEIBNITII de hoc sententia, I. 433. 438. 445
MANNEVILLÆUS: historia ab eo narrata, 465
MARIOTTUS agit cum LEIBNITIO de *concursibus* Corporum, 346. 348
— Tentat NEWTONI experimenta de *Luce & Coloribus*, II. 213. 216. 234
— — De ea re BERNOULLII judicium, 242. 246
— — — Et LEIBNITII, 245
— Conscribit Libellum ad usum *Ingeniariorum*, I. 65. 70
MASSONUS, II. 127
Materia: de ejus natura LEIBNITII sententia, I. 62. 69
— Eam non constituunt solæ *extensio* & *impenetrabilitas*, 379. 381
— — objectiones VOLDERI, 382
— — LEIBNITII responsiones, 382
— — Ejusdem argumenta, 398
— — BERNOULLII difficultates, 389. 402
— — LEIBNITII responsa, 404

— — Tertium aliquod poteſt exiſtere, I. 408
— — Conſiſtit in *conatu* quodam *inſito* ſeu *vi primitus impreſſa* ſecundum BERNOULLIUM, 409
— — Secus autem ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII reſponſio, 419
— — In *activitatibus* ſeu *Entelechiis* ſecundum LEIBNITIUM, 415
— — BERNOULLII difficultates, 418. 427. 432
— — LEIBNITII reſponſiones, 423. 429. 440
Plura vide in *Entelechia*.
— — Diviſio in infinitum ad elementa inſecabilia non perducit, ſecundum LEIBNITIUM, 385
— —, — quæ tamen dantur ſecundum BERNOULLIUM, 390
Vide Elementa, Eſſentia corporis.
Matheſis Medicinæ utilis & naturæ clavis, 4
— Superior ubique infiniti conſiderationem involvit, *ibidem*
MAXIMA & MINIMA: nova meditatio: tentamen per *Series*, 47. 55. 67. 167
— *Maximorum & Minimorum*, 57. 67. 179
— — Horum gradus, 57
— Numerica, ſeu quantitatum per ſaltum creſcentium, 57. 67
— Utrum ſemper habeant differentialia æqualia nihilo, 59
— In iis quiddam notabile, 286. 298. 306
— Difficultas propoſita & ſoluta, II. 161. 170
— Hujus methodi Clavis, I. 290. 295. 315. 328
— Methodus HUDDENII, II. 41. 46
Maxima aut Minima omnium Quantitatum utrum detur, I. 402
Mechanices uſus in medicina, II. 273
— utrum omnia per eam fiant in corporum noſtrorum actionibus, 273
Mechaniſmi principia ex ſola extenſione & impenetrabilitate derivari non poſſunt, I. 398
Medicina mentis, 71. 77. 80
Medicinæ ſtudium commendatum, II. 359
Medii reſiſtentia, I. 116. 126. 131. 153
Mémoires de l'Academie R. des Sciences, II. 150
Memoria in quo conſiſtat ſecundum LEIBNITIUM, 274
MENELAUS, ejus Trigonometrica & Aſtronomica, 290
MENKENIUS, I. 6. & *paſſim per totum librum*
Mens momentanea eſt corpus, 62
— ejus medicina, 71
Menſura Potentiæ, quæ, 97. 103

MER-

MERCATOR primus invenit *Series* per continuam divisionem, II. 309. 314
Mercurius redditus lucidus a BERNOULLIO quomodo & qua occasione, 19
— LEIBNITIO approbante, 24
— lucet pro ratione superficiei, 24. 27. 31
— communicatus Regiis Societati *Berolinensi* & Academiæ *Parisiensi*, 21. 27. 31. 48. 50. 53
— & Aulæ *Berolinensi*, 64. 67. 73
— hujus Phœnomeni ratio, 20. 22. 33
— quid accidat, ubi curru vehitur, 62
— pro eo præmium datum, 86. 87. 89. 91
— de ea re dubia, 140
MERSENNUS: experimentum ab eo institutum, I. 117. 123
— Ad eum Epistola FERMATII, 212
Methodus Tangentium inversa generalis utrum detegi possit, judice BERNOULLIO, 7
— *Leibnitiana* revocandi Quadraturas ad series, quid incommodi habeat, 15
MICHELINUS scribit de re Aquaria, II. 342
MICHELOTTUS Medicus celeber, 321
— Ejus cum BERNOULLIO commercium, 321. 356. 387. 389
— — Et cum LEIBNITIO, 364. 372
Microscopium novum a CLUVERIO promissum, 94
Miscellanea *Berolinensia* originem LEIBNITIO debent, 16. 173. 177. 212. 252
— Ad iis aliquid inferendum invitatur BERNOULLIUS, 57. 173. 177. 212. 252
— — Et HERMANNUS, 173. 177. 212. 252
— Iis inseruntur *Bernoulliana* & *Hermanniana* quædam, 212. 221. 225
— Laudata, 238. 243
Modi: dantur, secundum LEIBNITIUM, quæ nec *modi* sunt nec substantiæ, I. 382
MOIVRÆUS aggreditur Problema *celerrimi descensus*, 464
— Scribit animadversiones in CHEYNÆUM, II. 122. 123. 127
— Laudatus, 130. 290
— Ejus commercium cum LEIBNITIO & BERNOULLIO, 154. 159. 215. 222
— Commendatus, 187
— scribit librum de *Alea*, 265
— solvit Problema de *Trajectoriis*, 376

Monades: earum varii gradus, I. 382
— de earum exiſtentia difficultas, 389
— definitio, 398
— — Objectiones, 402. 408. 418. 427. 432
— — — Reſponſa, 404. 414. 423. 429
Plura vide in *Entelechiæ*, *Formæ ſubſtantiales*.
MONTMORTIUS, ſcribit de Ludis a *Fortuna* pendentibus, II. 211. 216. 265
— in quem librum petit BERNOULLII animadverſiones, 222
— eum adit *Nicolaus* BERNOULLIUS, 222
— librum ſuum auget & ſecundò edit, 300. 304
— de eo vide pariter, 367. 377. 391
MORLANDUS *Rhabdologiam* perficit, I. 289
Mors quid ſit, 415. 420. 424. 430. 435
Motus adhibitus ad tetragoniſmum generalem perficiendum, 4
— curva rigida prædeſcripta adhibetur in hunc finem, cur, *ibidem*.
— ſine vacuo num intelligi poſſit, 62. 69
— conſpirans eſt cauſa *duritiei*, Vide Durities.
— — & *Elaſticitatis*, Vide Elaſticitas.
— ejus quantitas, 62. 143
— in quo differat a quantitate *progreſſus*, 125
— communicationis regulæ, 103. 106
— perpetuus, 117. 124
— Leges, 135. 145. 152. 345. II. 98
— mobilis tendentis pluribus velocitatibus & directionibus, I. 144
— reptorius, & ejus uſus in transformandis curvis, II. 133. 138. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 185. *186*. 211. 214. 219
Vide Curvarum Transformatio per motum reptorium.
— radens, 146. 152
— muſculorum, 242. 256. 260
— projectilium, 299
— aquarum ſtudium commendatum, 341. 346. 348. 352
— compoſitio, per eam demonſtrantur vires vivæ, I. 113. 121. II. 8
— — varia, utrum idem efficiat, 99
Motio quid ſit, & ejus quantitas, I. 62
— quantitas, quo ſenſu ſemper eadem ſervetur in Mundo, 157
Motricis actionis abſolutæ quantitas ſemper eadem conſervatur, 125. 143. 157
Multiplicatio potentiæ, 97. 103
Multiſectio anguli, methodum pro ea obtinenda tradit BERNOULLIUS, II. 73. 74
Mundi noſtro infinite majores & minores utrum exiſtant, I. 410. 415

Mundi

Mundi Anima, de ea ſententia ARISTOTELIS & AVERROIS, II. 365
Mundus; an in eo ſervetur ſemper eadem actio motrix, I. 157
MUSCHENBROECKIUS, II. 61. 67
Muſculorum motus, quomodo fiat ſecundum quoſdam, 242
MUYSIUS, 278. 283. 286

N

NAtura aut eſſentia Corporum in quo ſita ſit ſecundum LEIBNITIUM, I. 62. 69
— Corporis & Materiæ in *Mundi Syſtema* redactæ non conſtituitur duntaxat ab *extenſione* & *impenetrabilitate*, 379. 381. II. 65. 69. 119
— — ſed his duabus addendum eſt tertium quiddam, I. 408
— — — de quo plura vide in *Entelechiæ*.
— objectionis VOLDERI, 382
— LEIBNITII Reſponſiones, 382
— ejuſdem argumenta, 398
— BERNOULLII difficultates, 389. 402
— LEIBNITII Reſponſa, 398. 413
— demonſtrationum, II. 3
— *oſculi*, I. 33. 43. 51. 61. 68. 78. 83. 91
Navalis rei ſcientia, II. 6. 9
Navium ſtructura, 3
NAUDÆUS *Matheſin*, *Picturam*, & *ſculpturam Berolini* docet, 129
NEILIUS, utrum ei debeatur *Parabolæ cubicæ* Rectificatio, 314
NEWTONUS, ejus Opuſcula quædam in WALLISII Operibus inſerta, I. 185
— ejus *Calculus Fluxionum* in quo differat a *differentiali*, 191
— — an ſit primus illius inventor, II. 111. 283. 297. 308. 309. 313. 364. 375
— — unde illum deſumſiſſe ſuſpicatur BERNOULLIUS, I. 191. 195
— ejus errores ab HUGENIO notati, 208. 211
— opus aliquod vult in lucem emittere, 241
— ex eo expectatur Problema *Celerrimi deſcenſus*, 247. 253
— — illud ſolvit, 262. 266. 269
— quid ei tribuatur circa Corporum *Attractionem*, 390
— gravitatem Corporum, extra Terram, eſſe reciproce in duplicata ratione diſtantiarum a Centro, ſed, intra Terram, directe in ſimplici diſtantiarum ratione ſtatuit, 411. 415. 420. 424

NEWTONUS litem cum FATIO habuiſſe dicitur, I. 475. 483
— — qua de cauſa ſecundum LEIBNITII conjecturas, 480
— quædam ad eum ſpectantia, II. 31. 55. 86. 106. 111. 137. 154. 247. 290. 302. 357. 361.
— an ei tribuenda *Serierum* Methodus, 97
— ejus *Lunæ* Theoria, 106. 124. 153
— ejus Optica: Enumeratio Linearum tertii ordini: Quadratura Curvarum Geometricarum publicæ fiunt, 123. 124. 180
— ejus Optica Anglice ſcripta, Latine vertitur, 159. 347
— ejus *Arithmetica Univerſalis* in publicum *Cantabrigiæ* emiſſa, 182. 185. 189
— — de ea LEIBNITII judicium, 182
— ejus excerptum quiddam *Nicolao* BERNOULLIO *Nic.* fil. mittitur, 210
— colorum experimenta quædam a MARIOTTO facta NEWTONI tentatis non congruunt, 213. 216. 234. 235
— ſecunda ejus *Principiorum Philoſ.* Editio, 223. 226. 229. 291. 299
— in ejus *Principiorum Phil.* loca quædam *Bernoulliana* animadverſiones, 240. 241. 244. 253. 294. 299
— Regiæ Societati BERNOULLIUM propoſuit, 299
— commercium Litterarium cum BERNOULLIO habuit, 302
— differentia inter ejus Philoſophiam & *Leibnitianam*, 364
— inter eum, (vel potius CLARCKIUM) & LEIBNITIUM Philoſophica controverſia, 381. 382. 384. 390. 396
Plura vide in *Calculi infinitesimalis* hiſtoria.
NICASIUS *Divionenſis* Abbas, Vir doctus & clarus, I. 95. 99
NICOLIUS *Cycloïdis* Hiſtoriam deſcribit, II. 300. 302
NIEUWENTIIT (*Bernardus*) *Batavus* Mathematicus, *Calculum differentialem* oppugnat, I. 70. 80. 100
— ei reſpondet BERNOULLIUS, 147. 154
— replicationem adverſus BERNOULLIUM *Actis Erud.* inſerere conatur, 158. 165
— quid ad illum BERNOULLIUS, 177
— quid ille ad BERNOULLIUM, 184
— quid in eum regeſſerit BERNOULLIUS, 188
— quid de controverſia inter illum & BERNOULLIUM judicet LEIBNITIUS, 195
— *ſecunda* illius *Conſiderationes circa* Calculi differentialis *principia & reſponſio ad Virum Nob. G. G.* LEIBNITIUM, 225. 246
— — quid de illo ſentiat BERNOULLIUS, 225. 233. 245. 252
— — — quid LEIBNITIUS, 230. 247. 252
— — ad eas Reſponſio *Hermanniana*, II. 31. 34. 45

NIEUWENTIITI quid contra CLUVERIUM ſcripſerit, I. 241
— quædam geſta inter eum & BERNOULLIUM, 251
— quid de illius objectionibus contra *Calculum differentialem* cenſeat LEIBNITIUS, II. 25
Nitrum regeneratum a quo inventum, 314
Nouvelles de la Republique des Lettres, quis Auctor, 141
— continent litis ROLLIUM inter & SAURINUM deciſionem, 150
— — recenſionem *des doutes de* BERNIER *ſur la Philoſophie*, I. 455
— — nonnihil, quo fere BERNOULLII fratres plagii inſimulari videntur, II. 151
— — — BERNOULLIO non probatum, 151. 154
— earum Auctori admonitionem mittit LEIBNITIUS, 155
— in eis BERNOULLII defenſionem contra HOMBERGIUM inſerit DU-TAL quidam, 170. 172
— in eis aculei aliqui in BERNOULLIUM Phoſphori mercurialis inventorem inſperguntur, 251
NUGUETUS quidam Phoſphori mercurialis Auctorem apud LEIBNITIUM ſe prædicat, 235
— quid de illo BERNOULLIUS, 242
Numerus radicum æqualium, in puncto *oſculi*, quis, I. 34. 51. 68. 78. 83. 91
— inpoſſibilium in æquatione inveſtigatus, 210

O

OBDAMIUS, II. 221. 228
Objecti & ſenſationis quæ ſimilitudo, I. 442
Obliquitas Eclipticæ Terræ, *Vide* Ecliptica.
Oenometrum *Langloiſianum*, 368. 391. 394. 405
— *Leibnitianum*, 368. 371
— *Bernoullianum*, 372. 385. 391
— — aliud, 372
Obſervatio quædam optica, 278
Obſervationes PTOLEMÆI *Alexandriæ*, cum recenſionibus ibidem inſtitutis collatæ, 369
OLDENBURGIUS, II. 291. 313
Oleum vitrioli, utrum ad phoſphoros conficiendos aptum ſit, 31. 33
Opificia varia deſcripta, I. 369
Oſcillationis centrum, 146. 153
— idem eſt ac centrum percuſſionis, 154
Oſculi natura, 34. 43. 50. 61. 68. 78. 83. 91

Osculi radius in puncto flexus contrarii aliquando nullus est, I. 59
OTTIUS, 24. 31
OZANAMMUS, 33.41.49.347.349.350

P

PAPINUS cum LEIBNITIO disputat de Virium æstimatione, I. 108. 109
— ejus objectionum fortissima, & de LEIBNITII responsione judicium, 110
— ratiocinium in ipsum conversum, 112. 113
— edit *Fasciculum Dissertationum de novis quibusdam machinis*, 108
— — ex quo renovatur concertatio inter eum & LEIBNITIUM, 119
— de eo judicia, 128. 132. 139. 150
— illa controversia durat, 157. 169. 335
— ejus objectio quædam, 335
— — LEIBNITII responsio, 335
— alia, 335. 347
— — LEIBNITII responsio, 336. 343. 347
— — de his objectionibus & responsionibus BERNOULLII judicium, 339. 343. 344. 351. 432
— moratur *Casellis* apud *Landgravium*, unde discedit, II. 181. 183
— cathedram *Marpurgensem* occupat aliquandiu, quam tandem relinquit, 183. 187
— impugnat GUILLELMINI doctrinam de *aquis currentibus*, 346. 349
PAPPUS: in ejus *Collectionibus Mathematicis* invenitur *Regula* GULDINI, 138
— enumerat loca *plana* & *solida Veterum*, 151
Parabola tangit Parabolas omnes descriptas a globis ejectis ex omnibus mortarii elevationibus, I. 17
— omnes habentes eundem Axem & Verticem, sed Parametros mutabiles Ellipsis secat ad rectos Angulos, 17. 23
— arcus inter se utrum possint comparari, 166. 203
— omnes habentes eundem Axem & eamdem Parametrum, sed vertices mutabiles Logarithmica secat ad rectos Angulos, 17
— quadratura impugnata, 17
— — defensa, II. 26
— arcus parabolici dimensio, 174

PARDIESIUS (*Ignatius Gaſto*) ſcribit de *Legibus motus*, & de iis BERNOULLII judicium, I. 164
— — ac LEIBNITII, 170
— demonſtrat *Cycloidis* tautochroniſmum, & de ea demonſtratione BERNOULLII ſententia, 366
— — cui aſſentitur LEIBNITIUS, 369
PARENTIUS, ejus liber quidam, II. 84
— ejus *Elementa Mechanicæ & Phyſicæ*, 113. 115. 117. 172
— illius *Mechanica*, 179
— diſquiſitiones, 212. 216
— contra eum Apologia BERNOULLII & LEIBNITII, 265
— ejus *Miſcellanea*, 304
— adnotationes in BERNOULLII *Manuariam nauticam*, 349. 352
— qualis videatur LEIBNITIO & BERNOULLIO, 353. 356. 360
Pariſienſis Academia Regia Scientiarum; ejuſque ſocii & Inſtituta aliquot, I. 446. 454
— ejus Hiſtoria ab Hamelio conſcripta, 405. 437
Pars imperata abſciſſa a figura data definita duabus rectis & una curva ordinaria per curvam ordinariam, 229
PASCHALIUS: ejus Summas meditatur LEIBNITIUS, 21
— ſcribit hiſtoriam *Cycloidis*, 224
— — cujus *Curvæ* proprietates multas invenit, 228. 443
— Epiſtola quædam ei falſo tributa, II. 61
— ejus opuſcula quædam inedita, 96
PELETARIUS diſputat cum CLAVIO de naturâ *Anguli contactus*, I. 91
PELISSONIUS Auctor *Diarii Gallici* 69
Pendulorum doctrina ab HUGENIO tractata & a BERNOULLIO uno Theoremate comprehenſa, 153. 158
PENN (*Wilhelmus*) donat Librum *plumbagine* perpolitum, II. 72. 107
Perceptiones confuſæ, I. 442. 451
— diſtinctæ, 442
Percuſſionis centrum, 116. 123. 134. 136
— idem eſt ac centrum oſcillationis, 154
Phoronomica LEIBNITII, 62
— BERNOULLII judicium, 62
— — qui *Leibnitianæ virium* ſeu *potentiarum* æſtimationi non acquieſcens, in eam objicit, 63
— — — LEIBNITII reſponſio, 68
— novæ BERNOULLII objectiones, 79. 91
— — LEIBNITII reſponſa, 84. 95

— ei ſententiæ accedit BERNOULLIUS, nonnulla tamen dubia eximenda proponit, I. 102
— — eximit LEIBNITIUS, 105
— illa m impugnat PAPINUS, 108
— — BERNOULLII judicium & animadverſiones, 109. 112
— controverſia inter *Papinum* & *Leibnitium* renovatur, 119. 128
— LEIBNITII in PAPINUM argumenta nonnulla, 121. 139. 157
— — judiciá BERNOULLII, 132. 150
— in *Leibnitianam* æſtimationem notabilem quandam difficultatem movet & ſolvit BERNOULLIUS, 110
— — qui eam demonſtrat per *motus compoſitionem*, 113
— — — LEIBNITIO approbante, 121
— — & per *vim centrifugam*, 115
— — — LEIBNITIO plaudente, 123
— ex ea concludit BERNOULLIUS male determinatum fuiſſe *Centrum percuſſionis*, 116. 126
— — & non bene a LEIBNITIO definitum *reſpectivam medii reſiſtentiam* eſſe in *duplicata* velocitatum *ratione*, ſed eſſe in *triplicata*, 116. 134. 137
— — — LEIBNITII reſponſiones, 123. 126. 146
— — — — de quibus BERNOULLII judicium, 153
— cur nova hæc æſtimatio locum habeat in *velocitatibus actualibus*, non in *conatibus*, 116. 173
— & cur minima *velocitas* impreſſa alteri ex duobus corporibus in *æquilibrio* poſitis illud non magno impetu deſcendere faciat, 116. 173
— — æſtimationem ſuam LEIBNITIUS probat a *priori*, 123
— — — conſectaria, 125. 157
— — — hinc eductæ novæ Leges motus a BERNOULLIO traditæ, 135
— — — eaſdem tradit LEIBNITIUS, qui inde nova conficit, 145
— — — — quæ BERNOULLIUS probat & promovet, 153
— — in hoc argumentum BERNOULLII difficultas, 133
— — — LEIBNITII reſponſio, 140
— — — — cui acquieſcit BERNOULLIUS, 151
— — aliud LEIBNITII argumentum a *priori*, 143
— — — quod BERNOULLII probatur, 164
— — in hæc argumenta ſua LEIBNITII obſervationes, 170. 185
— — — & in eas BERNOULLII animadverſiones, 176. 190
— — in hanc rem objectio, 170
— — — ſoluta, 170

in

— — — — in hanc ſolutionem animadverſio BERNOULLII, I. 176
— de *Phoronomica* Librum ſcribit LEIBNITIUS & qua occaſione, 144
— — ut de ea ſcribat LEIBNITIUS rogatur a BERNOULLIO, 421
— HUGENII, quo principio innixa, & de eo LEIBNITII judicium, II. 99
— HERMANNI, 223. 256. 353. 357
— — qui hæc omnia *more Veterum* demonſtrare vult, & quare, 245
— — de eo libro LEIBNITII judicium, 360. 365
— — — & BERNOULLII, 361. 369
Phoſphorus mercurialis, 19. 67. 248. 357
— *Kunckelianus* vel *Anglicus*, 22
— — ejus verus inventor, 24
— — hiſtoria, 238
— *Bononienſis* vel *Balduinianus*, 32
— liquidus, I. 438. 440
Phyſica mathematice ſcribenda, II. 223. 228. 239
— id facere aggreditur P. *Honoratus* FABRUS, 234
— & alii, *ibidem*
PICCARDUS, obſervationem inexpectatam in Barometro ſuo quam fecit, 19
PISO, & ejus Hiſtoria naturalis Braſiliæ, I. 127
PITCARNIUS, quis, II. 86
Plumbago apta ſpeculis, 107
— & libris ornandis, 72
POLENUS; ejus *Miſcellanea*, 229. 234
— ejus *Machina Arithmetica*, & de ea LEIBNITII ſententia, 234
— creditur obtenturus *cathedram Patavinam*, 341
POLINERIUS, 170
Polinomii poteſtates ſymbolizant cum rectangulorum ſolidorum & ſuperſolidorum differentiis, I. 47
Pondera num elevari poſſint ad eandem altitudinem, nunc uno tractu, nunc per vices eadem potentia, 91. 95. 102
Pondus aëris utrum ejus *condenſationi* proportionale, 458. 475
Poſſibilia, quæ, II. 2. 5. 8. 17
Potentia ab actione diſtincta, I. 170. 176
— quando dicenda ſit multiplicata, 97. 103
— ejus productio realis a modali diſtincta, 97. 103
— corporis majoris utrum tota transferri poſſit in minus corpus quieſ-

quieſcens, I. 109. 121
Potentiæ pars utrum pereat, 109
—— conſervatio, 381
—— plures idem corpus impellentes quid efficiant, 150
—— eadem utrum elevet idem pondus ad eandem altitudinem ſive per vices, ſive uno tractu, 91. 95. 102. 105. II. 3. 6. 7
—— productio modalis & formalis, I. 103
—— menſura, 103
Poteſtates Binomii ſymbolizant cum rectanguli differentiis, 46. 65
—— Polynomii cum productis plurium dimenſionum, 47
—— —— unde promovetur calculus integralis, 52. 75. 83
—— —— utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
—— earum coëfficientes, 47. 54. 66
Preſſio aëris externi utrum *Barometris* vulgaribus obſit, 478
PRESTETUS, 42
PRINZ (*De*), II. 258
Problemata *ſolida* & *ſuperſolida* conſtructa per *Geometricam approximationem*, I. 222. 228
PROCLUS demonſtrat EUCLIDIS *Axiomata*, 196
Progreſſio *harmonica*; de ea obſervatio quædam, 22
—— promota, 28
—— habens *finitum Terminorum* numerum, ejus *Summa* an & quomodo reperiatur, 28. 32. 203. 207. 213
—— habens *infinitum Terminorum* numerum, ejus *Summa* eſt infinita, 218
Progreſſus quantitas quid ſit & quomodo æſtimetur, 125
—— coincidit cum quantitate Progreſſus *Centri Gravitatis*, 135. 143. 152. 339
—— in quo differat a quantitate motus, 125
—— ſemper eadem conſervatur in mundo, 125
—— —— quod probatu difficile putat BERNOULLIUS, 134
—— hinc factum putat LEIBNITIUS, ut vulgo male quantitas motus æſtimaretur, 125
—— —— idem ſentit BERNOULLIUS, 134
—— hinc demonſtratur id quod experientia oſtendit de duobus globis *duris* ſive *elaſticis*, qui *centraliter* concurrunt cum celeritatibus reciprocè proportionalibus ad corpora, 125. 339. 343. 344
—— —— & quod, ſi globus unus ita in duos æquales quieſcentes incurrat, ut eorum centra faciant in momento concurſus triangulum rectangulum, ille quieſcet tota ſua vi duobus aliis communicata, 121. 126
—— hinc etiam fit (ſecundum LEIBNITIUM), ut vera maneant theoremata receptæ *mechanicæ*, item *oſcillationis*, vel *percuſſionis*, & *reſiſtentiæ*

reſiſtentiæ medii reſpectivæ, 126
—— —— BERNOULLII animadverſio, 136
—— —— LEIBNITII reſponſio, 146
—— ex ejus conſervatione & ex conſervatione virium motricium conduntur veræ Regulæ pro *motus communicatione*, 135. 145
Proprietates Arithmeticæ *binariæ*, II. 36. 38. 44. 47. 140
PTOLEMÆUS, ejus obſervationes cum recentioribus collatæ, I. 369
Puncta ſunt Linearum *limites*, non *elementa*, 398. 402
Pyromontanarum acidularum effectus mirabilis, II. 387

Q

QUadrata *celeritatum* ſunt corporum *aſcenſibus* proportionalia ſecundum BERNOULLIUM, & cur, I. 63
Quadratrix eſt curva *tranſcendens*, cujus puncta poſſunt algebraïce reperiri, 77
— utrum *percurrens*, 102
— LEIBNITII, 172
— hujus *Quadratricis Quadratrix* eſt *Cycloïs*, 178
— DINOSTRATI novo modo deſcripta, II. 176. 179
Quadratura univerſalis, I. 264
— in quadraturis deſiderata duo, 5
— curvæ cujuſdam *percurrentis*, 8. 11. 15. 19. 25. 30
— *Catenariæ*, 9
— *Circuli* arithmetica, 227. 331. 337. II. 309. 313. 317. 320
— quarumdam origo, I. 20. 26. 27
— earum inquiſitio contracta, 50. 61
— circuli hiſtoriam parat LAGNIUS, II. 302
— generalis Cycloïdum, I. 102
— Parabolæ impugnata, 173. 455
— —— defenſa, 173. 455. 457
— partium Lunulæ Hippocratis, 203. 206
— diverſorum ſpatiorum ad unius continui ſpatii quadraturam indeterminatam revocata, 309. 314. 317. 323. 326
— omnium figurarum altera ab altera mutuo penderent ſi omnes curvæ *tranſcendentes* eſſent *percurrentes*, 91. 94. 102
— indefinita curvarum, 202. 207. 224
— quarumdam, 41
— indefinitam non admittunt aliquæ, habent tamen infinitas partes quadrabiles, 202
— quadraturam unius ſpatii quædam admittunt, 209

exem-

— exemplum, I. 224
— quadratura infinitorum Cycloïdis ſegmentorum detecta a BERNOULLIO, 202. 232. II. 61. 62
— — ejuſdem zonarum, I. 202
— partis cujuſdam ab HUGENIO tradita, 202. 214. 228
— alterius a LEIBNITIO, 46
Quadratura generalis per motum a LEIBNITIO tradita, & BERNOULLIO probata, 41
— Quarum Curvarum ſemper poſſit haberi, 5. 9
— deſiderata ad eam pertinentia, 5. 9. 367
— reducenda ad earum *rectificationem*, 5. 9
— — & ad certa genera, 14
— quarum reduci poſſit ad *Quadraturam Circuli* & *Hyperbolæ*, 15. 23
— de hac re deſiderata, II. 124
— de ea liber NEWTONI, 89
— omnes rationales, 82
— *irrationales* ad *rationales* reductæ a LEIBNITIO, I. 12. 219
— ad *Seriem* quomodo reducatur, 15
— de hac Methodo BERNOULLII judicium, 15
— omnes per *Seriem* expreſſæ a BERNOULLIO, 22
— — hanc inveſtigat LEIBNITIUS, 28
— — illius fontem monſtrat BERNOULLIUS, 75
— — ejus nova demonſtratio, 35. 99. 104
— *Seriem* aliam exhibet LEIBNITIUS, 40
— quam corrigit BERNOULLIUS, 46
— LEIBNITIO approbante, 50
— de hac re librum ſcribit CRAIGIUS, 50
— in eum LEIBNITII obſervatio, 60
— in hanc adnotatio BERNOULLII, 125
Quantitas actionis motricis *abſolutæ*, 20. 26. 27. 35. 40. 46. 53
Quantitatis cujuſdam differentialis integratio, II. 269. 276. 304
— poſitivæ & negativæ ratio utrum imaginaria, 269. 276. 278. 282. 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
— negativæ utrum detur Logarithmus, 274
QUIRINUS, I. 228
Quotientium inveſtigationes continuatæ,

R

RAdices quot ſint in æquatione in caſu *oſculi*, I. 34. 43. 51. 61. 68. 78. 83. 91
Radices

Radices *irrationales* aut *affectæ* an habeant aliquid ſimile *integrationibus*, I. 47. 66
— æquationum utiles ad Curvam *Segmentorum* inveniendam, 257. 261. 269
— impoſſibiles quot ſint in æquatione, II. 210
Radio & Arcu Circuli datis invenire ſinum rectum, I. 16
Radius *oſculi* unde derivari poſſit, 34. 43. 50
— in puncto *flexus contrarii* non ſemper eſt infinitus, 59
— adhibitus a BERNOULLIO ad ſolvendum Problema *Catenariæ*, 254. 259. 265. 270
Vide, *Funiculariæ*.
— lucis & ejus Curvatura in *medio variante*, quomodo definiri poſſit ſecundum BERNOULLIUM, 17. 178
— — hoc Problema affine eſt Problemati de Curva *celerrimi deſcenſus*, 178. 185. 194
— — quæ ſit ejus Curvatura, II. 148. 150. 153. 159
— Radii ad *Synchronas* & undas convenientes, & hujus convenientiæ uſus ſecundum LEIBNITIUM, I. 306. 314
— de ea re BERNOULLII ſententia, 311
RAIUS, II. 183
Rarefactio *Aëris* a Calore quam dilatationis vim ei det, I. 458. 476
Rationis Sectio, II. 138
Recta data Arcui *Circuli* æqualis, 176
Rectanguli differentiæ ſymbolizant cum Binomii poteſtatibus, I. 46. 65
— unde promovetur *Calculus integralis*, 52. 75. 83
— plurium Dimenſionum cum Polynomii poteſtatibus, 47
— utrum ſemper locum habeat hic conſenſus, 54. 66
Rectificatio *Ellipſeos* & *Hyperboles* ad earundem Quadraturas revocari non poteſt, 15
— omnes expreſſæ una generaliſſima Serie, 15. 75
— curvarum, 81. 87. 201
— — deſiderata ad eam pertinentia, 366
— — de ea re ſententia *Jacobi* & *Johannis* BERNOULLIORUM atque LEIBNITII, 201
— quænam Curvæ eam ſemper admittant, 201. 206
— algebraïcarum Curvarum in ſe redeuntium, 201. 206
— — indefinitam non admittunt; aliquæ Curvæ habent tamen infinitas partes rectificabiles, 202
— *Ciſſoïdis*, II. 55
Reditus ad vitam æſtimati, 219
— De iis ſcribunt HUDDENIUS & WITTIUS, 220

REGINALDUS (Gallice REYNEAU) Mathematum Profeſſor *Angerienſis* Calculum differentialem ſummis laudibus effert, I. 42. 49
— ejus *Algebra* in lucem emiſſa, II. 180. 304
— — quam laudat LEIBNITIUS, 251
— — de ea BERNOULLII judicium, 257
— librum de *Magnitudinum Calculo* molitur, 260
REGNIER inſignis Mathematicus *Lugdunenſis*, 138
Regreſſus punctum in Curvis, I. 59. 67. 76
— quam proprietatem habeat, 76. II. 170
— de eo difficultas quædam, I. 76. 101
— — ſolutio, 83
— methodo *Huddeniana* de *Maximis* & *Minimis* determinatur, II. 41
Remedium univerſale MALEBRANCHII, I. 39
— arthritidis, II. 266. 267
REMONDUS, MONTMORTII frater, litis NEWTONUM inter & LEIBNITIUM (de Calculi infiniteſimalis inventione) particeps factus eſt a LEIBNITIO, 375. 377
RENALDINUS (*Carolus*), 234
RENALDUS, *Gallus* Eques & Ingeniarius navalis, litem quam prius cum HUGENIO habuerat de re nautica, cum BERNOULLIO renovat, 335
— ut de ea LEIBNITIUS judicet, a BERNOULLIO rogatur, 343
— *Melitenſibus* adverſus *Turcas* auxilium laturus, præficitur aliquot bellicis navibus, 349
Reſiſtentia *medii*, I. 137
— abſoluta, 131. 139
— reſpectiva, 116. 123. 126. 134. 153
— ex defectu lubricitatis, II. 240. 244. 254. 259
— ſolidorum, I. 415
— minimæ ſolidum inveſtigatum, 466
— aëris in gravia cadentia, II. 266
Reflexionis & *Incidentiæ* æqualitas an bene demonſtrata a CARTESIO & KEPLERO, 99
Reſpirationi quis aër utilis, 266
REYNERUS (*Samuel*) in Academia *Chriſtian-Albertina* primarius Profeſſor, 10
— una cum TIDIO auctor eſt novi Cycli peringenioſi, 49
REYNEAU. Vide REGINALDUS.
Rhabdologia perfecta, I. 289
RICATUS *Comes*, ſcripti cujuſdam Mathematici Auctor, II. 350. 353

RICATUS quid in *Diario Veneto* contra BERNOULLIUM inſeruerit, II. 356
—— —— aliquid in eo mutavit, 360
—— rurſus BERNOULLIOS petit, 363
—— ab HERMANNO rogatur ut finem litibus contra BERNOULLIOS faciat, 365. 369
Rixæ in litteris, quibus relinquendæ, I. 5
ROBERVALLIUS cum TORRICELLIO diſputat de primo Quadraturæ *Cycloïdis* Auctore, 228
ROCQUE (*de la*) Abbas, *Diarii Gallici* Auctor, 69
RODOLPHUS AUGUSTUS Dux, II. 39
ROLLIUS, quid invenerit circa appropinquationes radicum, I. 228. 232. 240
—— *Calculum differentialem* impugnat, II. 23. 25. 50
—— quid ab eo expectandum, 23. 25
—— de eo plura ſcribit VARIGNONIUS ad BERNOULLIUM, 29. 39
—— *Leibnitianæ* notæ in objectiones illius contra *Calculum differentialem*, 40. 46
—— *Algebram* edit, 98
—— ad *Academiæ Regiæ* deciſionem a SAURINO provocatur, quo cum longiſſimam habuit controverſiam de *Calculo infinitesimali*, 148
—— ejus cum SAURINO controverſia utcunque componitur, 150
—— Tandem *Calculi differentialis* veritatem agnoſcit, 170. 172
—— quorum ductu *Calculo differentiali* obſtiterat, 172. 177. 211
—— quædam illius opera petit LEIBNITIUS, 304
Romæ Topographia inedita, 126
Rotæ inſtruendæ ſunt dentibus *epicycloïdalibus*, I. 347. 349. II. 172
—— —— ut omni notabili frictione careant, I. 349
—— —— & motum *æquabilem* procurent, 349
ROMERUS, Inventor eſt dentium *epicycloïdalium*, eorumque uſus, 346. II. 172. 177. 178. 257
—— extremum diem obit, 260
RUZZINUS S. *Marci* Procurator, 284
—— Partes amplectitur *Nicolai* BERNOULLII, *Nicolai* filii, in eo ad *Patavinam* Profeſſionem promovendo, 321

S

SALVATOR (*Gallice* SAUVEUR,) Illius Solutio Problematis Curvæ *celerrimi deſcenſus*, I. 233. 234

— — de ea BERNOULLII judicium, I. 233
— — — & LEIBNITII, 236. 237
— — in quo erronea ſit, 242. 243
— — errorem in ea admiſſum agnoſcit, 246
SAMSONIUS Tabulis ab *Academia Scientiarum* concinnatis contradicit, 369
SAURINUS BERNOULLIO ſubiraſci videtur, qua de cauſa, II. 127
— ſitem habet cum ROLLIO de *calculo infinitesimali*, 148
— — quæ, juſſu *Regiæ Academiæ*, ſopitur, 150
— — in cujus arbitrium ea de re conſentiat, 153
— in *Academiam Scientiarum* recipitur, 179
SCHELIUS (*Eberhardus*), ejus Topographia *Romæ* inedita, 126. 129. 135
— (*Radbodus*), 129
SCHEUCHZERUS *Alpes* deſcribit, 181. 183
— Phyſicam LEIBNITIO dedicandam habet ſub prelo, 228
— *Helvetiæ* univerſæ Mappam edit, 228
— quid ab illo expectandum, 234. 253
— ad *Francofurtanam* Profeſſionem commendatur, 257
— laudatus & pro eo LEIBNITII operam petit BERNOULLIUS ad ei Profeſſionem aliquam procurandam, 335
— in *Ruſſiam* abiturus a *Tigurinis* retinetur, 342
— — quod LEIBNITIO diſplicet, 386
— Junior Geometriæ & Phyſicæ ſtudet, 183
— — *Patavinam* Profeſſionem adpetit, 186
— — laudatus, quas regiones luſtraverit, 222
— — ejus familiaritem quærit LEIBNITIUS, 225
— — *Gallias* percurrit, 228
— amborum ſagacitate *Turfæ* materia paludibus *Tigurinis* extracta conficiuntur, 228
SCHULEMBURGIUS Comes, Rei militaris Præfecturam a *Venetis* accipit, 359
— laudatus. Illius auxilium ſperat LEIBNITIUS, & quam in re, 364
— in *Dalmatiam* abit, qua de cauſa, 372
Scientiarum Academia Regia *Pariſienſis* quem reditum annuum habeat, I. 446. 454
— ejus hiſtoria conſcribitur, 405
— — quid de LEIBNITIO contineat, 437
— *Berolinenſis* fundata, II. 129
Scientia infiniti, opus quod meditatur LEIBNITIUS, I. 4. 6. 12. 16. 18. 31. 35. 100. II. 80

Scien-

Scientia rei navalis, II. 6. 9.
— aquarum a quibus tractata, 346
SCRETA, *Helvetius*, egregius Physicus, *Schafhusianus*, I. 13
— mortem obit, 24. 31
Sectio *Anguli*, pro ea methodum tradit BERNOULLIUS, II. 73. 74
— *Rationis*, *Apollonianus* liber ab HALLEO ex *Arabico* sermone in *Latinum* versus, & editus, 154. 159. 161
— — an aliquid commune cum *Logarithmis* habeat, 138
Segmenta quadrabilia. *Vide* Curvæ. Cycloïs.
Segmentorum Linea, quæ, I. 247
— de hoc Problemate FERMATIUS agit cum CARTESIO, 207. 209. 212. 224
— — ejus *Analysis*, 258
— — qua occasione illam excogitaverit, 257. 261. 269
— — id facit infinitis modis generalibus, 248
— — in suam solutionem LEIBNITII adnotatio, 251
— — *Leibnitianam* solutionem probat BERNOULLIUS, 255
— — in eam BERNOULLII observatio, 261
— — — LEIBNITII responsio, 268
— — & a BERNOULLIO, 255
— — — ejus *Analysis*, 255
— — — — in hanc BERNOULLII solutionem animadversio LEIBNITII, 247
— — — — — BERNOULLII responsio, 255
— — series infinitas, quarum quælibet infinities infinitas complectitur hujus Problematis Solutiones, habet BERNOULLIUS, 255
— — qui ex iis quandam exhibet, 256
— — atque a NEWTONO, 262. 266
— — — hujus methodum probat ac promovet BERNOULLIUS, 262
— — — qui eam extendit ad Curvas, in quibus data est *differentia Potestatum Segmentorum*, 265
— — — LEIBNITII animadversio, 270
— — — ejusdem fundamentum, 263
— — in NEWTONI Solutionem animadversio LEIBNITII, 288
— — quam probat BERNOULLIUS, 272
SECKENDORFFIUS, 69
Separatio *indeterminatarum* necessaria ad æquationes *differentiales* construendas, 7

— quomodo poſſit obtineri, I. 7
SERENUS, ejus Liber de Sectione *Coni* & *Cylindri*, II. 291
Serierum inveniendarum methodus generalis, I. 97. II. 12
— quædam generaliſſima exprimens omnes quadraturas & rectificationes, I. 15. 35. 40. 75
— & dans *Sinum* rectum ex dato *Arcu* & *Radio*, & alia quædam Problemata ſolvens, 16
— ejus fons, 22. 28
— quædam pro *differentiis*, 98
— reducendæ ad *quadraturas*, 215. 219. 227
— reciprocæ *quadratorum* ſumma, 213. 214. 217. 223
— quædam ad Problemata ſolida & ſuperſolida ſolvenda utiles, 222. 231
— quædam pro *Curva* ita *Rectas* omnes a dato puncto actas ſecante, ut *Poteſtates Segmentorum* datam ſummam conficiant, 155
— inventio per *Coëfficientes* arbitrarios a quo excogitata, II. 97
— *infinitæ* revocandæ ad finitas æquationes *differentiales*, I. 49
— diviſæ in partes datam habentes *rationem*, 218
— primus earum inventor, II. 314
— doctrina promota, 325. 327. 329. 333
— quædam ſummatæ a *Jacobo* BERNOULLIO, I. 186. 218
— quædam LEIBNITII & BROUNCKERI pro *Circulo*, 227
— *Harmonica*, 22. 28. 32. 203. 207. 213. 218
Signa *Algebraïca* nova, 386
Sinus rectus inventus dato *Arcu* & *Radio*, 16
Societas Regia *Berolinenſis* erecta, II. 15. 18. 35
— conventus ſolemnes habere incipit, 250
Socii aliquot *Pariſienſis* Academiæ Scientiarum laudati, I. 446. 454
Solidum *minimæ reſiſtentiæ* inventum, 466
SPANHEMIUS Quæſtor *Groningæ* machinam arithmaticam *Leibnitianæ* ſimilem detexit, 282
Spatium, quid, II. 347
— quam rationem ad illud habeat *vis* aëris *elaſtica*, I. 455
— incrementa proportionalia ſunt *Virium* decrementis, in *mediis reſiſtentibus*, 131
Specula cauſtica parat BERNOULLIUS, II. 68. 107
— quid eorum ope efficiatur, 70. 72. 102
— quis primus ea invenerit, 107
— utilia ad *Curvas* transformandas *Vide Curvarum Transformatio*.
SPINOSA, I. 481. II. 2
Spiralis Archimedæa eſt Curva *tranſcendens*, cujus puncta poſſunt algebraice

braïce reperiri, I. 77
Spiritus omnes utrum cogitatione & intellectu præditi, 382
— aut Corpus; utrum detur ſubſtantia quæ nec Corpus ſit nec ſpiritus, 382
Spirituum animalium uſus ſecundum LEIBNITIUM, II. 274
— — & ſecundum BERNOULLIUM, 277
SPLEISSIUS, I. 197
STAHLIUS Profeſſor *Hallenſis* quid ſcripſerit, II. 235. 242
— in ejus ſcripta nonnulla obſervat LEIBNITIUS, 236
— — quibus reſpondet ipſe, 236
— — replicare parat LEIBNITIUS, 236
— — duplicationem exſpectat LEIBNITIUS, 245
— ejus ingenium, 256
— quid ad LEIBNITIUM de uſu Mechanices in Medicina, 273
STENO quid circa *Muſculorum* contractionem crediderit, 242. 245. 256
— quid circa *Spiritus animales*, 260
STURMIUS junior locum BERNOULLIO deſtinatum obtinet, I. 23
— ſenior quid in Phyſicis præſtiterit, II. 234. 240. 244. 253
— — illius filius *Francofurti ad Oderam* Profeſſor, relicta ſtatione, Architecti munus apud Ducem *Megalopolitanum* recipit, 250
— tuetur ſententiam *Carteſianam* de *Animæ & Corporis Commercio*, I. 442
Subſtantia non eſt extenſio, II. 279
— natura, 92
Subſtantiarum activitas, I. 450. 463. 471. 483. II. 3. 5. 7
— in eam objectio, I. 483
— quæ non ſint neque Spiritus neque Corpora, an dentur, 382
Subtangens Curvæ cujuſdam *percurrentis*, 8
Summatoriæ notæ pro *integrationibus* uſurpatæ, 36. 41
Summæ ſeu *integrationes differentiis* reciprocæ, 36
— terminorum *progreſſionis harmonicæ*, 22. 28. 32. 203. 206. 213. 218
— Seriei quadratorum reciprocæ, 213. 214. 217
— quantitatum aliquot *logarithmicarum*, 19. 26. 216. 223. 226. 231
— ſerierum quarundam aſſignatæ a *Jac.* BERNOULLIO, 186. 218
Superficies *Conoïdum* conſideratæ a *Jacobo* BERNOULLIO, 212
— earumdem inter duo data puncta linea breviſſima definita a LEIBNITIO, 343. 387
— in hanc methodum obſervatio BERNOULLII, & hujus methodus, 393
— idem præſtat *Jacobus* BERNOULLIUS, 387. 401
— *Sphæroïdis* dimenſa, II. 138

Synchrona pro quibuſcunque *Curvis* datæ ſpeciei determinata a BERNOULLIO, I. 286. 294
— hujus *Tangens* facile poteſt demonſtrari ſecundum LEIBNITIUM, 290. 303. 314
— ſecus autem ſecundum BERNOULLIUM, 293. 309. 314. 323
— methodus id efficiendi a LEIBNITIO propoſita, 319
— qui hinc perficit *Calculum integralem*, 322
— a BERNOULLIO probata & promota, 330
— ejuſdem judicium de nova hinc educta *Calculi integralis* promotione, 337
— inventa a BERNOULLIO, 325
Synchrona ipſa ſemper quidem haberi poteſt ſed difficile, judice BERNOULLIO, 294
— quomodo ea poſſit obtineri ſecundum LEIBNITIUM, 303. 314
— de hoc BERNOULLII ſententia, 309. 326
— ſecunda methodus LEIBNITII, 317
— —de ea BERNOULLII judicium, 323
— de hujus *Tangente* ad rectam *poſitione* datam parallela, 337. 343
Synchronarum & *undarum* ad *Radios* convenientia, & hujus convenientiæ uſus, ſecundum LEIBNITIUM, 306. 314
— de ea re ſententia BERNOULLII, 311
— *Cycloidum* eſt ipſis perpendicularis, 178
Syſtema *Leibnitianum* de *Animalis anima*, 415. 420
— latius explicatum, 424. 430. 435
— utrum novum, 434. 439

T

TALIUS, vel DU-TALIUS (DU-TAL) BERNOULLIUM defendit contra HOMBERGIUM & aliquos, II. 170
— quid de illo LEIBNITIUS, 172
Tangentium methodus inverſa generalis utrum ſperari poſſit, ſecundum BERNOULLIUM, I. 7
— conditione data, Curvas conſtruere, II. 14. 17. 34
— proprietas in *Catenaria*, 47
— inverſæ ad quadraturas revocatæ, 228
— Curvarum *pencurrentium*, ſive *exponentialiter tranſcendentium* quomodo inveniantur, 8. 10
— infinitæ pro uno ejuſdem *Curvæ* puncto, 67. 76
— determinatæ ex *Focis* ab HOSPITALIO, 211

de

— —— de hoc LEIBNITII judicium, I. 211
— —— & desiderata, 212
— —— idem præstitum a TSCHIRNHAUSIO, FATIO, & LEIBNITIO, & quomodo Judice ipso LEIBNITIO, 212. II. 117
Tangens Synchronæ facile potest determinari secundum LEIBNITIUM, I. 290. 303. 314
— secus autem secundum BERNOULLIUM, 293. 309. 314. 323
— methodus id efficiendi a LEIBNITIO proposita, 319
— qui hinc perficit *Calculum integralem*, 322
— a BERNOULLIO probata & promota, 330
— ejusdem jucium de nova hinc educta *Calculi integralis* promotione, 337
— inventa a BERNOULLIO, 325
— ad rectam *positione* datam parallela, 337. 343
TAYLORUS Problema LEIBNITIO vult proponere, II. 378. 394
— ejus *Incrementorum Methodus*, 380. 394
— —— de ea BERNOULLII judicium, 389
— —— —— & *Nicolai* BERNOULLII *Nic.* filii, 394
— *Bernoullianam* de *Oscillationis Centro* Theoriam ex *Actis Lipsi.* desumsit, 383
Termini *irrationalis* summator Terminus eandem *irrationalitatem* continere debet, I. 50. 61
Tetragonismus generalis per motum BERNOULLIO probatus, 4
— in *Tetragonismis* desiderata duo, 5
— reducendus ad Curvarum *rectificationes*, 5. 9
— —— & ad certa genera, 5. 9
— *Curvæ* cujusdam *percurrentis*, 6. 11. 15. 19
— *Catenariæ*, 9
Cætera vide sub verbo Quadratura.
Theodicæa LEIBNITII de ea judicium BERNOULLII, II. 396
— in qua Auctor objectioni cuidam PARENTII respondet, & quomodo, 353. 356
— eam impugnat CLARCKIUS; respondet LEIBNITIUS; replicat ille; duplicat hic; triplicat ille; quadruplicat LEIBNITIUS, 381. 396
Thermometra promota, I. 373. 385
TIDIUS novi Cycli peringenioſi Auctor, II. 49
Topographia *Romæ* inedita, 126
TORRICELLIUS cum ROBERVALLIO disputat de primo quadraturæ *Cycloïdis* Auctore, I. 228
— —— ejus partes hac in re amplectetitur GRONINGIUS, 443
— quem demonstrandi morem habuerit, II. 309

TOURNEFORTIUS præclarus Botanicus, II. 183.
Trajectoriæ orthogonales ex principio Dioptrico determinatæ, I. 306. 311. 314. 327.
Trajectoriarum Problema, 332. 401. II. 373. 388. 390. 394. 395
Plura *vide* in *Curvæ alias ad datum angulum secantes.*
Transformatio *Parabolarum* & *Hyperbolarum* cujuscumque gradus, I. 367
— Curvarum per *Cœvolutionem* a LEIBNITIO excogitata, II. 102. 134.
— qui hanc Methodum ad plures transformandas & addendas extendit, 108
— de ea BERNOULLII judicium & LEIBNITII responsio, 140
— qui dat ejus rei exemplum, 142
— & observationes quasdam, 144.
— ad has observationes responsio BERNOULLII, qui hanc Methodum perficit, 145
— LEIBNITIO approbante, 149
— BERNOULLII *Analysis* huc pertinens, 156
— per *motum reptorium* a BERNOULLIO excogitata, 163. 166. 184. 186
— qui hinc educit rationem eas reducendi ad *Circulares* per celerrimam approximationem, 164.
— hinc demonstratur Regula a *Practicis* quibusdam tradita pro comparandis *Perimetris Ellipticis* cum *Circularibus*, 165
— & deducitur *Theorema* pro commutanda *Curva* quavis intra duos arcus *Circulares* quantumvis sibi propinquos, 214.
— quod applicatur *Ellipsi*, 217
— de his LEIBNITII judicium, 171
— qui hanc Methodum applicat *Circulo*, 172.
— eam BERNOULLIUS extendit ad *Curvas* omnes, 174
— & ad *Circulum*, 176.
— unde prodit nova ratio describendi *Quadratricem* DINOSTRATI, 176. 179.
— in hanc Methodum LEIBNITII difficultas, 184. 211.
— soluta a BERNOULLIO, 186. 211
— hoc problema tentatur ab aliis, 265
TREILLIUS, (*Gallice*, LA-TREILLE), 121
TREVISANUS, Vir nobilis & eruditus, 259. 260. 263. 271. 274
— commercium litterarium cum LEIBNITIO habuit, 274
— cum HERMANNO verba facit de *Nicolao* BERNOULLIO ad *Patavinam* Professionem subrogando, 284.
— quod opus paret, 392
Trianguli rectanguli proprietas quædam singularis. *Vide*, Grave.

Trium Fontium Monachus ALBERICUS, I. 37
TSCHIRNHAUSIUS, quædam ad eum pertinentinentia, 31. 44. 84. 282
— illius *Medicina Mentis* ſecundo editur, 71
— — an *Curvarum algebraïcarum* in illa facta, ſit integra, 80
— — nonnullos errores in prima Editione admiſſos corrigit, 212
— quid de *Curvis percurrentibus* cenſeat 77
— in ejus opera HUGENII notæ, 155
— quædam in *Actis Lipſ.* publicavit: in ea BERNOULLII objectiones, 166. 174. 193. 202. 203. 224. 232. 245
— — in ea LEIBNITII animadverſiones, 207
— quid ab eo expectandum, 240
— quadraturam univerſalem in *Act. Lipſ.* inſerit, 264
— — de hac BERNOULLII judicium, 287
— quomodo eum tractent *Actorum Lipſ.* Editores, 352. 355. 357
— quædam Controverſiam inter eum & BERNOULLIUM ſpectantia 362. 367
— univerſalem methodum comparandi Curvarum omnium portiones habere creditur, 364
— quid de ſua cum eo Controverſia ab illo ſperet BERNOULLIUS, 391. 403
— de illius opuſculo in *Actis Lipſ.* inſerto (*Arcuum Parabolicorum ſectio*) LEIBNITII judicium, 401
— in Regiam Academiam recipitur, 441
— novum aliquid habet, II. 35
— ſpecula cauſtica elaborat, 68
— quid *Pariſios* miſerit, 72
— quid promiſerit, 93
— ſpecula cauſtica deſerit, 107
— — in quo erraverit in eorum conſtructione, 117
— quid LEIBNITIO dixerit, 138
— a *Lipſienſibus* Actorum Editoribus laudatur, 313
TURRETINUS *Genevenſis*; quid & qua de cauſa ad LEIBNITIUM ſcripſerit, 184
— ad eum reſcribit LEIBNITIUS, 280

U

ULRICUS (*Antonius*) Dux *Brunſwicenſis*, I. 2. II. 233
Undarum & *Synchronarum* ad *Lucis Radios* convenientia, & hujus convenientiæ uſus ſecundum LEIBNITIUM, I. 306. 314

— de ea re ſententia BERNOULLII, I. 311
Univerſum non eſt unum totum, nec concipi debet ut *Animal*, cujus *Anima* Deus, 395
Urticarum ſummitates utiles ad *Arthritidem* ſanandam, II. 266. 277

V

VAcuum, utrum neceſſarium ad motum, I. 62. 69. 329
— utrum detur, 329. 399. 418. 424. 427. 429. 433. 445
— admittunt NEWTONUS ac HUGENIUS, 390. 399
VALERIANUS (*M.*); ejus opuſcula quædam inedita, II. 96
VALLEMONTIUS Geographiam novam impugnat, I. 369. 374
VAN-COLLEN (*Ludolphus*), II. 166
VARIGNONIUS *Calculo differentiali* ſtudet, I. 30. 33
— de illo varia, 91. 152
— *Brachyſtochrona* Problema laudat, 177
— depoſitum a *Jac.* BERNOULLIO datum ſervat, BERNOULLIO diſtribuendum, ſi ſolvat Problemata quædam fraterna, 437
— morbo quodam periculoſo tactus, ſanitatem recuperavit, II. 5
— pacem & amicitiam inter BERNOULLIOS fratres procurare conatur, 6
— *Leibnitianam* Epiſtolam in Academia Regia meritis cum laudibus recitatam nuntiat, 9. 12. 23
— LEIBNITIO acceptionem in Academiam nuntiat, 15
— BERNOULLIO ſcribit experimenta circa ejus Barometrum tentata feliciter non ſucceſſiſſe, 21
— quid præſtare poſſit contra VOLDERUM, 25
— multa ad BERNOULLIUM de ROLLIO & ſimilibus, 29. 39. 40. 41. 170
— quid de illo LEIBNITIUS ad BERNOULLIUM, 113. 117
— *Marchionis* HOSPITALII mortem LEIBNITIO ſcribit, 114
— quid ille de PARENTIO ad LEIBNITIUM, 115
— quid ille de SAURINO ad BERNOULLIUM, 127
— quid de *Vi Centrifuga* meditatus ſit, 128. 130
— — de his meditationibus BERNOULLII judicium, 131. 133
— — — & LEIBNITII, 136
— ejus valetudo deſideratur, 150

paulatim

— — paulatim convaleſcit, II. 150. 159
— quid invenerit de *Compoſitione Motuum*, 172
— ejus effigies BERNOULLIO mittitur, 238
— quæ deleverit in *Bernoulliano* quodam Schediaſmate notas in NEWTONUM continente, 254
— ejus Reſponſio ad *Guidonem* GRANDIUM, 267.269
— ejus auxilium deſideratur in promovendo *Nicolao* BERNOULLIO ad *Patavinam* Profeſſionem, 285
— quid ad eum adverſus PARENTIUM ſcripſerit BERNOULLLIUS, 349
Velocitatum proportio, I. 131
— decrementa, 136. 139
Vide Decrementa velocitatum.
— quadratis proportionales ſunt gravium aſcenſus, & cur ſecundum BERNOULLIUM, 63
VENIERUS Nobilis *Venetus*, ejus auxilium neceſſarium videtur ad *Nicolao* BERNOULLIO *Patavinam* Profeſſionem procurandam, II. 331
— — ideoque illi commendatur *Nic.* BERNOULLIUS, 336
VERBIESTIUS *Sinenſem* Imperatorem *Algebræ* Elementa docet, 181
VERZALIA (*Joſephus*) *Bononienſis*, BERNOULLII quondam diſcipulus *Patavinam* Profeſſionem adpetit, 154. 265. 269
— cujus ſcripti Auctorem eum ſuſpicetur BERNOULLIUS, 350
— de illo nonnulla, 353. 389
— quid in HERMANNUM ſcripſerit, 389
Veſica utilis ad conſtruendum Barometrum portatile, 71
VILLEMOTUS, Gallus, quid de Planetarum motu ſcripſerit, 240
— — de hoc opere BERNOULLII judicium, 240
— — — & LEIBNITII, 244
Vires mortuæ, I. 409. 415. 419
Vires vivæ, 62. II. 8. 25
— earum æſtimatio, I. 63. 68. 79. 84. 91. 95. 102. 105. 109. 114. 133. 203. 335. 339. 343. 345. 347. 377. 379. 475
— demonſtratæ *a priori*, 122. 125. 133. 140. 151. 157. 170
— — — alio modo, 143. 157. 164. II. 280
— *activæ*, utrum minuantur, 382. 384
— *æquales* utrum ſemper impulſionibus æqualibus producantur in impulſo, I. 97. 102. 105. 110. 120. 130. 139
— *centrifugæ*, vel *Conatus excuſſorii*, 115. 123. 133
— *centripetæ*, II. 230
— *abſolutæ*, I. 125. 126

Vis directiva, I. 125. 134
—— *abſolutæ* & *impeditivæ*, II. 101
—— fundamentum, 119
—— conſervatio, I. 381
Plura vide in *Æſtimatio*, *Dynamica*.
Virium decrementa, 131. 137. 139
Vide Decrementa *Virium*.
Vires centrales inverſæ determinatæ, II. 231
Vis centrifuga, 128. 131. 135
—— *Elaſtica*, ejus cauſa, I. 381. 390
—— *primitiva*, 62
—— —— utrum in ea conſiſtant formæ ſubſtantiales, 409. 415. 419
VIVIANUS veterum Mathematicorum loca quædam explicat, II. 151
VITODURANUS (*Johannes*), ejus hiſtoria ubi extare dicatur, I. 37
—— —— eam ſcribere parat LEIBNITIUS, 37. 65
—— —— illius poſtrema deſiderantur, 37. 65. 73
—— —— —— nullibi reperiuntur, 90
VOLDERUS, *Leydenſis* Philoſophiæ Profeſſor, Manuſcriptorum HUGENII Curator conſtituitur, 98. 180
—— ejus judicium de *Leibnitiana* Analyſi, 99. 104
—— ejus objectio contra *Calculum infinitorum*, 377
—— —— ad eam reſponſio, 389
—— —— errorem agnovit, 402
—— LEIBNITIO non aſſentitur circa *Virium* æſtimationem, 379. 381. 389
—— —— qui objectiones illius diſſolvere conatur, 425. 428. 432. 441
—— ad eum ſcribit LEIBNITIUS, & qua de re, 406. 409
—— quædam objicit adverſus LEIBNITII *Dynamicam*, 421
—— quænam de LEIBNITIO teſtatus ſit, 422
—— objectiones contra LEIBNITII Dynamicam repetit, 450
—— —— in iis ſubvertendis a BERNOULLIO auxilium petit LEIBNITIUS, 453
—— —— quædam ſuperiorem Controverſiam ſpectantia, 463
—— an ei a LEIBNITIO ſatisfactum ſit, 471
—— inſtantias adverſus LEIBNITIUM rurſus movet, 483
—— —— ad eas reſponſio, II. 1
—— demonſtrationem activitatis ſubſtantiarum rogat, 3
—— ejus rigor in diſputando cum LEIBNITIO minuitur, 7
—— conſultari ſperatur de Calendarii Reformatione, 12. 14
—— varia de illo LEIBNITIUS ad BERNOULLIUM, & hic ad illum, 15. 16. 18. 68. 77. 139. 140. 281

eum